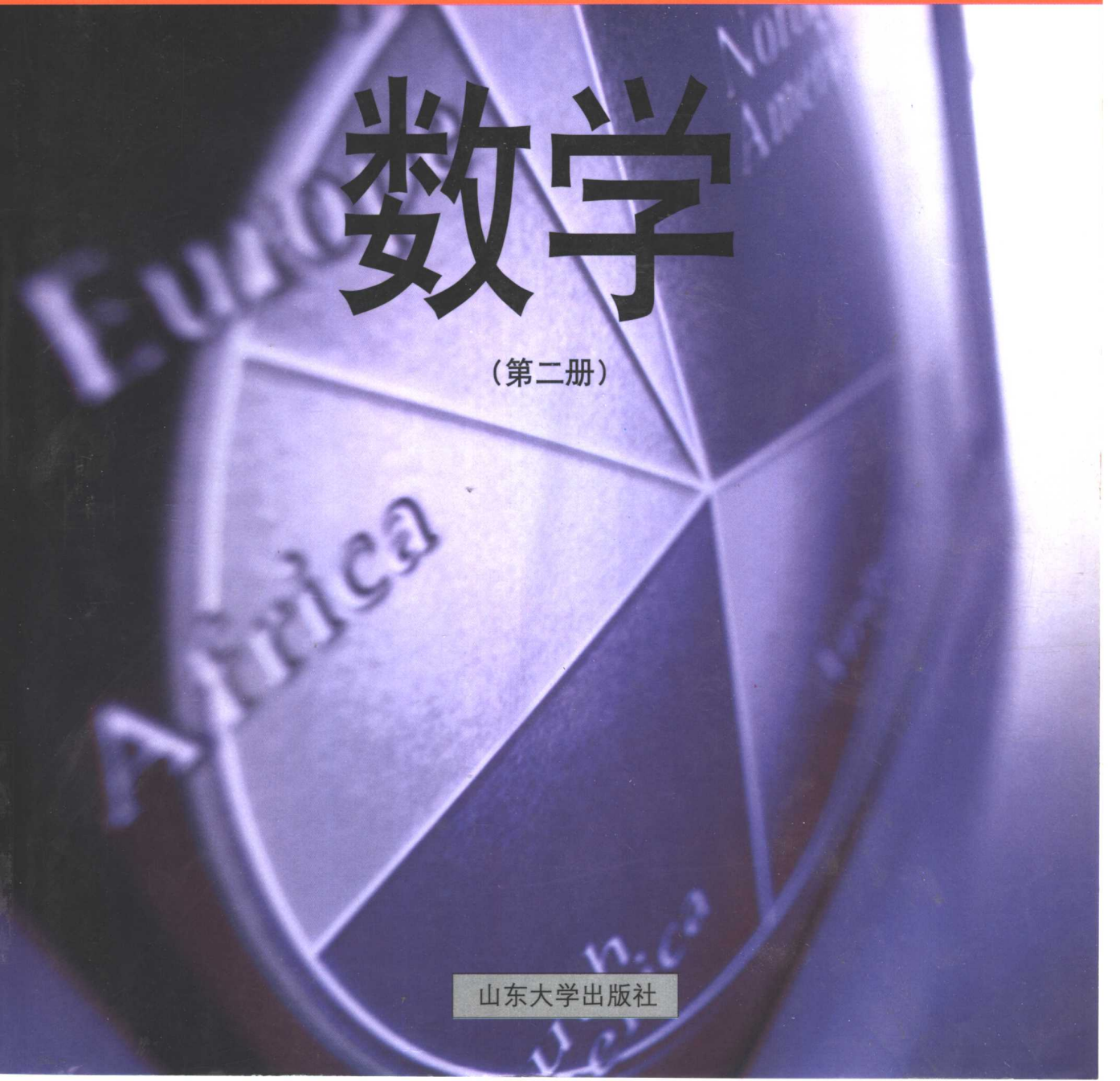




山东省五年制师范学校统编教材（试用本）



数学

（第二册）

山东大学出版社

山东省五年制师范学校统编教材(试用本)

数 学

(第二册)

陆书环 主编

山东大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学.第2册/陆书环主编. — 济南:山东大学出版社,2001.6(2002.6重印)

山东省五年制师范学校统编教材

ISBN 7-5607-2275-X (2003.6重印)

I. 数…

II. 陆…

III. 数学—师范学校—教材

IV. O1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 033031 号

山东大学出版社出版发行

(山东省济南市山大南路 27 号 邮政编码:250100)

山东省新华书店经销

山东新华印刷厂印刷

787×1092 毫米 1/16 16.5 印张 381 千字

2001 年 6 月第 1 版 2003 年 6 月第 4 次印刷

印数:21001~30000 册

定价:18.80 元

版权所有,盗印必究!

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部负责调换

前 言

山东省五年制师范学校数学教科书(试用本)是受山东省教育厅委托,根据省教育厅制定的《山东省五年制师范小学教育专业教学计划(试行)》编写的必修教材。

这套数学教科书共分六册,包括《数学》第一、二、三册,《高等数学》(文)、《高等数学》(上)、《高等数学》(下)、《小学数学教材教法与研究》。

各地在使用这套数学教科书时,可以根据具体情况,参照下表对数学课程进行安排:

学 年	周课时数		科 目
一年级	3		《数学》第一册
二年级	4		《数学》第二册
三年级	1		《小学数学教材教法与研究》
	4		《数学》第三册
四年级	文	2	《小学数学教材教法与研究》
		2	《高等数学》
	理	2	《小学数学教材教法与研究》
		6	《高等数学》(上)
五年级	文	2	2
	理	4	《高等数学》(下)

本书是山东省五年制师范学校数学教科书(试用本)《数学》第二册,内容包括平面向量,直线,圆锥曲线方程,直线、平面、简单几何体,数列和数学归纳法,排列、组合、二项式定理,供五年制师范学校数学课二年级全学年使用。

本书由陆书环任主编,臧思选、刘秋香、孙明红、韩振来、高荆任副主编.承担各章撰稿任务的人员顺序依次为陆书环(第一章)、臧思选(第二章)、韩振来(第三章)、刘秋香(第四章)、孙明红(第五章)、高荆(第六章).全书由陆书环拟纲和通稿、定稿.在成书过程中,曲阜师范大学数学教学论研究生冯晓华、冯振举、徐成周和李本星老师参与了大量工作.

本书在编写过程中参阅了人民教育出版社的有关教材,并得到山东省教育厅师范处、山东省教学研究室、曲阜师范大学数学系、济南大学数学系、济南师范学校、青岛师范学校、曲阜师范学校和山东大学出版社的大力帮助,同时曲阜师范大学数学系赵增勤教授和郑恒武教授对书稿作了仔细审阅,提出很多宝贵意见,谨此一并致谢.

由于编者水平所限,加之成书仓促,书中难免有错误和疏漏,欢迎有关专家和广大师生批评指正.

编 者

2001年6月

出版说明

当今世界,科学技术突飞猛进,知识经济已见端倪,国力竞争日趋激烈。国运兴衰,系之教育,振兴教育,师资先行。建设一支高素质的教师队伍是教育改革的根本大计。《面向 21 世纪教育振兴行动计划》明确提出:“2010 年前后,具备条件的地区力争使小学和初中专任教师的学历分别提升到专科和本科层次。”为此,我省决定,根据经济和教育发展的实际,从 2000 年起,中等师范学校招收的学生,学制将全部由原来的三年制改为五年一贯制,培养具有大专程度的小学教师。为搞好五年制师范教育教学改革,提高教育质量,山东省教育厅于 2000 年 2 月颁发了《山东省五年制师范小学教育专业课程方案(试行)》,并组织制定各科教学大纲和编写出版与之配套的统编教材。编写该套教材的指导思想本着贯彻邓小平同志教育要“面向现代化,面向世界,面向未来”的指示精神,遵循“综合培养,强化素质,一专多能,全面发展”的原则,根据小学教师职业教育的特点和学生身心发展的规律,按照培养专科程度小学教师的目标要求,充分发挥五年一贯学制的优势,优化课程组合,构建科学的教材体系。

本套教材是由山东省教育厅组织省内师范高校的有关专家、教授和骨干教师,在充分吸收相关课程及教学改革成果的基础上编写的。参编人员为此付出了大量的劳动,谨在此表示诚挚的感谢。由于本书编写时间仓促,难免有不当之处,敬请批评指正。

本书编委会

2000 年 6 月

山东省五年制师范学校统编教材

编委会成员名单

编委会主任委员

滕昭庆

编委会副主任委员(按姓氏笔画为序)

刘大文 徐兴文 戚万学 董良军

编委会委员(按姓氏笔画为序)

马先义	马克杰	王化雨	王庆功	王积众
方明	孔令鹏	孔新苗	刘大文	刘奉岭
刘涛	安利国	孙明红	李玉江	李宏生
李新乡	邹本杰	张如柏	张厚吉	张桂成
张准	张琳	陆书环	荆戈	祝令华
徐兴文	党好政	戚万学	董良军	韩玉贵
滕昭庆	鞠玉梅	戴培良	魏建	

目 录

第一章 平面向量	(1)
1.1 向量的概念	(1)
1.2 向量的加法与减法	(3)
1.2.1 向量的加法	(3)
1.2.2 向量的减法	(5)
1.3 实数与向量的积	(8)
1.3.1 实数与向量的积	(8)
1.3.2 平面向量基本定理	(10)
1.4 平面向量的坐标运算	(12)
1.4.1 平面向量的坐标表示	(12)
1.4.2 平面向量的坐标运算	(13)
1.4.3 向量平行的坐标表示	(14)
1.5 线段的定比分点	(16)
1.6 平面向量的数量积及运算律	(19)
1.7 平面向量数量积的坐标表示	(22)
1.8 平 移	(23)
阅读材料 向量的运用	(25)
小 结	(28)
复习题	(30)
第二章 直 线	(33)
2.1 直线的方程	(33)
2.1.1 直线的倾斜角和斜率	(33)
2.1.2 曲线和方程	(35)
2.1.3 直线方程的几种形式	(39)
2.1.4 直线方程的一般形式	(43)
2.1.5 直线型经验公式	(46)

2.2 两条直线的位置关系	(49)
2.2.1 两条直线平行的充要条件	(49)
2.2.2 两条直线的交点	(51)
2.2.3 两条直线的夹角	(54)
2.2.4 两条直线垂直的充要条件	(57)
2.2.5 点到直线的距离	(59)
阅读材料 直线的上方、下方与直线系	(62)
小 结	(66)
复习题二	(68)
第三章 圆锥曲线方程	(71)
3.1 椭 圆	(71)
3.1.1 椭圆的定义和标准方程	(71)
3.1.2 椭圆的几何性质	(73)
3.1.3 椭圆的参数方程	(79)
3.2 双曲线	(82)
3.2.1 双曲线的定义和标准方程	(82)
3.2.2 双曲线的几何性质	(84)
3.2.3 双曲线的参数方程	(91)
3.3 抛物线	(91)
3.3.1 抛物线的定义和标准方程	(91)
3.3.2 抛物线的几何性质	(93)
3.3.3 抛物线的参数方程	(96)
3.4 圆锥曲线的一般理论	(97)
3.4.1 圆锥曲线	(97)
3.4.2 坐标轴的平移	(99)
阅读材料 二次曲线史略	(103)
小 结	(104)
复习题三	(106)
第四章 直线、平面、简单几何体	(108)
4.1 平 面	(108)
4.1.1 平面的表示法	(108)
4.1.2 平面的基本性质	(109)
4.1.3 水平放置的平面图形的直观图的画法	(111)
4.2 空间的两条直线	(113)
4.2.1 两条直线的位置关系	(113)
4.2.2 平行直线	(115)

4.2.3 异面直线	(117)
4.3 空间的直线和平面	(120)
4.3.1 直线和平面的位置关系	(120)
4.3.2 直线和平面平行的判定与性质	(121)
4.3.3 直线和平面垂直的判定与性质	(124)
4.3.4 直线和平面所成的角	(126)
4.3.5 三垂线定理	(128)
4.4 空间的两个平面	(132)
4.4.1 两个平面的位置关系	(132)
4.4.2 两个平面平行的判定和性质	(132)
4.4.3 二面角	(135)
4.4.4 两个平面垂直的判定和性质	(138)
4.5 棱柱、棱锥	(142)
4.5.1 棱柱、棱锥的概念和性质	(142)
4.5.2 直棱柱、正棱锥的直观图	(148)
4.5.3 直棱柱、正棱锥的表面积	(150)
4.5.4 多面体和正多面体	(152)
阅读材料 欧拉公式和正多面体的种类	(155)
4.6 圆柱、圆锥	(158)
4.6.1 圆柱、圆锥的概念和性质	(158)
4.6.2 圆柱、圆锥的直观图	(160)
4.6.3 圆柱、圆锥的表面积	(161)
4.6.4 旋转面和旋转体	(163)
4.7 球	(165)
4.7.1 球的概念和性质	(165)
4.7.2 球的直观图	(167)
4.7.3 球的表面积	(167)
阅读材料 柱体、锥体和球体的体积	(170)
小 结	(172)
复习题四	(175)
第五章 数列和数学归纳法	(179)
5.1 数 列	(179)
5.2 等差数列	(183)
5.2.1 等差数列的概念	(183)
5.2.2 等差数列的前 n 项和	(188)
5.3 等比数列	(192)
5.3.1 等比数列的概念	(192)

5.3.2 等比数列的前 n 项和	(197)
5.4 等差数列与等比数列的应用	(201)
5.5 数学归纳法	(203)
阅读材料 有关储蓄的计算	(207)
小 结	(209)
复习题五	(210)
第六章 排列、组合、二项式定理	(213)
6.1 计数的基本原理	(213)
6.1.1 分类计数原理	(213)
6.1.2 分步计数原理	(214)
6.2 排 列	(219)
6.2.1 排列问题	(219)
6.2.2 排列数公式	(221)
6.3 组 合	(227)
6.3.1 组合问题	(227)
6.3.2 组合数公式	(228)
6.3.3 组合数的两个性质	(231)
6.4 排列、组合的应用	(235)
6.5 二项式定理	(238)
6.5.1 二项式定理	(238)
6.5.2 二项式系数的性质	(241)
阅读材料 二项式定理与数学家杨辉	(245)
小 结	(247)
复习题六	(249)

第一章

平面向量

1.1 向量的概念

自然界的一切物质都是以“量”的形式存在的,其中一种“量”,只有大小,如物体的体积、图形的面积、物体的温度等.这种量只需我们说出一个数目,就会给别人十分清楚的印象,称其为数量.另外,还有一种“量”,仅有大小不足以说明“量”的状态,例如某轮船以每小时 50 海里的速度行驶,如果不说明速度的方向,难以描述这种量的特征,像物理学中的力、速度、位移等.

我们把既有大小又有方向的量叫做**向量**,并用一条有向线段(带有方向的线段)来表示,用有向线段的长度表示向量的大小,用箭头所指的方向表示向量的方向,如图 1-1.

图 1-1

向量也可用字母 $\vec{a}$ ^①, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\dots$ 等表示,或用表示向量的有向线段的起点和终点字母表示(起点写在前面,终点写在后面).例如,图 1-1 中的向量可表示成 $\vec{a}$ 或 $\overrightarrow{AB}$ 等.

向量 $\overrightarrow{AB}$ 的大小,也就是向量的**长度**(或称**模**),记作 $|\overrightarrow{AB}|$. 长度为 0 的向量,叫做**零向量**,记作 $\vec{0}$;长度等于 1 个单位长度的向量,叫做**单位向量**.

方向相同或相反的非零向量叫做**平行向量**. 如图 1-2 中的 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ 就是一组平行向量. 向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ 平行,记作 $\vec{a} \parallel \vec{b} \parallel \vec{c}$. 我们规定 $\vec{0}$ 与任一向量平行.

长度相等且方向相同的向量叫做**相等向量**. 向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 相等,记作 $\vec{a} = \vec{b}$,零向量与零向量相等. 任意两个相等的非零向量,都可用同一条有向线段来表示,并且与有向线段的起点无关.

图 1-2

如图 1-2,任作一条与 $\vec{a}$ 所在直线平行的直线 l ,在 l 上的任取一点 O ,则可在 l 上分别作出 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$,这就是说,任一组平行向量都可移到同一直线上,因此,平行向量也叫做**共线向量**.

例 如图 1-3,设 O 是正六边形 $ABCDEF$ 的中心,分别写出图中与向量 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ 相等的向量.

① 印刷用黑体 $\vec{a}$,书写用 $\vec{a}$.

解: $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DO}$;
 $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{EO}$;
 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{FO}$.

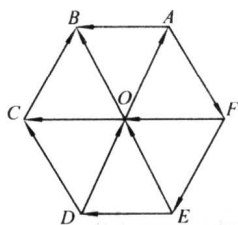


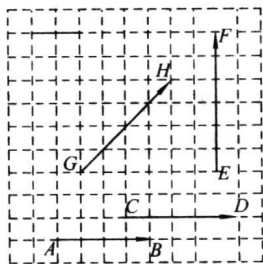
图 1-3

想 一 想

向量 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{FE}$ 相等吗? 向量 $\overrightarrow{OB}$ 与 $\overrightarrow{AF}$ 相等吗?

练 习

1. 非零向量 $\overrightarrow{AB}$ 的长度怎样表示? 非零向量 $\overrightarrow{BA}$ 的长度怎样表示? 这两个向量的长度相等吗? 这两个向量相等吗?
2. 指出图中各向量的长度.

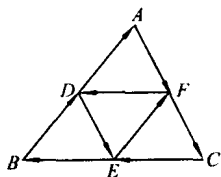


(第2题)

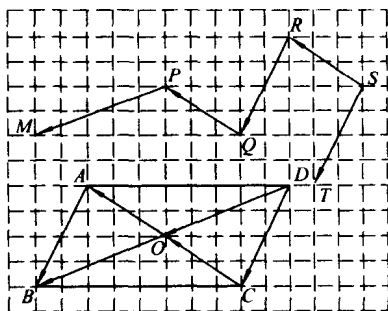
3. (1) 用有向线段表示两个相等的向量, 如果有相同的起点, 那么它们的终点是否相同?
- (2) 用有向线段表示两个方向相同但长度不同的向量, 如果有相同的起点, 那么它们的终点是否相同?

习 题 一

1. 画有向线段, 分别表示一个方向向上大小为 18 N 的力和一个方向向下大小为 28 N 的力(用 1 cm 的长度表示 10 N).
2. 如图, D, E, F 分别是 $\triangle ABC$ 各边的中点, 写出图中与 $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{FD}$ 相等的向量.
3. 如图, 在方格纸上的 $\square ABCD$ 和折线 $MPQRST$ 中, 点 O 是 $\square ABCD$ 的对角线的交点, 且 $\overrightarrow{OA} = a$, $\overrightarrow{OB} = b$, $\overrightarrow{AB} = c$, 分别写出图中与 a , b , c 相等的向量.



(第2题)



(第3题)

1.2 向量的加法与减法

1.2.1 向量的加法

我们知道,数是可以进行加减运算的.同样,向量也可以进行加减运算,下面我们先学习向量的加法.

如图 1-4,已知向量 a, b , 在平面内任取一点 A , 作 $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{BC} = b$, 则向量 $\overrightarrow{AC}$ 叫做 a 与 b 的和, 记作 $a + b$, 即

$$a + b = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}.$$

求两个向量和的运算, 叫做向量的加法.

对于零向量与任一向量 a , 有

$$a + 0 = 0 + a = a.$$

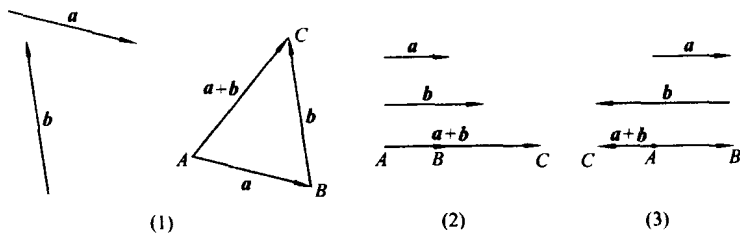


图 1-4

例 1 已知向量 a, b (图 1-5(1)) 求作向量 $a + b$.

作法: 在平面内任取点 O (图 1-5(2)), 作 $\overrightarrow{OA} = a, \overrightarrow{OB} = b$, 则 $\overrightarrow{OB} = a + b$.

向量的加法满足交换律和结合律, 即

$$a + b = b + a,$$

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

事实上, 如图 1-6 可知, 作 $\square ABCD$, 使 $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AD} = b$, 则 $\overrightarrow{BC} = b, \overrightarrow{DC} = a$.

因为 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = a + b, \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = b + a$,

所以 $a + b = b + a$.

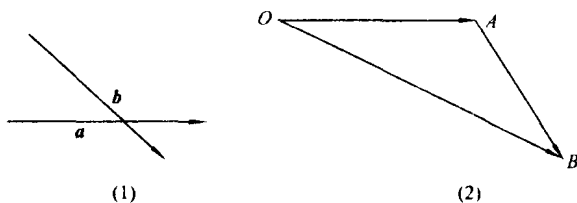


图 1-5

由图 1-6 可知,以同一点 A 为起点的两个已知向量 a, b 为邻边作 $\square ABCD$,则以 A 为起点的对角线 $\overrightarrow{AC}$ 就是 a 与 b 的和,我们把这种作两个向量和的方法叫做**向量加法的平行四边形法则**.而前面根据向量加法的定义得出的求向量和的方法,称为**向量加法的三角形法则**.

对于结合律,通过图 1-7 很容易验证.

由于向量的加法适合交换律与结合律,多个向量的加法运算就可按照任意的次序与任意的组合来进行.

例如: $(a + b) + (c + d) = (b + d) + (a + c)$;

$$a + b + c + d + e = [d + (a + c)] + (b + e).$$

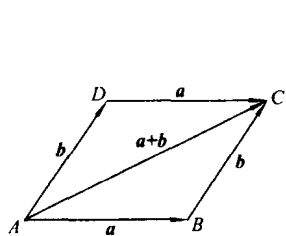


图 1-6

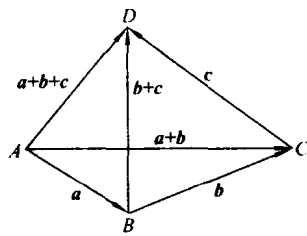


图 1-7

例 2 一艘船以 $2\sqrt{3}$ km/h 的速度向垂直于对岸的方向行驶,同时河水的流速为 2 km/h,求船实际航行速度的大小与方向(用与流速间的夹角表示).

解:如图 1-8,设 $\overrightarrow{AD}$ 表示船向垂直于对岸行驶的速度, $\overrightarrow{AB}$ 表示水流的速度,以 AD, AB 为邻边作 $\square ABCD$,则 $\overrightarrow{AC}$ 就是船实际航行的速度.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $|\overrightarrow{AB}| = 2$ km/h, $|\overrightarrow{BC}| = 2\sqrt{3}$ km/h,

$$\begin{aligned} \text{所以 } |\overrightarrow{AC}| &= \sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2} \\ &= \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} \\ &= 4. \end{aligned}$$

$$\text{因为 } \tan \angle CAB = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3},$$

所以 $\angle CAB = 60^\circ$.

答:船实际航行速度的大小为 4 km/h,方向与流速之间的夹角为 60° .

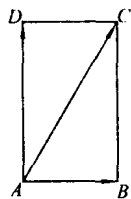
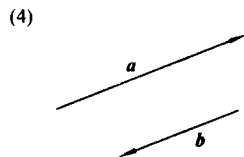
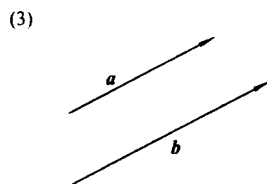
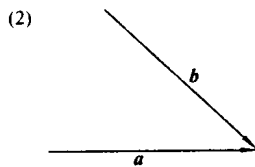
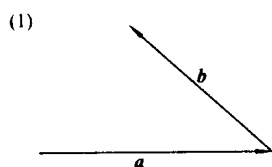


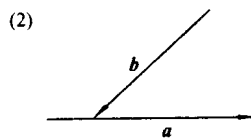
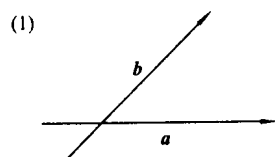
图 1-8

练习

1. 如图, 已知 a, b , 用向量加法的三角形法则作出 $a + b$.



2. 如图, 已知 a, b , 用向量加法的平行四边形法则作出 $a + b$.



3. 根据图示填空:

(1) $a + d =$ _____;

(2) $c + b =$ _____.

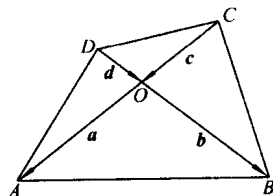
4. 根据图示填空:

(1) $a + b =$ _____;

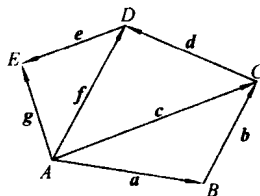
(2) $c + d =$ _____;

(3) $a + b + d =$ _____;

(4) $c + d + e =$ _____.



(第3题)



(第4题)

1.2.2 向量的减法

与 a 长度相等, 方向相反的向量, 叫做 a 的**相反向量**, 记作 $-a$, 并且规定, 零向量的

相反向量仍是零向量,于是,

$$-(-a) = a.$$

任一向量与它相反向量的和是零向量,即

$$a + (-a) = (-a + a) = 0.$$

所以,如果 a, b 是互为相反的向量,那么

$$a = -b, b = -a, a + b = 0.$$

向量 a 加上 b 的相反向量,叫做 a 与 b 的差,即

$$a - b = a + (-b),$$

求两个向量差的运算,叫做向量的减法.

我们看到, $(a - b) + b = a + (-b) + b$

$$= a + 0 = a,$$

于是求 $a - b$ 就是求一个向量,它与 b 的和等于 a ,从而得到 $a - b$ 的作图方法.

如图 1-9, 已知 a, b , 在平面内任取一点 O , 作 $\overrightarrow{OA} = a, \overrightarrow{OB} = b$, 则 $\overrightarrow{BA} = a - b$, 即 $a - b$ 可以表示为从向量 b 的终点指向向量 a 的终点的向量.



图 1-9

想一想

(1) 图 1-9 中, 如果从 a 的终点到 b 的终点作向量, 那么所得向量是什么?

(2) 如图 1-10, $a \parallel b$, 怎样作出 $a - b$ 呢?

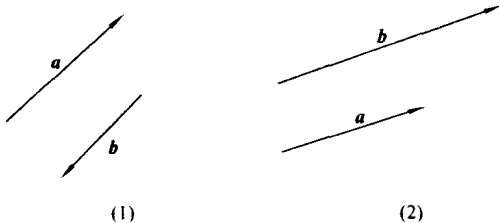


图 1-10

例 3 如图 1-11(1), 已知向量 a, b, c, d , 求作向量 $a - b, c - d$.

作法: 如图 1-11(2), 在平面内任取一点 O , 作 $\overrightarrow{OA} = a, \overrightarrow{OB} = b, \overrightarrow{OC} = c, \overrightarrow{OD} = d$, 作 $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DC}$, 则

$$\overrightarrow{BA} = a - b, \overrightarrow{DC} = c - d.$$