大學物理學

第三冊

編著者 李怡嚴

東華書局印行

大學物理學

第三冊

編　著　者

李　怡　嚴

參與執筆者

石育民	李俊弘	郭義雄
呂錦文	李義發	陳振益
李正雄	沈　樸	楊鼎彬

東華書局印行

中華民國五十七年七月初版
中華民國六十八年四月八版

大學用書 大學物理學（全四册）

第三册 定價 新台幣九十元整
（外埠酌加運費匯費）

編著者 李怡嚴
發行人 卓鑫淼
出版者 臺灣東華書局股份有限公司
臺北市博愛路一〇五號
電話：3819470 郵撥：6481
印刷者 中臺印刷廠
臺中市公園路三十七號

行政院新聞局登記證 局版臺業字第零柒貳伍號
（57005）

大學物理學

第三冊 目次

16

電荷與電場

§ 16-1 電荷

電荷可以被分爲"正的"和"負的"二種。所有的事實都告訴我們，帶電的質點可以歸入這二類，同類的互相排斥，異類的互相吸引。假若 A 及 B 二個帶電體互相排斥，又假若 A 與第三個帶電體 C 互相吸引，那末 B 和 C 也一定互相吸引。到現在我們還沒有辦法確切地解釋爲什麼會有這種法則存在。今日的物理學家有將"正電荷"與"負電荷"認作是一物的二元的趨向，就好像手有"左"與"右"之分一樣。事實上，有關"左"與"右"的對稱性問題似乎與電荷的二元性以及時間的二個方向有着密切的連繫。這些問題在基本粒子物理學 (Elementary particle physics) 中有很深入的探討。

我們所謂的負(正)電荷實際上也可以叫它爲正(負)電荷。因爲一個電子 (Electron) 上所帶的電沒有非定它爲"負"不可的道理，這種選擇純粹是偶然的。我們的宇宙是這些"正""負"電荷的混合體。由於同類相斥的緣故，這種混合必然是很均勻的。因此對整個宇宙講，它的電性是中性的。

電荷的另一重要特性是：在一隔離系統 (Isolated system) 中的總電荷永遠守恒。所謂隔離的意思是指沒有任何物質通過這系統的周界。嚴格地說，有光線進出的系統不能算是隔離的。不過由於光不帶電，故就算有光通過這個系統，上述原理仍不受影響。例如用伽瑪線 (Gamma rays) 照射一只盒子，盒子內可能會有偶對產生* (Pairproduction) 的情況發生，但所產生的二個帶電體其總電荷仍爲零(圖16-1)。可能違反上述原理的情況是：祇生成一個正電子 (Positron) 而不同時生成一個負電子。但我們從來還沒有發現過這種例子。這個原理我們稱之爲電荷的守恒 (Conservation of charges)。

當然，假如正負電子上的電荷要是不相等的話，偶對產生的結果仍然會違反電荷守恒定律的。但所有的實驗都證實了它們所帶電荷的大

* 所謂偶對產生是指一個高能量的光子 (photon) 消失不見，產生了一對正負電子。

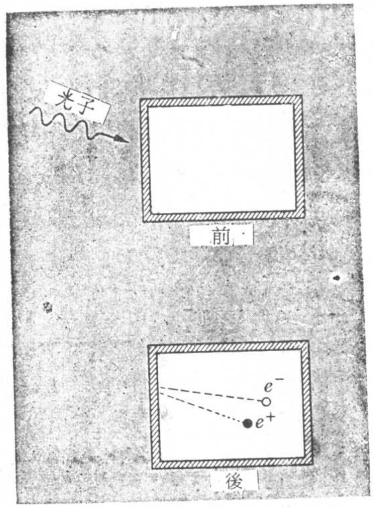

圖 16-1 帶電粒子的偶對產生

小是相等的。一種僅由正負電子構成的結合體可以用來作這種實驗。這種奇怪的正負電子偶 (Positronium) 的生命期很長——大約有 10^{-7} 秒,長到足够我們仔細的研究它。實驗顯示這種結合體是中性的。實際上,要是它們所帶的電荷竟然不等的話,才會使人驚奇呢!因爲物理學家一直將負電子與正電子當作“粒子” (Particle) 與“反粒子” (Anti-particle) 來看待的。它們的電荷與質量的確實相等就是自然界對稱性中“粒子-反粒子”二元性的一種說明。

目前,電荷的守恒定律是物理學中最重要的守恒定律之一。它的正確性,就現在的實驗結果來看是非常高的。因此,我們可以這樣說,你要不是將電荷守恒當作理論中的假說,就得認爲它是由所有實驗證據證實了的經驗定律 (Empirical law)。電荷守恒定律可以這樣敍述:

在隔離系統中的總電荷——正負電荷的代數和——永遠不變

在非隔離系統中,電荷守恒是由另一種方式表現出來的,我們等講到電流 (Current) 時再談它。

由密立根 (Millikan) 的油滴實驗，以及許多其他的實驗，我們知道電子的電荷都是一樣的。我們稱這樣的單位電荷爲 e（如計及其符號時則爲 −e）。但更巧妙的是，所有其他帶電粒子的電荷也是 e 或是 e 的整數倍。例如質子 (Proton) 的正電荷與電子的負電荷其値相等。這種特殊的相等性，質子–電子的電荷平衡，可由非常精巧的實驗證實。我們可以由氫原子或分子流在電場中的偏曲來檢定它們的整體電性是中性的。以目前最精確的實驗所得的結論是：電子與質子具有相等的電荷，其準確度到 10^{20} 分之一。

以現時的概念來說，電子與質子是二種截然不同的基本粒子，但是沒有人能解釋，爲什麼它們携有相等的電荷。很顯然的，電荷量子化† (Quantization) 是一種非常深奧而又普遍的宇宙特性。目前我們所能測定的，所有基本粒子所帶的電荷的大小都是相同的。我們唯有希望，也許將來能有人從實驗上或理論上推證出不可能有電荷爲 0.500e 或是 0.999e 的粒子存在。

電荷量子化的問題不在古典電磁學的範疇內，我們通常將它忽視，而認爲一個帶電粒子可携有任何數量的電荷 q。至於什麼力量將一個電子凝成一團這個問題與爲什麼電子上携有如許之電荷一樣的使人迷惑。因爲電子各部分的電荷間具有相互的排斥力，故除了電力之外，一定還有一些別的什麼力牽涉在內。

在古典電磁學中，我們僅將帶電粒子當作是電荷的携帶者。它是這樣地小，因之其大小與結構都顯得不太重要。我們從高能散射 (high energy scattering) 實驗中知道，電子的半徑大約不超過 10^{-13}cm。從羅塞福 (Rutherford) 的 α 粒子散射實驗中得知，縱然是很重的元素，其原子核的電荷分佈的範圍也不超過 10^{-11}cm。十九世紀的物理學家將點電荷 (Point charge) 看作是個抽象觀念，而以帶電的燈蕊草球當作其表現的象徵。現在由於對原子的認識，使得帶電粒子在描述自然現象時顯得非常重要。因此我們很少再將帶電粒子看作理想化的點，

† 也就是說基本電荷的存在；讀者們現在可以暫時不管量子化這個名詞的定義。

而將它們看作一種電荷密度（Charge density）的分佈。當我們假設均勻的電荷分佈時，我們可以認作是許多基本電荷的平均表徵。就好像以常觀觀點（Macroscopic view）去描述液體密度時不再管各個分子的奇形怪狀一樣。較密立根油滴爲大的物體其電荷量子化的現象根本就很難被覺察。

§ 16-2 庫倫定律

二個靜止電荷間的作用力可以庫倫定律 Coulomb's law)來表示：二個靜止帶電粒子間的吸引力或排斥力，與二個電荷數量的乘積成正比，與二者間距離的平方成反比。我們可以用向量式來表示

$$\mathbf{F}_2 = k\frac{q_1 q_2 \hat{\mathbf{r}}_{21}}{|\mathbf{r}_{21}|^2}. \qquad (16\cdot1)$$

q_1 與 q_2 代表了各相應電荷之値並包含其符號，$\hat{\mathbf{r}}_{21}$ 是由電荷 1 指向電荷 2 的單位向量，$\mathbf{F}_2$ 是作用在電荷 2 身上的力。(16·1) 很明白的表示了同性相斥與異性相吸這個事實，同時也顯出了這種力是**牛頓力**(Newtonian force)，也就是說 $\mathbf{F}_2 = -\mathbf{F}_1$。

$\hat{\mathbf{r}}_{21}$ 這個單位向量表示了作用力與二帶電粒子間的連結線平行。除非空間（Space）本身是**有方向性**的，否則我們無法想到可能還有其他不同的結論。因爲在空的（Empty）及無向性的（Isotropic）空間，兩個點電荷之間的作用力是不可能沿着其他的方向。假若"點電荷"本身有內在結構，或是有一根定向的軸，那麼我們就無法以**純量**(Scalar) q 來表示這個電荷了。

在寫公式(16·1)時，我們認爲二個粒子的電荷都是集中的，也就是說，它們分佈的範圍遠較 r_{21} 爲小 ($r_{12}=|\mathbf{r}_{12}|$)。否則的話，r_{21} 就無法被確定，以致(16·1)式不能成立。至於限於靜止電荷那是爲了避免由運動電荷所產生的磁力的問題。這些問題在後文中會討論的。

(16·1)式中的常數 k 是看我們用什麼單位制度而定的。事實上，我們可以用(16·1)來定電荷的單位。若 $k=1$，我們可以規定：二個相同的

帶電粒子，其距離爲 1 cm，作用力爲 1 dyne，則每個帶電粒子上的荷電量爲一單位電荷。我們稱這個電荷單位爲**靜電單位** (Electric static unit)，或簡寫爲 e.s.u.。有時我們也將**庫倫**(coulomb)當作電荷單位，它是 MKS 制中的電荷單位。在這個單位制度下，k 値爲 8.9875×10^9。引進"庫倫"的理由是由於它與許多工程上，實驗室或日常生活上的電工單位(如安培 (ampere)，伏特 (volt)，歐姆 (ohm) 及瓦特 (watt) 等)的關係非常簡單。一庫倫的電荷相當於 2.998×10^9 靜電單位。

唯一能測定及量度電荷的方法是經由觀察二個帶電體間的作用力。你也許會懷疑，庫倫定律中有多少成分實際上祇是定義。就現狀而言，庫倫定律中有物理意義的部分祇是平方反比關係以及電荷效應的**可加性** (additivity)。我們可以用下例來說明這一點：假如在宇宙間祇有二個電荷 q_1 及 q_2 可以被用來作實驗，那麼我們永遠無法測定它們

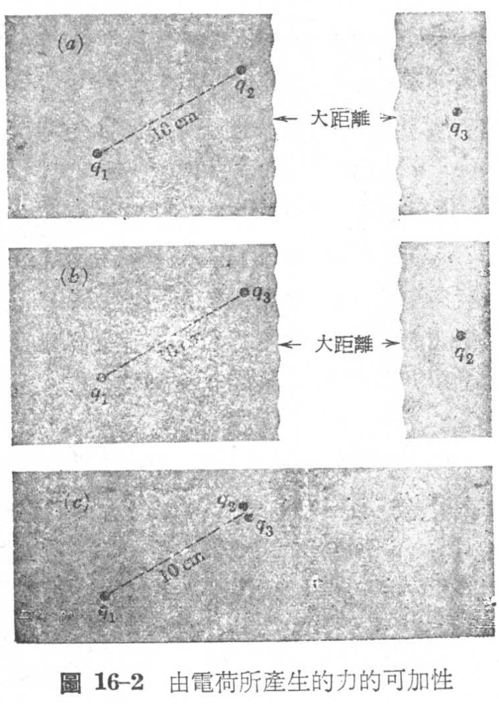

圖 16-2 由電荷所產生的力的可加性

的電荷是多少,我們唯一能得到的結果是 **F** 與$1/r_{21}^2$成比例。但是如果現在有三個帶電體 q_1, q_2 及 q_3, q_3 在很遠處而 q_2 在距 q_1 爲 10cm 處,我們就可以量得 q_1 所受到的力(圖 16-2a)。然後將 q_3 移到 q_2 的位置而將 q_2 移到 q_3 的位置,再測得 q_1 所受的力(圖 16-2b)。最後,將 q_2 再移近原來的位置,也就是說將 q_2 與 q_3 一起放在距 q_1 爲 10cm 的位置。就會發現,q_1 所受的力就等於先前所量得的二力之和(圖 16-2c)。這個極有意義的結果無法從對稱性推論出來,雖然我們曾用對稱性證明作用力必須沿着二個帶電體連結線的方向。我們因此可以得到以下的結論:二個帶電體間的作用力不爲第三者的存在所影響。

在一個系統中,不管有多少電荷,我們都可以用庫倫定律去算出每一對電荷間的作用力,這就是*重疊原理*(Principle of superposition)的基礎。在電磁學中,我們將不斷地碰到這個原理。"重疊"的意思就是說:將二組電荷重疊在一起時,互不影響對方的結構。而重疊原理告訴我們說,由這二組電荷作用在某一電荷上的力,就等於各組電荷分別作用在這電荷上的力的向量和。請讀者們不要把這原理認爲是理所當然的事,也許在某一種涉及强力而微距的物理現象領域內,重疊原理不再適用。事實上我們知道,量子現象已經破壞了電磁場的這種重疊特性。

因此,必須有二個以上的電荷時電力作用的物理意義才能被顯示

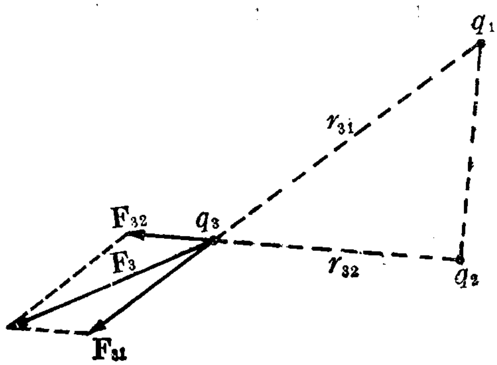

圖 16-3 靜電力的重疊原理

出來。我們可以將 (16·1) 式推廣而得到以下的結論：如圖(16-3)，不管電荷 q_1, q_2 及q_3 所在的位置如何，作用在 q_3 的電力可以用下式表之

$$\mathbf{F}_3 = q_3 q_1 \hat{\mathbf{r}}_{31}/r_{31}{}^2 + q_3 q_2 \hat{\mathbf{r}}_{32}/r_{32}{}^2 \tag{16·2}$$

至於平方反比律，在某種距離下己由實驗毫無疑問地加以證實了。最精確的實驗證明，在幾吋或幾呎的距離下，平方反比的關係準確到十億分之幾。有時候這種實驗也被用來檢驗到底反比關係是否隨平方而變。但眞正的問題實在並不在於求證 r 的指數是 -2 呢還是 -1.99998，而是在何種距離下平方反比律失效。以直接的實驗證明，祇有在極大或極小的距離下，平方反比律才可能不適用。我們已經說過，小於10^{-14}cm 時電磁學不再適用，但對很大的，如地理學的或天文學的距離下，我們尙無法以實驗檢核。不過，我們沒有什麼特別的理由來懷疑在極大距離下平方反比律有失效的可能。事實上，量子電磁場論中可供給一些資料*，足以說明在極大距離下庫倫定律仍然是有效的。

總而言之，我們有足够的理由可以相信，庫倫定律從 10^{-13}cm 到幾公里的範圍內是可以適用的。因此，我們就將它當作我們描述電磁現象的基礎。

【例 16-1】 如圖(16-4)所示，三個電荷排成一直線，求每個電荷所受的力。

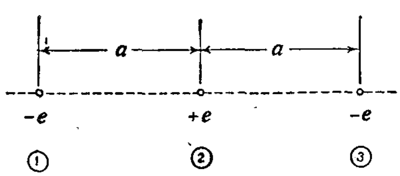

圖 16-4

【解】 由於靜電力是聯心力，所以每一個電荷所受的力一定都沿着電荷排列的直線，設我們定力之方向向右爲正，向左爲負，根據重疊原理，每一個電荷所受的力就是其他兩個電荷對它所施的力的代數和。現在先看電荷①所感受的力：

* 在大距離平反比定律的失效，相當於光子 (photon) 有一個很小的質量，這可以由實驗來檢驗。

$$F_1=F_{12}+F_{13}$$

F_{12} 爲電荷②對電荷①所施的力，F_{13} 爲電荷③對電荷①所施的力。根據(16·1)：

$$F_{12}=\frac{e^2}{a^2},\qquad F_{13}=-\frac{e^2}{(2a)^2}=-\frac{e^2}{4a^2}.$$

因此，

$$F_1=F_{12}+F_{13}=\frac{e^2}{a^2}-\frac{e^2}{4a^2}=\frac{3}{4}\frac{e^2}{a^2}.$$

其他兩個電荷所受的力爲

$$F_2=F_{21}+F_{23}=-\frac{e^2}{a^2}+\frac{e^2}{a^2}=0.$$

以及：

$$F_3=F_{31}+F_{32}=\frac{e^2}{(2a)^2}-\frac{e^2}{a^2}=-\frac{3}{4}\frac{e^2}{a^2}.$$

§ 16-3 場

經驗告訴我們，用一種場 (Field) 的觀念來解析力，可以使問題簡化很多。我們前面在講重力場的時候，已經看到過這種例子。就以電力來說：例如在 P 及 R 處分別有二個電荷 q_1 及 q_2，其作用力可由庫倫定律表之(用靜電單位)

$$\mathbf{F}=q_1q_2\mathbf{r}/r^3 \tag{10·3}$$

用場的觀念來解析這個問題時，我們說：P 處的電荷 q_1 在 R 處產生了一種"狀況"，當你將 q_2 置於 R 處時，它就"感受"到一個力。用這種方式來描述力時，我們可以將力分成二部分，就是 q_2 乘上一個量 $\mathbf{E}$、這個 $\mathbf{E}$ 是不管有沒有 q_2 都存在的。$\mathbf{E}$ 就是 q_1 所產生的"狀況"，而 $\mathbf{F}$ 就是 q_2

對 E 的反應。E 叫作電場，它是一個向量。P 處的電荷 q_1 在 R 處所產生的電場 E 等於 q_1/r^2，r 是從 P 到 R 的距離，它的方向也就是徑向向量的方向。E 可以用下式表之

$$\mathbf{E}=q_1\mathbf{r}/r^3, \tag{16·4}$$

$$\mathbf{F}=q_2\mathbf{E}。 \tag{16·5}$$

(16·4)和(16·5)表示了力，場及場內電荷間的關係。這樣我們就將電荷與電荷間的交互作用分成了二部分，一部分說有樣東西產生了一個場，另一部分說這個場作用在另外一些東西上。由於這二種情況可以分開來研究，使得許多問題大爲簡化。例如有許多電荷存在，我們就可以先找出這些電荷在 R 處所產生的電場，再若知道在 R 處的電荷的大小，我們就可以算出作用在這個電荷上的力的大小。

除了在計算的時候方便以外，在概念上，電場的觀念使我們可以避免去談"超距作用" (Action at a distance)，而把電荷之間的作用力看成是電荷受其所在位置電場的影響，這樣也簡化了概念(請參閱第七章重力場。)

我們說過，電力隨距離的平方減弱。但當電荷在運動時這個定律就不十分正確了——電力也隨電荷的運動而變化。在運動中的電荷間的作用力有一部分叫磁力(我們以後還會講到)。實際上它也是電力的另一種形式，這也就是爲什麼通常我們將"電"與"磁"合成一個名詞"電磁" (Electromagnetism) 的緣故。

從實驗上我們發現，作用在任一電荷上的力——不管這個電荷在何處或作何種運動——隨着這個電荷的大小、位置及速度而變。利用場的觀念，我們可以將這個力寫成

$$\mathbf{F}=q\left(\mathbf{E}+\frac{1}{c}\mathbf{v}\times\mathbf{B}\right) \tag{16·6}$$

E 和 B 是電荷 q 所在處的電場與磁場，v 是電荷運動的速度，c 是光在眞空中的速度。這個式子所顯示的最重要的意義是：我們可以將宇宙間所有其他的電荷作用在某一個電荷 q 上的力用二個向量來表示，這二個向量的值隨着這個電荷的位置或運動狀況而變化。更進一步說，

假若我們將這一個電荷用另一個電荷代替，那麼祇要其他的電荷的位置及運動維持不變，則作用在這個新電荷上的力與其電荷大小成正比。(當然，在實際情況下每一個電荷都會產生一個力，作用在它附近的電荷上，使得這些電荷發生運動。這樣一來，當我們用一個新電荷代替原來的電荷時，電場及磁場亦隨之改變。)

關於電場還有一個簡單的法則：假如一羣電荷產生了電場 $\mathbf{E}_1$ 另一羣電荷產生了電場 $\mathbf{E}_2$，那麼這二羣電荷所產生的總電場（就在先前的位置上及運動狀況下）

$$\mathbf{E}=\mathbf{E}_1+\mathbf{E}_2, \tag{16·7}$$

這就是電場的重疊原理。這個原理也適用於磁場。

將電場與磁場如此定義後，我們要討論的是沒有電荷時某一點的電場與磁場如何。這也就是說：因爲有力"作用"在電荷上，故當電荷移去後，這個地方仍然有"某些東西"存在。假如在 (x, y, z) 處的一個電荷，在 t 時感到一個 (16·6) 式中的力 $\mathbf{F}$，我們可以將向量 $\mathbf{E}$ 及 $\mathbf{B}$ 與空間 (x, y, z) 這一點連繫起來。我們可以將 $\mathbf{E}(x, y, z, t)$ 及 $\mathbf{B}(x, y, z, t)$ 認爲是一個在 (x, y, z) 處的單位電荷在 t 時所感受到的力。當然，它附帶的條件是，將一個電荷放在此處不會干擾產生這些場的其他電荷。

沿着這個概念，我們將空間每一點附帶二個向量 $\mathbf{E}$ 及 $\mathbf{B}$，當然它們是可以隨時間變化的。這樣一來，電場與磁場都可以被看作是 x, y, z 及 t 的函數。因爲每個向量都有三個分量，故電場與磁場都可以分別用三個 x, y, z 及 t 的數學函數來表示。

實際上，也就是因爲 $\mathbf{E}$ 或 $\mathbf{B}$ 在空間任何一點都有一個特定的值，故我們叫它們爲"場"。一個"場"是任意一物理量，它在空間不同的地方有着不同的數值。例如溫度是"場"，它是一個**純量場**，我們可以將它寫爲 $T(x, y, z)$。溫度也可以隨時間而變化，故我們說溫度場是**隨時變的** (Time-dependent)，並將它寫爲 $T(x, y, z, t)$。另外一個例子是流體的**速度場** (velocity field)，我們將流體在空間任意一點及任一時間的速度寫作 $\mathbf{v}(x, y, z, t)$（請參閱第十三章），它是一個"**向量場**"(vector