

高等学校教学用书

高等数学教材使用說明书

GAODENG SHUXUE JIAOCAI
SHIYONG SHUOMINGSHU

(化工类型专业部分)

高等数学教科书編审委员会編

人民教育出版社

高等学校教学用书



高等数学教材使用说明书

GAODENG SHUXUE JIAOCAI
SHIYONG SHUOMINGSHU

(化工类专业部分)

高等数学教科书编审委员会编

人民教育出版社

这是配合高等数学（化工类专业部分）的教材使用说明书，指出在使用该教材的过程中，如何贯彻教材的思想性，培养学生独立工作能力，以及如何把教学的各个环节有机地配合起来，使它们在一定程度上起着教学、生产、科研三结合的作用。

书内各章除了说明目的要求等以外，还附有大型作业，可伊教师在结合本地本校实际情况，安排大型作业的参考。

高等数学教材使用说明

（化工类专业部分）

高等数学教科书编审委员会编

人民教育出版社出版

高等学校数学书编辑部
北京宣武门内大街27号

北京市书刊出版业营业许可出字第2号

工人日报印书厂印装 新华书店发行

统一书号 13010·896 开本 850×1168 1/32 印张 14

字数 34,000 印数 0001—30,000 定价（6）角 0.11

1960年10月第1版 1960年10月北京第1次印刷

目 录

第一章	数理方程.....	1
第二章	概率与数理统计初步.....	7
第三章	经验公式.....	13
第四章	算图.....	14
第五章	复变函数.....	17

第一章 数理方程

I. 总的說明 数理方程的研究对象是物理、力学、工程技术、尖端科学中常常遇到的一些偏微分方程的定解問題，其范围极其广泛。本章只研究工程中常用的三个典型方程，即波动方程、热传导方程、拉普拉斯方程。由于数理方程在生产实践中得到越来越广泛的应用，它的发展完全符合实践—理論—实践的原则，因此在内容上要特別強調貫徹理論联系实际的精神，闡明数理方程的实际意义，同时要密切結合专业的需要。为結合化工类型的基础技术課(如化工原理、物理化学)及专业課(如硅酸盐)，本章应以热传导方程为主要研究对象，同时为配合专业課中常用的方法，本章介紹了分离变量法、差分方法和图解法。内容的詳細安排如下：

波动方程 对弦的横振动現象这一物理問題进行分析，提炼出数学問題，从而建立一維波动方程，同时給出三維波动方程，由此引入偏微分方程的概念。通过特殊方程的求解來說明偏微分方程的一般解中含有任意函数，以此闡明单凭描述振动过程的微分方程，尚不足以唯一地确定这个物理現象，还必须加上某些附加条件，从而引入边值条件和初始条件。通过对振动現象的具体分析引导出富里哀方法，然后再由对弦的自由振动問題的具体研究，闡明这个方法的实质，并說明解的物理意义，从而体现出数理方程在概念和方法上都是密切联系实际的。最后再給出非齐次方程的解法。

热传导方程 在場論中已建立过热传导方程，因此这里直接給出这个方程，但要突出一維热传导方程，說明它描述单向不穩定

傳熱現象，同時指出這類方程並不僅僅描述熱傳導現象，如兩種氣體擴散問題及有關質量傳遞問題仍導出這個類型的方程。由於熱傳導方程在化工專業中有着廣泛的應用，因此着重分析了各種邊界情況，從而給出了三種類型的邊值條件，並通過富里哀方法求出問題的解。在研究無限長圓柱體的導熱問題的同時，給出了貝塞爾函數的有關概念，以滿足專業的需要。

拉普拉斯方程 通過穩定的熱傳導問題給出拉普拉斯方程，同時通過研究不可壓縮流体無旋渦的穩定流動也導出這個方程，以說明這個方程的廣泛的實際意義。由具體的物理現象指出對於拉普拉斯方程只研究邊值問題，再通過富里哀方法給出簡單平面域上邊值問題的解。同時用實例說明三維空間的邊值問題往往通過簡化轉化為二維空間的問題，甚至轉化為常微分方程問題。

差分方法和圖解法 這是專業中常用的方法。由於專業中所涉及的問題往往邊值條件和域比較複雜，只憑富里哀方法已不能解決問題，因此要用近似方法來求解。通過差商概念，將解偏微分方程的問題轉化為解代數方程。對於熱傳導方程，指出通過它的差分方程，直接由邊值和初值即可求出各節點處所求函數的近似值，專業中常常用圖解法將解表達出，而拉普拉斯方程的差分方程的解要通過解代數方程組才能求出，為此我們介紹了常用的迭代法。

四年制的化工類型專業不講波動方程、貝塞爾函數、無限長圓柱體的熱傳導問題以及差分法、圖解法。因不講波動方程，故對一般概念（如偏微分方程的定義、解等）應先作介紹。

II. 有關教學過程的建議 教學過程中應本着聯系實際、加強理論、結合專業的原則，貫徹三結合的精神。三結合的精神要通過教學方式方法的改革、習題課、自學及大型作業來實現。在講授

每种方程时,都要詳細分析实际問題,提炼出数学問題,从而建立出方程并找出初始条件和边值条件,然后将所研究的物理現象轉化为求偏微分方程定解問題的解,最后再說明解的物理意义,以体现实践—理論—实践的原則。

波动方程以課堂讲授为主,重点是分析物理現象,找出决定振动現象的主要因素,撇开次要的东西,建立描述振动現象的微分方程。要突出闡明边值条件、初始条件的实际意义及其重要性。通过对自由振动齐次边值条件的求解詳細闡明分离变量法的实质和步驟,为用同样方法解热傳导方程及拉普拉斯方程奠定基础。在讲授热傳导方程时,除了給出方程外,要通过单向热傳导現象充分闡明三种边值条件的实际意义。至于—維热傳导方程的解法,五年制的由于已讲过波动方程的解法,因此可不作課堂讲授,結合习题留給学生自学,达到进一步掌握富里哀方法的目的。但四年制的应重点讲授。在讲授拉普拉斯方程时,除了再一次熟練富里哀方法外,要通过实例着重說明如何将实际問題簡化(如三維簡化为二維問題),从而簡化解的步驟。最后在讲授近似解法时,应着重指出差商与导数、差分方程与偏微分方程的关系,并強調热傳导方程的图解法。

在热傳导方程与拉普拉斯方程二节后,各布置一次习题課,其目的是使學生更熟練地掌握富里哀方法,并通过作題掌握各类型边界条件下的富里哀解法。为貫徹三結合的精神,本章布置两次大型作业,一次是有关热傳导問題,一次是有关差分方法。大型作业的題目选自专业的实际問題,其性質具有綜合性、复杂性。对大型作业的要求是能从实际問題建立方程,分析出問題的边值条件和初始条件,求其解并討論解的物理意义,培养学生用数理方法解决实际問題的能力。

III. 时数分配

內 容	講 授 时 数	习 題 課 时 数	大 型 作 业 时 数
波动方程	4(0)		
热传导方程	7(5)	2(2)	2(2)
拉普拉斯方程	4(4)	2(2)	
差分方法	3(0)		2(2)

IV. 参考书

吉洪諾夫著: 数学物理方程;

斯米尔諾夫著: 高等数学教程二卷三分册;

J. M 巴图涅尔 } 著 化工数学。
M. E 波 津 }

大型作业

一、热传导問題

I. 題目 在工业建設中, 为了安全, 要在設備中建筑一个防火壁, 若防火壁的厚度为 l , 傳热系数为 k , 設其一面的溫度保持在恒温 u_0 , 另一面具有护热面(除輻射外, 不散发热量)。护热面的耐热度是 u_1 , 試討論如下的問題:

(i) 經歷多少時間护热面失去作用(不計輻射)。

(ii) 如何根据設計要求(如規定的 u_0 及時間) 和实际材料的种类及价格来选用最經濟的材料。

II. 提示 所給題目是要求問題

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \\ u|_{x=0} = u_0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=l} = 0; \\ u|_{t=0} = \varphi(x) \end{cases}$$

的解。

若令 $u(x, t) = u_0 + v(x, t)$, 則以上問題化為零邊值條件, 再用富里哀方法求解。對解 $u(l, t)$ 的級數表達式, 用近似方法求出 t_0 , 使 $u(l, t_0) \approx u_1$, 從而確定出問題的第一個答案。根據設計要求, 由給定的 u_1, u_0 及時間 t , 由各種材料的 k 及 l , 再由各種材料的價格, 選擇最經濟的材料 (其中 k 為內熱傳導系數)。

二、差分方法

I. 題目 設某爐牆由粘土磚砌成, 牆厚為 230 毫米。假如開爐後經過 2 小時爐膛內部牆壁的温度均勻地升高到 1300°C , 以後温度就不再改變, 而爐膛外部牆壁和周圍介質有熱交換, 爐牆整個厚度的開始温度和周圍介質的温度都等於 20°C , 試用差分法及圖解法求爐牆內部温度的分布和開爐 10 小時後外表面的温度。

II. 解法 設粘土磚的得熱系數、比熱和密度分別為:

$k = 1$ 千卡/米·小時·度; $c = 0.26$ 千卡/公斤; $\rho = 1800$ 公斤/米³。牆的外表面向空氣的傳熱系數為 $\alpha = 20$ 千卡/米²·小時·度。

把外牆厚分為四層, 則 $\Delta x = \frac{0.23}{4} = 0.0575$ 米, 時間間隔按:

$\Delta z = \frac{\Delta x^2}{2a^2}$ 求得, 其中 a^2 為導熱系數, 它等於:

$$a^2 = \frac{\lambda}{k\rho} = \frac{1}{0.26 \times 1800} = 0.00214 \text{ 米}^2/\text{小時}。$$

所以 $\Delta z = \frac{0.0575^2}{2 \times 0.00214} = 0.77$ 小時。

在此時間間隔內, 爐子表面温度升高為:

$$\frac{1300 - 20}{2} \times 0.77 = 493^\circ\text{C}。$$

在 Δz 時間間隔內表面温度的變化為:

$$t_{0\Delta z, 0\Delta z} = 20^\circ\text{C},$$

$$t_{1\Delta z, 0\Delta z} = 20^\circ + 493^\circ = 513^\circ\text{C},$$

$$t_{2\Delta z, 0\Delta x} = 513^\circ + 493^\circ = 1006^\circ\text{C},$$

$$t_{3\Delta z, 0\Delta x} = 1300^\circ\text{C},$$

$$t_{4\Delta z, 0\Delta x} = 1300^\circ\text{C}.$$

在各時間間隔內，炉牆內的溫度為：

$$t_{1\Delta z, 1\Delta x} = 20^\circ,$$

$$t_{2\Delta z, 1\Delta x} = \frac{1}{2}(t_{1\Delta z, 0\Delta x} + t_{1\Delta z, 2\Delta x}) = \frac{513 + 20}{2} = 266^\circ\text{C},$$

$$t_{2\Delta z, 2\Delta x} = \frac{1}{2}(t_{1\Delta z, 1\Delta x} + t_{1\Delta z, 3\Delta x}) = \frac{20 + 20}{2} = 20^\circ\text{C},$$

$$t_{3\Delta z, 1\Delta x} = \frac{1}{2}(t_{2\Delta z, 0\Delta x} + t_{2\Delta z, 2\Delta x}) = \frac{1006 + 20}{2} = 513^\circ\text{C},$$

$$t_{3\Delta z, 2\Delta x} = \frac{1}{2}(t_{2\Delta z, 1\Delta x} + t_{2\Delta z, 3\Delta x}) = \frac{266 + 20}{2} = 143^\circ\text{C}.$$

用這樣的方法，一直求到時間間隔為 $6\Delta z$ 時的溫度（如下表）。為了求得 $t_{7\Delta z, 1\Delta x}$ 這一溫度，就必須知道表面溫度 $t_{6\Delta z, 0\Delta x}$ 。這溫

時 間		內表面的溫度 $0\Delta x$ 0.0	爐 壁 厚 度				外表面的溫度 $6\Delta x$ 0.0
Δz	小時		$1\Delta x$ 0.0575	$2\Delta x$ 0.115	$3\Delta x$ 0.1725	$4\Delta x$ 0.23	
$0\Delta z$	0.00	20	20	20	20	20	20
$1\Delta z$	0.77	513	20	20	20	20	20
$2\Delta z$	1.54	1006	266	20	20	20	20
$3\Delta z$	2.31	1300	513	143	20	20	20
$4\Delta z$	3.08	1300	721	266	81	20	20
$5\Delta z$	3.85	1300	783	401	143	50	20
$6\Delta z$	4.62	1300	859	463	226	82	39
$7\Delta z$	5.39	1300	881	536	272	137	74
$8\Delta z$	6.16	1300	918	575	336	173	94
$9\Delta z$	6.93	1300	936	627	372	215	111
$10\Delta z$	7.70	1300	964	659	421	241	123
$11\Delta z$	8.47	1300	980	682	450	272	137
$12\Delta z$	9.24	1300	996	715	482	294	147
$13\Delta z$	10.01	1300	1007	739	504	315	158

度可由下式求得:

$$t_{\delta\Delta z, 0\Delta x} = \frac{\alpha\Delta x t_2 + \lambda t_{\delta\Delta z, \beta\Delta x}}{\lambda + \alpha\Delta x} = \frac{20 \times 0.0575 + 20 + 1 \times 82}{1 + 20 \times 0.0575} = 49^\circ\text{C}.$$

所以温度 $t_{7\Delta z, 4\Delta x}$ 为:

$$t_{7\Delta z, 4\Delta x} = \frac{1}{2}(225 + 49) = 137^\circ.$$

求得表面温度 $t_{7\Delta z, 0\Delta x}$, 我們就可求出 $t_{\delta\Delta z, 0\Delta x}$, 其余依此类推。計算結果得上表。

第二章 概率与数理统计初步

I. 总的说明 概率与数理统计的内容和应用十分广泛, 本章只能根据化工专业的需要作重点介绍。

概率与数理统计在化工专业的应用, 有下列各方面:

物理化学中“酶”的研究和计算是以概率与数理统计为工具的;

量子化学中, 波茨曼-爱因斯坦统计法等应用了统计中的正态分布等。

“催化剂在有机化学中的应用”中活性集团理论应用了统计中的卜瓦松分布。

化工专业的测量与实验中, 数据的误差处理应用度量问题的误差理论; 计算测量结果的各种平均值应用随机变量分布特征中的平均值理论等方面。

上面所指出的很不完全, 仅供参考。

在本章的教学中应该注意下列问题:

(1) 在讲课中, 必须贯彻辩证唯物主义观点, 批判形而上学的唯心主义观点。例如在讲随机事件时, 对偶然性、必然性的看法, 应

充分指出辯證唯物主義的觀點，在這個基礎上，再來批判形而上學的觀點。

(2) 在教學中，必須貫徹三結合的精神，在課堂教學中應結合專業的需要、專業的內容進行講授。課外設有兩次大型作業，三次習題課（具體內容見後面介紹）。培養同學綜合解決實際問題的能力。

II. 有關教學過程的建議

§ 2.1 引言

簡單的介紹概率與數理統計的內容，舉出化工專業的實例，闡明這門學科在化工方面的應用，同時指出學習本章的目的和內容。

§ 2.2 概率的基本概念

這一節只作基本介紹。講授時，不論基本概念或運算法則都應從實際問題引入，從實際問題的分析中闡明各個概念、法則引入的必要性。所舉例題應簡單而又能說明問題。

具體內容

1. 由實際問題（化工或生產實際問題）引入隨機事件、必然事件、不可能事件的概念。在講偶然性與必然性的看法時，必須指出辯證唯物主義的觀點，批判形而上學的唯心主義觀點。

2. 由實例指出概率的古典定義、統計定義是從客觀事物抽象出來的，通過實例使同學掌握各種運算法則並進一步了解概率的概念。

3. 概率的運算法則只作一般的介紹，從分析例子總結出規律，再抽象出數學公式。所舉例題應結合生產與專業。

4. 講完各運算法則後，應舉出綜合的例題，從對這些例題的分析中，使學生對這些法則有進一步的了解和掌握。

應該指出，不論在講授概念或應用舉例時，必須拋棄關於賭博之類的内容，因為擲骰子玩橋牌是沒有實際意義的。

§ 2.3 隨機變量及其分布

本節重點應放在隨機變量的概念、分布律等問題上。具體內容：

1. 舉出大量的有關隨機變量的實例，使學生在較豐富的感性知識基礎上，再抽象地給出隨機變量的數學定義（但不必給出嚴格的定義）。

2. 從對例題的分析中，指出引入分布律、統計場的必要性。

3. 分布函數應從實際問題中引入，它的性質可簡單地介紹。

在本節的教學中，我們建議用一個綜合的例子把隨機變量、分布律、統計場、分布函數等概念有機地聯繫起來。使學生清楚地認識到，本節各概念是客觀現實的反映。

§ 2.4 隨機變量的分布特徵

本節重點是平均值及其性質、均方差及其性質。數学期望、中數和眾數只作一般介紹。

具體內容

1. 從化工的實際例子引入算術平均值，給出平均值的數學定義。

2. 舉例說明引入加權平均值的必要性，並給出它的數學定義。

3. 由對實例的分析，引入數学期望的概念。指出數学期望、平均值的共性與區別，介紹平均值的性質，指出數学期望的性質可由平均值的性質平引而得，不必重複推导。從實際問題引入均方差概念之後，給出數學定義及其性質。

4. 中數、眾數只作簡單的介紹。

§ 2.5 几个常见的分布

正态分布的性质及其应用是本节讲授的重点。二项分布、卜瓦松分布只作一般介绍。

具体内容

1. 从实际问题总结出正态分布的特性之后，直接给出正态分布律的数学表达式。

2. 说明正态分布律中参数 μ, σ 的几何意义，使学生形象地了解它们的含义。

3. 由实际问题引入二项分布和卜瓦松分布，再在摆出实际问题之后，推导它的规律。

4. 指出正态分布、二项分布和卜瓦松分布三者之间的关系。

在讲授各个分布时都应先摆出实际例子，再推出数学表达式。而不应该从二项分布取极限变成正态分布和卜瓦松分布来讲授。

§ 2.6 度量问题的误差理论

本节的重点是随机误差的概念及它所服从的正态分布律。各种误差的概念及相互之间的关系，其中以均方误差为主。

具体内容

1. 简述随机误差的产生，举例说明随机误差的四大规律性。

2. 误差方程的推导及误差曲线。

3. 由实例指出各种误差引入的必要性及它们之间的关系。

4. 最可信值的引入及平均误差、均方误差用残差的表示式。

5. 应用举例，以便综合地培养学生熟练各种误差的运用。

各种误差之间的关系不必全部推导，可根据具体的情况而定。

§ 2.7 相关

通过本节讲授,要求学生能根据实际数据建立迴归直线方程,了解相关系数的实际意义。

具体内容

1. 从实际问题提出相关概念,着重指出相关关系与变量本身之间的函数关系的区别;贯彻客观世界中各种事物的相互依赖、相互制约的辩证唯物主义观点。

2. 通过实例建立迴归直线方程。

3. 简述迴归直线方程数学推导的原理。

4. 揭露相关系数的实际意义。

在讲授中,以一个例子貫通全书,通过例子分析,归纳出本节全部内容。

III. 习题课、大型作业的说明与内容 大型作业是新的教学方式,为了帮助教员掌握它,我们提出下面一些参考性的意见。各校可按其精神结合当前专业的科研任务另选题目。

(1) 习题课的目的和内容:

第一次

内容: 概率论的基本概念和计算法则。

要求: 通过专业和生活的实例,进一步理解概率的概念及其运算法则的现实性。

第二次

内容: 平均值和均方差。

要求: 通过结合专业的实例,掌握平均值及均方差的求法,并理解它们的实际意义。

第三次

内容: 度量问题的误差理论。

要求：通过实例的演算，使学生掌握各种误差的求法和熟练地运用各种误差之间的关系。

(2) 大型作业

内容：随机变量的分布律。

结合专业课程，从实验中取得数据，列出统计表，检查它是否合乎某种分布律。计算 α 和 σ ，并作出分布曲线。

要求：通过实例，使同学全面地掌握随机变量的分布律。

IV. 时数分配

内 容	讲授时数	习题课时数	大型作业时数
引言			
概率的基本概念	3(3)	2(2)	
随机变量及其分布	2(2)		
随机变量的分布特征	3(3)	2(2)	
几个常见的分布	3(3)		5(5)
度量问题的误差理论	4(4)	2(2)	
相关	3(3)		

V. 参考书 主要的

Л. М. 巴图涅尔、М. Е. 波津著：化工数学；

В. В. 格涅金柯、А. Я. 辛钦著：概率论初阶。

次要的

德麟著：工业技术数理统计学；

Л. З. 龙西斯基著：概率及数理统计要义；

張眉人著：测定值计算基础；

В. В. 格涅金柯著：概率论教程；

艾思奇著：辩证唯物主义纲要。

第三章 經驗公式

I. 总的說明 經驗公式是处理实验数据必不可少的数学工具, 必須強調通过实践(实验)才能建立經驗公式, 而且經驗公式不仅要从計算上加以驗算, 更要通过实践加以檢查与修正。經驗公式是函数关系的近似表示法, 但不要因为它近似性而认为不重要, 实际上, 工程中的公式多是經驗公式。所以在教材处理上必須密切結合实际, 例如不宜抽象地讲解曲綫的直綫化, 教材中的例题与习题上用的都是真实数据, 但教师仍应根据各校具体情况, 从生产、科研或实验中, 更結合各校当前的任务, 选取例题与习题。在讲平均值时, 應該注意平均值的原则是 $\sum \delta_i = 0$, 但求出的經驗公式一般不能滿足 $\sum \delta_i = 0$ 。其原因有二: (1) 由于数据計算都是近似的, (2) 由于分类不恰当。此外, 确定經驗公式的常数, 还有一种差分法, 这种方法很少用, 所以未讲, 可看参考书。

II. 本章重点

1. 确定經驗公式的两个問題(判断类型与确定常数)及其处理方法。

2. 选点法、平均值法、最小二乘法的实质及其优缺点。

3. 能看出幂函数与指数函数的图形, 会直綫化, 并用直綫化或半对数坐标紙与半对数坐标紙的檢查, 会确定常数。

4. 会利用附录的表, 建立一般的經驗公式。

III. 有关教学过程的建議 在讲授本章内容时应密切結合专业的实际, 从生产科研和实验中选取具体問題进行讲解, 同时必須強調作題。作題时可結合计算机的操作进行。讲义中各例题的数据較多, 作图較化时间, 可先作好表与图, 挂在黑板上, 这样可以节