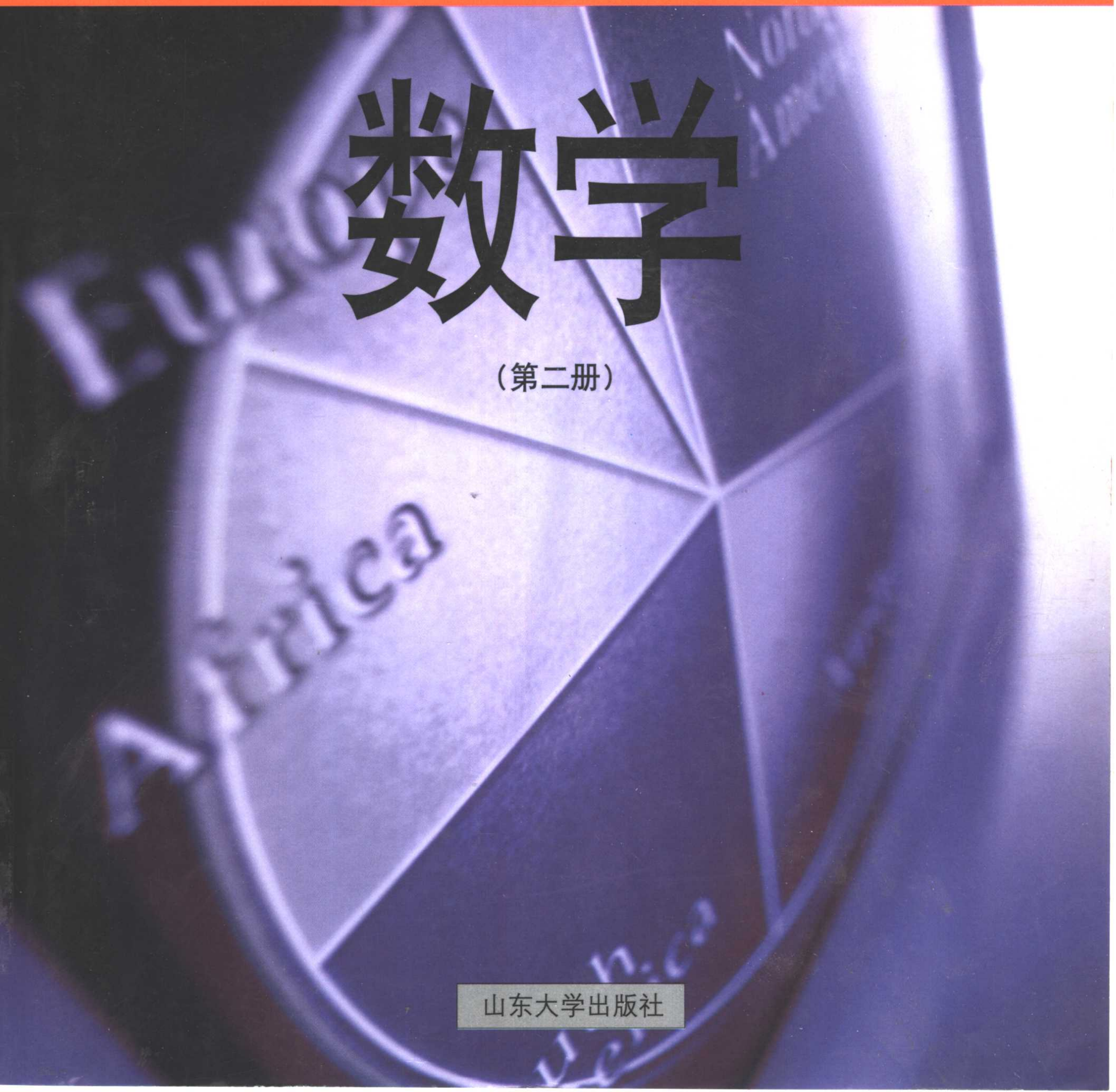
山东省五年制师范学校统编教材（试用本）

数学

（第二册）



山东大学出版社

山东省五年制师范学校统编教材(试用本)

数　学

(第二册)

陆书环　主编

山东大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学.第2册/陆书环主编.—济南:山东大学出版社,2001.6(2002.6重印)
山东省五年制师范学校统编教材
ISBN 7-5607-2275-X(2003.6重印)

Ⅰ.数…
Ⅱ.陆…
Ⅲ.数学-师范学校-教材
Ⅳ.O1

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第033031号

山东大学出版社出版发行
(山东省济南市山大南路27号 邮政编码:250100)
山东省新华书店经销
山东新华印刷厂印刷
787×1092毫米 1/16 16.5印张 381千字
2001年6月第1版 2003年6月第4次印刷
印数:21001-30000册
定价:18.80元

前　言

山东省五年制师范学校数学教科书(试用本)是受山东省教育厅委托,根据省教育厅制定的《山东省五年制师范小学教育专业教学计划(试行)》编写的必修教材.

这套数学教科书共分六册,包括《数学》第一、二、三册,《高等数学》(文)、《高等数学》(上)、《高等数学》(下)、《小学数学教材教法与研究》.

各地在使用这套数学教科书时,可以根据具体情况,参照下表对数学课程进行安排:

学　年		周课时数	科　目
一年级		3	《数学》第一册
二年级		4	《数学》第二册
三年级		1	《小学数学教材教法与研究》
		4	《数学》第三册
四年级	文	2	《小学数学教材教法与研究》
		2	《高等数学》
	理	2	《小学数学教材教法与研究》
		6	《高等数学》(上)
五年级	文	2	2
	理	4	《高等数学》(下)

本书是山东省五年制师范学校数学教科书(试用本)《数学》第二册,内容包括平面向量,直线,圆锥曲线方程,直线、平面、简单几何体,数列和数学归纳法,排列、组合、二项式定理.供五年制师范学校数学课二年级全学年使用.

本书由陆书环任主编，臧思选、刘秋香、孙明红、韩振来、高荆任副主编.承担各章撰稿任务的人员顺序依次为陆书环(第一章)、臧思选(第二章)、韩振来(第三章)、刘秋香(第四章)、孙明红(第五章)、高荆(第六章).全书由陆书环拟纲和通稿、定稿.在成书过程中，曲阜师范大学数学教学论研究生冯晓华、冯振举、徐成周和李本星老师参与了大量工作.

本书在编写过程中参阅了人民教育出版社的有关教材，并得到山东省教育厅师范处、山东省教学研究室、曲阜师范大学数学系、济南大学数学系、济南师范学校、青岛师范学校、曲阜师范学校和山东大学出版社的大力帮助，同时曲阜师范大学数学系赵增勤教授和郑恒武教授对书稿作了仔细审阅，提出很多宝贵意见，谨此一并致谢.

由于编者水平所限，加之成书仓促，书中难免有错误和疏漏，欢迎有关专家和广大师生批评指正.

编 者

2001 年 6 月

出版说明

当今世界，科学技术突飞猛进，知识经济已见端倪，国力竞争日趋激烈。国运兴衰，系之教育，振兴教育，师资先行。建设一支高素质的教师队伍是教育改革和发展的根本大计。《面向21世纪教育振兴行动计划》明确提出："2010年前后，具备条件的地区力争使小学和初中专任教师的学历分别提升到专科和本科层次。"为此，我省决定，根据经济和教育发展的实际，从2000年起，中等师范学校招收的学生，学制将全部由原来的三年制改为五年一贯制，培养具有大专程度的小学教师。为搞好五年制师范教育教学改革，提高教育质量，山东省教育厅于2000年2月颁发了《山东省五年制师范小学教育专业课程方案（试行）》，并组织制定各科教学大纲和编写出版与之配套的统编教材。编写该套教材的指导思想本着贯彻邓小平同志教育要"面向现代化、面向世界、面向未来"的指示精神，遵循"综合培养，强化素质，一专多能，全面发展"的原则，根据小学教师职业教育的特点和学生身心发展的规律，按照培养专科程度小学教师的目标要求，充分发挥五年一贯学制的优势，优化课程组合，构建科学的教材体系。

本套教材是由山东省教育厅组织省内师范高校的有关专家、教授和骨干教师，在充分吸收相关课程及教学改革成果的基础上编写的。参编人员为此付出了大量的劳动，谨在此表示诚挚的感谢。由于本书编写时间仓促，难免有不当之处，敬请批评指正。

本书编委会

2000年6月

山东省五年制师范学校统编教材
编委会成员名单

目 录

第一章

平面向量

1.1 向量的概念

自然界的一切物质都是以"量"的形式存在的,其中一种"量",只有大小,如物体的体积、图形的面积、物体的温度等.这种量只需我们说出一个数目,就会给别人十分清楚的印象,称其为数量.另外,还有一种"量",仅有大小不足以说明"量"的状态,例如某轮船以每小时 50 海里的速度行驶,如果不说明速度的方向,难以描述这种量的特征,像物理学中的力、速度、位移等.

我们把既有大小又有方向的量叫做**向量**,并用一条有向线段(带有方向的线段)来表示,用有向线段的长度表示向量的大小,用箭头所指的方向表示向量的方向,如图 1-1.

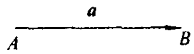


图 1-1

向量也可用字母 **a**①, **b**, **c**, …等表示,或用表示向量的有向线段的起点和终点字母表示(起点写在前面,终点写在后面).例如,图 1-1 中的向量可表示成 **a** 或$\overrightarrow{AB}$等.

向量$\overrightarrow{AB}$的大小,也就是向量的**长度**(或称**模**),记作$|\overrightarrow{AB}|$.长度为 0 的向量,叫做**零向量**,记作 **0**;长度等于 1 个单位长度的向量,叫做**单位向量**.

方向相同或相反的非零向量叫做**平行向量**.如图 1-2 中的 **a**, **b**, **c** 就是一组平行向量.向量 **a**, **b**, **c** 平行,记作 **a**∥**b**∥**c**.我们规定**0**与任一向量平行.

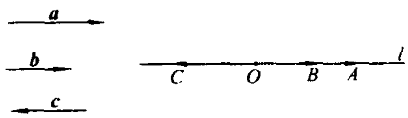


图 1-2

长度相等且方向相同的向量叫做**相等向量**.向量 **a** 与 **b** 相等,记作 **a** = **b**,零向量与零向量相等.任意两个相等的非零向量,都可用同一条有向线段来表示,并且与有向线段的起点无关.

如图 1-2,任作一条与 **a** 所在直线平行的直线 l,在 l 上的任取一点 O,则可在 l 上分别作出$\overrightarrow{OA}$ = **a**, $\overrightarrow{OB}$ = **b**, $\overrightarrow{OC}$ = **c**,这就是说,任一组平行向量都可移到同一直线上,因此,平行向量也叫做**共线向量**.

例 如图 1-3,设 O 是正六边形 $ABCDEF$ 的中心,分别写出图中与向量$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$相等的向量.

---

① 印刷用黑体 **a**,书写用 $\vec{a}$.

解：$\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DO}$；

$\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{EO}$；

$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{FO}$.

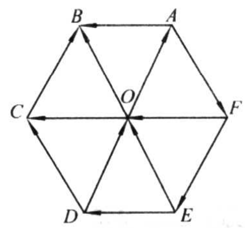


图 1-3

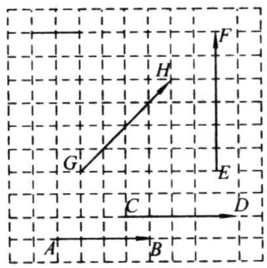
想一想

向量$\overrightarrow{OA}$与$\overrightarrow{FE}$相等吗？向量$\overrightarrow{OB}$与$\overrightarrow{AF}$相等吗？

练　习

1. 非零向量$\overrightarrow{AB}$的长度怎样表示？非零向量$\overrightarrow{BA}$的长度怎样表示？这两个向量的长度相等吗？这两个向量相等吗？

2. 指出图中各向量的长度.



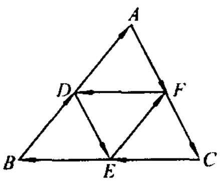
（第 2 题）

3. (1) 用有向线段表示两个相等的向量，如果有相同的起点，那么它们的终点是否相同？

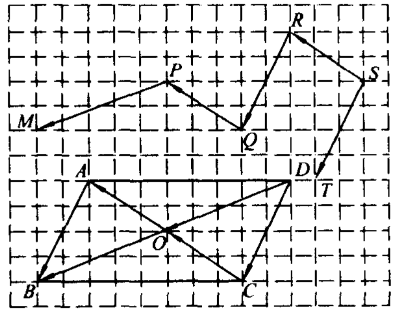
   (2) 用有向线段表示两个方向相同但长度不同的向量，如果有相同的起点，那么它们的终点是否相同？

习　题　一

1. 画有向线段，分别表示一个方向向上大小为 18 N 的力和一个方向向下大小为 28 N 的力(用 1 cm 的长度表示 10 N).
2. 如图，D,E,F 分别是$\triangle ABC$ 各边的中点，写出图中与$\overrightarrow{DE},\overrightarrow{EF},\overrightarrow{FD}$相等的向量.
3. 如图，在方格纸上的$\square ABCD$ 和折线 $MPQRST$ 中，点 O 是$\square ABCD$ 的对角线的交点，且$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a},\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b},\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{c}$，分别写出图中与 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 相等的向量.



（第 2 题）



（第 3 题）

1.2 向量的加法与减法

1.2.1 向量的加法

我们知道，数是可以进行加减运算的. 同样，向量也可以进行加减运算，下面我们先学习向量的加法.

如图 1-4，已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，在平面内任取一点 A，作 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，则向量 $\overrightarrow{AC}$ 叫做 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和，记作 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，即

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}.$$

求两个向量和的运算，叫做**向量的加法**.

对于零向量与任一向量 $\boldsymbol{a}$，有

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{0}+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}.$$

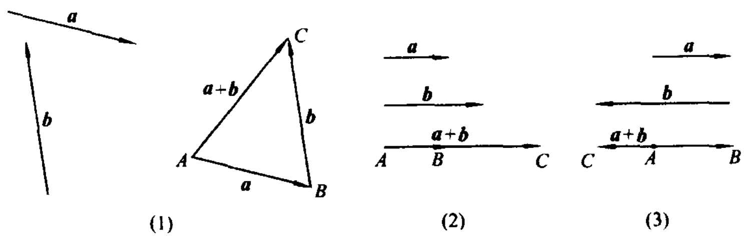


图 1-4

例 1 已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$（图 1-5(1)）求作向量 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

作法：在平面内任取点 O（图 1-5(2)），作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

向量的加法满足交换律和结合律，即

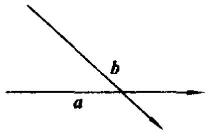
$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a},$$

$$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}).$$

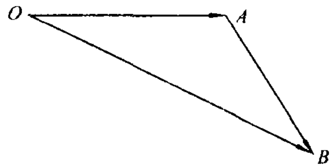
事实上，如图 1-6 可知，作▱$ABCD$，使 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{DC}=\boldsymbol{a}$.

因为 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$，

所以 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$.



(1)



(2)

图 1-5

由图 1-6 可知,以同一点 A 为起点的两个已知向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 为邻边作▱$ABCD$,则以 A 为起点的对角线$\overrightarrow{AC}$就是 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和,我们把这种作两个向量和的方法叫做**向量加法的平行四边形法则**.而前面根据向量加法的定义得出的求向量和的方法,称为**向量加法的三角形法则**.

对于结合律,通过图 1-7 很容易验证.

由于向量的加法适合交换律与结合律,多个向量的加法运算就可按照任意的次序与任意的组合来进行了.

例如:$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d})=(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{d})+(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})$;

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}+\boldsymbol{e}=[\boldsymbol{d}+(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})]+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{e})$.

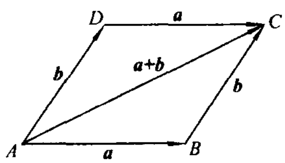


图 1-6

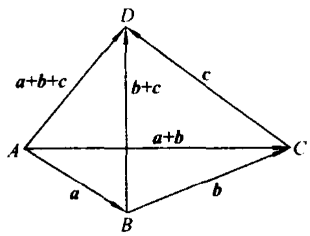


图 1-7

例 2 一艘船以 $2\sqrt{3}$ km/h 的速度向垂直于对岸的方向行驶,同时河水的流速为 2 km/h,求船实际航行速度的大小与方向(用与流速间的夹角表示).

解:如图 1-8,设$\overrightarrow{AD}$表示船向垂直于对岸行驶的速度,$\overrightarrow{AB}$表示水流的速度,以 AD,AB 为邻边作▱$ABCD$,则$\overrightarrow{AC}$就是船实际航行的速度.

在 Rt△ABC 中,$|\overrightarrow{AB}|=2$ km/h,$|\overrightarrow{BC}|=2\sqrt{3}$ km/h,

所以 $$|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{BC}|^2}=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}=4.$$

因为 $\tan\angle CAB=\dfrac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$,

所以 $\angle CAB=60^\circ$.

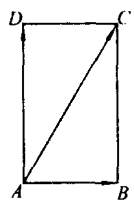


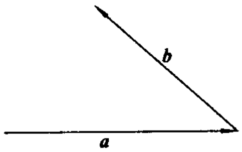
图 1-8

答:船实际航行速度的大小为 4 km/h,方向与流速之间的夹角为 60°.

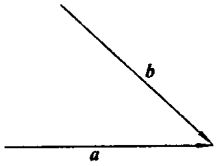
练　习

1. 如图，已知 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，用向量加法的三角形法则作出 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

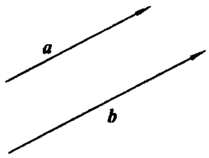
(1)



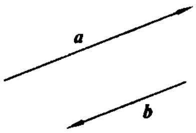
(2)



(3)

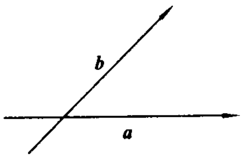


(4)

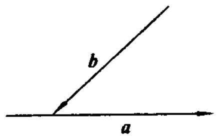


2. 如图，已知 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，用向量加法的平行四边形法则作出 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

(1)



(2)



3. 根据图示填空：

(1) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{d}=$ ________；

(2) $\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}=$ ________.

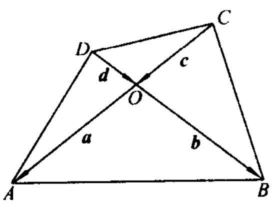
4. 根据图示填空：

(1) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=$ ________；

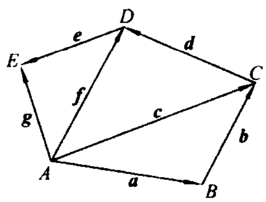
(2) $\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}=$ ________；

(3) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{d}=$ ________；

(4) $\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}+\boldsymbol{e}=$ ________.



（第 3 题）



（第 4 题）

1.2.2　向量的减法

与 $\boldsymbol{a}$ 长度相等，方向相反的向量，叫做 $\boldsymbol{a}$ 的**相反向量**，记作 $-\boldsymbol{a}$，并且规定，零向量的

相反向量仍是零向量，于是，

$$-(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{a}.$$

任一向量与它相反向量的和是零向量，即

$$\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=(-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a})=\boldsymbol{0}.$$

所以，如果 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是互为相反的向量，那么

$$\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b},\ \boldsymbol{b}=-\boldsymbol{a},\ \boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=0.$$

向量 $\boldsymbol{a}$ 加上 $\boldsymbol{b}$ 的相反向量，叫做 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，即

$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b}),$$

求两个向量差的运算，叫做**向量的减法**.

我们看到，$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})+\boldsymbol{b}$

$$=\boldsymbol{a}+0=\boldsymbol{a},$$

于是求 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 就是求一个向量，它与 $\boldsymbol{b}$ 的和等于 $\boldsymbol{a}$，从而得到 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 的作图方法.

如图 1-9，已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$，在平面内任取一点 O，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，即 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 可以表示为从向量 $\boldsymbol{b}$ 的终点指向向量 $\boldsymbol{a}$ 的终点的向量.

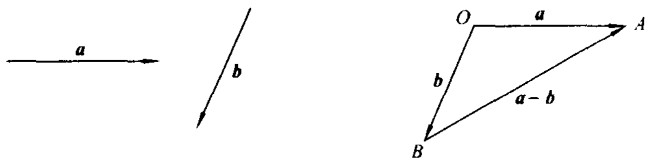
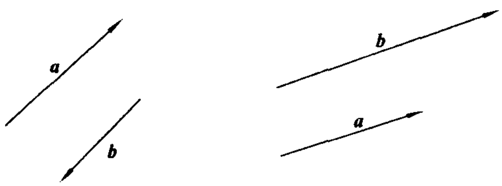


图 1-9

想一想

(1) 图 1-9 中，如果从 $\boldsymbol{a}$ 的终点到 $\boldsymbol{b}$ 的终点作向量，那么所得向量是什么？

(2) 如图 1-10，$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，怎样作出 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 呢？



(1)　　(2)

图 1-10

例 3　如图 1-11(1)，已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c},\boldsymbol{d}$，求作向量 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}-\boldsymbol{d}$.

作法：如图 1-11(2)，在平面内任取一点 O，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$，$\overrightarrow{OD}=\boldsymbol{d}$，作 $\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{DC}$，则

$\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{DC}=\boldsymbol{c}-\boldsymbol{d}$.