

一课一测

YIKEYICE

第四次修订

配人教大纲版·与新教材同步

高二数学

下(A)

学生用书



主 编:范胜魁 魏兰锋

分册主编:郭统福 李凤池

吉林人民出版社

一课一测

YIKEYICE

第四次修订

配人教大纲版·与新教材同步

学生用书

高二数学 ∇ (A)

主 编：范胜魁 魏兰锋
分册主编：郭统福 李凤池
分册副主编：王青春 刘 锐 阚亚君 崔艳波
编 者：贾彩丽 王恩勃 李丙胜 尹团则
战秀梅 包宝祥 高 勇 李瑞丰
高皓天 魏丽娟 赵雅杰



吉林人民出版社

(吉)新登字 01 号

策 划:吉林人民出版社综合编辑部策划室

执行策划:王治国

一课一测·高二数学·下 A(配人教大纲版)

吉林人民出版社出版发行(中国·长春人民大街 7548 号 邮政编码:130022)

网址:www.zgjf.com.cn 电话:0431-5378008

主 编 范胜魁 魏兰锋

分册主编 郭统福 李凤池

责任编辑 张长平 王胜利

封面设计 魏 晋

责任校对 梁 叶

版式设计 邢 程

印刷:北京东方七星印刷厂

开本:850×1168 1/16

印张:7 字数:169 千字

标准书号:ISBN 7 - 206 - 03757 - 7/G · 1119

2001 年 11 月第 1 版 2005 年 10 月第 4 次修订 2005 年 10 月第 1 次印刷

定价:9.00 元

如发现印装质量问题,影响阅读,请与印刷厂联系调换。

CONTENTS

目



录

第九章	直线、平面、简单几何体	1
9.1	平 面	1
9.2	空间直线	4
9.3	直线与平面平行的判定和性质	10
9.4	直线与平面垂直的判定和性质(一)	12
9.4	直线与平面垂直的判定和性质(二)	14
9.4	直线与平面垂直的判定和性质(三)	16
9.5	两个平面平行的判定和性质	19
9.6	两个平面垂直的判定和性质	21
9.7	棱 柱	28
9.8	棱 锥	33
	研究性学习课题:多面体欧拉定理的发现	38
9.9	球	40
	本章学习评价(一)	42
	本章学习评价(二)	45
第十章	排列、组合和二项式定理	49
10.1	分类计数原理与分步计数原理	49
10.2	排 列	51
10.3	组 合	53
10.4	二项式定理	58
	本章学习评价	60

目



录

第十一章 概 率	63
11.1 随机事件的概率	63
11.2 互斥事件有一个发生的概率	66
11.3 相互独立事件同时发生的概率	69
本章学习评价	72
 期中学习评价	 75
期末学习评价	78
答案与提示	82

第九章 直线、平面、简单几何体

9.1 平面



本课导学

④ 点击要点

公理 1: 如果一条直线上的_____在一个平面内, 那么这条直线上_____都在这个平面内.

公理 2: 如果两个平面有一个公共点, 那么它们还有_____, 且_____.

公理 3: 经过不在同一条直线上的三点, _____一个平面.

推论 1: 经过一条直线和_____, 有且只有一个平面.

推论 2: 经过两条_____, 有且只有一个平面.

推论 3: 经过两条_____, 有且只有一个平面.

④ 学习策略

解决本节习题的关键是: (1) 掌握平面的基本性质——3 个公理、3 个推论; (2) 综合应用空间点、线、面的关系进行证明; (3) 易错点是画直观图时, 实、虚线使用不当; 在证明题中, 理由叙述不充分或说理不清.

④ 高考展望

平面的概念及性质问题在高考中多以简单几何体为载体, 结合点、线、面间的位置关系进行考查, 很少出现单独考查这部分知识的题目.



随堂测评(一) 时间: 40 分钟 满分: 100 分

基础巩固

练好你的基本功!

一、训练平台(第 1~4 小题各 5 分, 第 5 小题 15 分, 共 35 分)

1. 对于下列命题: ①三角形是平面图形; ②任意四边形是平面图形; ③梯形是平面图形; ④对角线相交的四边形是平面图形. 其中正确命题的个数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

2. 一个平面内的三条直线可将此平面分成 ()

- A. 4 或 6 部分
B. 4, 5 或 6 部分
C. 4, 6 或 7 部分
D. 5, 6 或 7 部分

3. 已知 A, B, C 是平面 α 和 β 的公共点, $A \in \alpha, B \in \alpha$, 则点 C 与直线 a 的位置关系是_____.

4. 一条直线和这条直线外不共线的三个点, 能够确定的平面个数是_____个.

5. 如图 9-1 所示, $AB \parallel CD, AB \cap \alpha = B, CD \cap \alpha = D, AC \cap \alpha = E$, 求证 B, E, D 三点共线.

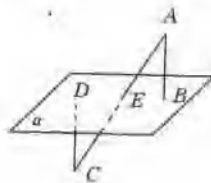


图 9-1

提升你的能力！

二、提高训练(第1~2小题各5分,第3小题15分,共25分)

1. 空间四点没有三点共线,可确定的平面个数是 n ,则 n 等于 ()
A. 1 · B. 4
C. 1 或 4 D. 以上都不对
2. 设 $A = \{\text{点 } P | P \in \text{直线 } l\}$, $B = \{\text{点 } Q | Q \in \text{平面 } \alpha\}$, $C = \{\text{点 } R | R \in \text{平面 } \beta\}$,若 $A \cap B = A$, $B \cap C = \emptyset$,则直线 l 与平面 β 的关系为_____.
3. 三个平面 α, β, γ 两两相交,有三条交线 a, b, c ,若 a 与 b 相交,求证 a, b, c 交于同一点.

三、探索发现(共 20 分)

$\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 不共面, 直线 AA' , BB' , CC' 两两相交, 求证 AA' , BB' , CC' 三条直线交于一点.

四、拓展创新(共 20 分)

3 个平面将空间分成几个部分, 都有哪几种情况? 试画图表示.

高考演练

试试你的身手！

※走近高考(不计入总分)

1. (2005 · 全国) 不共面的四个定点到平面 α 的距离都相等, 这样的平面共有 ()
A. 3 个
B. 4 个
C. 6 个
D. 7 个
2. (高考预测题) 如图 9 - 2 所示, E, F 分别是正方体的面 ADD_1A_1 和面 BCC_1B_1 的中心, 则四边形 BFD_1E 在该正方体的各面上的射影可能是 _____.

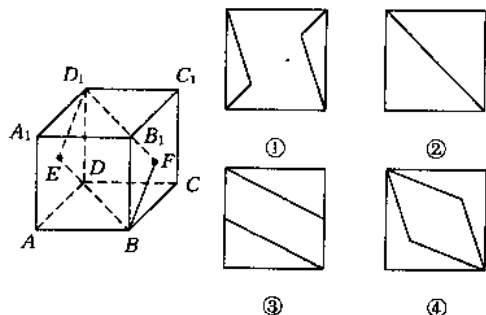


图 9-2

你有做错的题吗？请你更正过来！



随堂测评(二)

时间:40分钟 满分:100分

基础巩固

练好你的基本功!

一、训练平台(第1~4小题各5分,第5小题16分,共36分)

1. 有以下四个命题:

- ① $A \in l, B \in l, A \in \alpha, B \in \alpha \Rightarrow l \subset \alpha$; ② $A \in \alpha, a \not\subset \alpha \Rightarrow A \notin a$; ③ $\alpha \cap \beta = m, A \in m, A \in \alpha \Rightarrow A \in \beta$; ④ $A \in \alpha, B \in \alpha, A \in \beta, B \in \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta = AB$.

其中真命题的个数是

()

- A. 1个 B. 2个
C. 3个 D. 4个

2. 三条直线 a, b, c 两两相交于同一点 P , 那么经过其中的两条直线的平面共有

()

- A. 1个 B. 3个
C. 1个或3个 D. 1, 2或3个

3. 如果三条直线 a, b, c 两两平行, 则与这三条直线距离相等的平面有_____个.

4. 平面 α, β 相交, 在 α, β 内各取两点, 这四点都不在交线上, 这四点最多能确定_____个平面.

5. 画图表示下列符号所表示的关系.

(1) $A \in \text{平面 } \alpha$;

(2) $C, D \in \beta, CD \subset \beta$;

(3) $AB \subset \text{平面 } M, AC \cap \text{平面 } M = A$;

(4) 平面 $\alpha \cap \text{平面 } \beta = l$.

能力升级

提升你的能力!

二、提高训练(第1~2小题各5分,第3小题14分,共24分)

1. 空间四边形 $ABCD$ 中, 边 AB, BC, CD, DA 的中点分别为 E, F, G, H . 设 $AC + BD = l, EG =$

x , 则

()

- A. $x = \frac{l}{2}$ B. $x > \frac{l}{2}$
C. $x < \frac{l}{2}$ D. 不确定

2. 若 P 是 $\triangle ABC$ 所在平面外一点, $PB = PC = AB = AC, M$ 是线段 PA 上一点, N 是线段 BC 的中点, 则 $\angle MNB =$ _____.

3. 如图9-3所示, 设 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 是棱长为 a 的正方体, M, N, R, S, P, Q 分别是 $AA_1, CC_1, AD, CD, A_1B_1, B_1C_1$ 的中点, 求顺次连结这些中点所组成图形的面积.

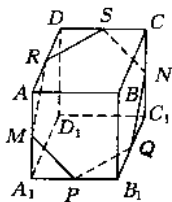


图9-3

三、探索发现(共20分)

在立体图形 $A-BCD$ 中, E, F 分别是 AB, BC 的中点, G, H 分别是 CD 和 AD 上的点, $\frac{DG}{DC} =$

$\frac{DH}{DA} = \frac{1}{3}$, 试探究直线 EH, FG, BD 的位置关系.

四、拓展创新(共 20 分)

如图 9-4 所示,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N, P 分别是 AB, A_1D_1, BB_1 的中点,画出过 P, M, N 三点的平面截正方体的截面.

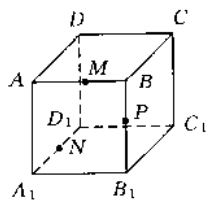


图 9-4

高考演练

试试你的身手!

※走近高考(不计入总分)

(2005·全国)正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P, Q, R 分别是 AB, AD, B_1C_1 的中点.那么正方体的过 P, Q, R 的截面图形是 ()

- A. 三角形
B. 四边形
C. 五边形
D. 六边形

你有做错的题吗? 请你更正过来!

9.2 空间直线



本课导学

④ 点击要点

1. 空间两直线的位置关系有_____, _____, _____. 若两直线没有公共点,则这两条直线的位置关系为_____, 异面直线是指_____.
2. 若一个角的两边与另一个角的两边分别平行且方向相同,那么这两个角_____.
3. 若两条相交直线和另两条相交直线分别平行,那么这两组直线所成的_____相等.
4. 直线 a, b 是异面直线,经过空间任意一点 O ,作直线 $a' \parallel a, b' \parallel b$,相交直线 a', b' 所成的_____叫做异面直线 a, b 所成的角.
5. 若两条异面直线所成的角是直角,我们就说这两条异面直线_____.

④ 学习策略

解决本节习题的关键是:(1)掌握空间两条直线的位置关系;(2)综合运用转化思想把空间图形转化为平面图形;(3)易错点是很容易把空间问题平面化处理,忽略空间直线的异面关系.

④ 高考展望

本节知识在高考中主要考查空间两直线的位置关系、异面直线所成的角,考点有异面直线所成的角、平行公理等.



随堂测评(一) 时间:40分钟 满分:100分

基础巩固

练好你的基本功!

一、训练平台(第 1~4 小题各 5 分,第 5 小题 14 分,共 34 分)

1. “ a, b 异面”指的是:① $a \cap b = \emptyset$, 且 a 不平行于

b ; ② $a \subset \text{平面 } \alpha, b \subset \text{平面 } \beta$, 且 $a \cap b = \emptyset$; ③ $a \subset \text{平面 } \alpha, b \not\subset \text{平面 } \alpha$; ④ 不存在平面 α , 能使 $a \subset \alpha$, 且 $b \subset \alpha$ 成立. 上述结论中,正确的是 ()

- A. ①② B. ①③



C. ①④

D. ③④

2. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 与对角线 AC_1 异面的棱共有 ()

A. 4 条

B. 6 条

C. 8 条

D. 12 条

3. 有三条直线 a, b, c , 若 $a \parallel b, b \cap c = A$, 则 a, c 的位置关系是 _____.

4. 空间三条直线, 若其中一条与另两条都相交, 那么这三条直线能确定的平面个数可能是 _____.

5. 如图 9-5 所示, 空间四边形 $ABCD$ 中, $AB \neq AC$, AE 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高, DF 是 $\triangle BCD$ 的边 BC 上的中线. 求证 AE 和 DF 是异面直线.

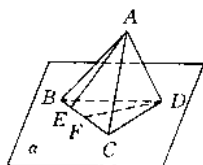


图 9-5

果 a 和 b 共面, b 和 c 共面, 则 a 和 c 也共面;

④如果 a 和 b 异面, b 和 c 异面, 则 a 和 c 也异面. 其中真命题的个数是 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

2. 一条直线与另外两条异面直线都相交, 那么经过这三条直线中的两条直线的平面有 _____ 个.

3. 如图 9-6 所示, 在空间四边形 $ABCD$ 中, $AD = AC = BD = BC = a$, $AB = CD = b$, E, F 分别是 AB, CD 的中点.

(1) 求证 EF 是 AB 和 CD 的公垂线;

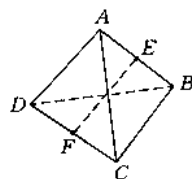


图 9-6

(2) 求 AB 和 CD 的距离.

能力升级

提升你的能力!

二、提高训练(第 1~2 小题各 5 分, 第 3 小题 16 分, 共 26 分)

1. a, b, c 是空间的三条直线, 下列命题: ①如果 a 和 b 相交, b 和 c 相交, 则 a 和 c 也相交; ②如果 a 和 b 平行, b 和 c 平行, 则 a 和 c 也平行; ③如



三、探索发现(共 20 分)

空间四边形 $ABCD$ 中, E, F, G, H 分别为 AB, BC, CD, DA 的中点.

(1) 四边形 $EFGH$ 是平行四边形吗?

(2) 若 $AC=BD$, 则 $EFGH$ 是菱形吗?

(3) 若 $AC \perp BD$, 则 $EFGH$ 是矩形吗?

(4) 若 $AC=BD$, 且 $AC \perp BD$, 则 $EFGH$ 是正方形吗?

四、拓展创新(共 20 分)

如图 9-7 所示, AB 和 CD 是两条异面直线, BD 是它们的公垂线, $AB=CD$, M 为 BD 的中点, N 为 AC 的中点.

(1) 求证 $MN \perp AC$;

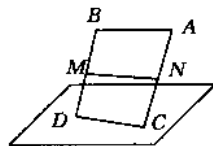


图 9-7

(2) 当 $AB=CD=a, BD=b, AC=c$ 时, 求 MN 的长.

高考演练

试试你的身手!

※走近高考(不计入总分)

(2002·新课程) 已知 m, n 为异面直线, $m \subset$ 平面 $\alpha, n \subset$ 平面 $\beta, \alpha \cap \beta = l$, 则 l ()

- A. 与 m, n 都相交
- B. 与 m, n 中至少一条相交
- C. 与 m, n 都不相交
- D. 至多与 m, n 中的一条相交

你有做错的题吗? 请你更正过来!

随堂测评(二) 时间: 40 分钟 满分: 100 分

基础巩固

练好你的基本功!

一、训练平台(第 1~4 小题各 5 分, 第 5 小题 15 分, 共 35 分)

1. 下列命题中, 真命题是 ()
 - A. 空间内没有公共点的两条直线平行
 - B. 都与同一条直线相交, 且都与该直线垂直的两条直线平行
 - C. 平行于同一条直线的两条直线平行
 - D. 相等的两个角, 若一组对应边平行, 那么另一组对应边也平行

2. 已知空间四边形 $ABCD$ 中, M, N 分别是 AB, CD 中点, 则下列判断正确的是 ()

- A. $MN \geq \frac{1}{2}(AC+BD)$
- B. $MN \leq \frac{1}{2}(AC+BD)$
- C. $MN = \frac{1}{2}(AC+BD)$
- D. $MN < \frac{1}{2}(AC+BD)$

3. 下列命题中, 正确的个数是 ()

- ① 如果一个角的两边与另一个角的两边分别平

行,那么这两个角相等;

②如果两条相交直线和另两条相交直线分别平行,那么这两组直线所成的锐角或直角相等;

③如果一个角的两边和另一个角的两边分别垂直,那么这两个角相等或互补;

④如果两条直线同平行于第三条直线,那么这两条直线互相平行.

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

4. 已知空间四边形 $ABCD$, 对角线 $AC \perp BD$, 若 $AC=6, BD=4$, M, N 分别是 AB, CD 的中点, 则 $MN=$ _____; MN 与 BD 所成的角的正切值是 _____.

5. 如图 9-8 所示, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=BC=6, BB_1=3$, 求异面直线 AB_1 和 BD_1 所成角的余弦值.

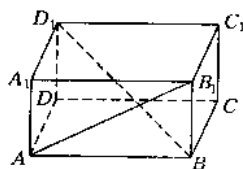


图 9-8

能力升级

提升你的能力!

二、提高训练(第 1~2 小题各 5 分, 第 3 小题 15 分, 共 25 分)

1. 若异面直线 a, b 所成的角为 80° , 则过空间任一点 P 可作几条不同的直线与 a, b 所成的角都是 50° ()
A. 1 条 B. 2 条
C. 3 条 D. 4 条
2. 直线 a, b 是异面直线, A, B, C 是 a 上的三点, D, E, F 是 b 上的三点, A', B', C', D', E' 分别是 AD, DB, BE, EC, CF 的中点, 则 $\angle A'B'C'$ 与 $\angle C'E'D'$ 的大小关系是 _____.

3. 如图 9-9 所示, 在立体图形 $A-BCD$ 中, $AD=BC=2a, E, F$ 分别是 AB, CD 的中点, $EF=\sqrt{3}a$, 求 AD, BC 所成的角的大小.

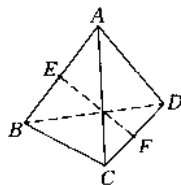


图 9-9

三、探索发现(共 20 分)

如图 9-10 所示, 四边形 $ABCD$ 是空间四边形, E, F, G, H 分别为 AB, BC, CD, DA 的中点, 若 $BD=2, AC=4$, 那么 $EG^2 + HF^2$ 的值确定吗? 若确定, 求出其值; 若不确定, 说明理由.

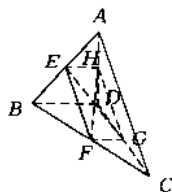


图 9-10

四、拓展创新(共 20 分)

如图 9-11 所示, 点 A 是正三角形 BCD 所在平面外一点, E, F 分别在线段 AB, CD 上, 且 $\frac{AE}{EB} = \frac{CF}{FD} = \lambda (\lambda > 0)$, 设 $f(\lambda) = \alpha\lambda + \beta$, α 表示 EF 与 AC 所成的角, β 表示 EF 与 BD 所成的角.

(1) 求证 $f(\lambda)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是常数;

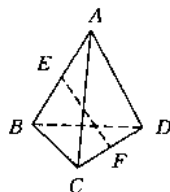


图 9-11

(2) 当 $AC \perp BD$ 时, 求 $f(\lambda)$ 的值.

高考演练

试试你的身手!

※走近高考(不计入总分)

(2004·天津)如图 9-12 所示, 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, O 是底面 $ABCD$ 的中心, E, F 分别是 CC_1, AD 的中点, 那么异面直线 OE 和 FD_1 所成的角的余弦值等于

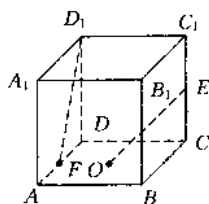


图 9-12

()

A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{2}{3}$

你有做错的题吗? 请你更正过来!



随堂测评(三)

时间: 40 分钟 满分: 100 分

基础巩固

练好你的基本功!

一、训练平台(第 1~3 小题各 6 分, 第 4 小题 14 分, 共 32 分)

1. 下列命题中, 正确的是 ()

A. 直线 a, b 异面, 过空间一点 O 作 $OA \parallel a, OB \parallel b$, 则 $\angle AOB$ 叫做异面直线 a 和 b 所成的角

B. 两条异面直线所成的角是直角, 则这两条异面直线互相垂直

C. 和两条异面直线都垂直的直线是这两条异面直线的公垂线

D. 过空间一点可以作一条直线和两条异面直线都平行

2. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 在它们各个侧面的对角线中, 与侧棱 AA_1 异面且成 45° 角的有 ()

A. 4 条

B. 2 条

C. 3 条

D. 6 条

3. 立体图形 $A-BCD$ 的棱长都为 2, 点 P 在 AB 上, 点 Q 在 CD 上, 点 P 和 Q 的最短距离为 ()

A. 1

B. $\sqrt{2}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $\sqrt{3}$

4. S 是边长为 a 的正三角形 ABC 所在平面外的点, $SA=SB=SC=a$, E, F 分别是 SC 和 AB 的中点, 求证异面直线 SA 与 EF 所成的角为 45° .

能力升级

提升你的能力!

二、提高训练(第 1~2 小题各 6 分, 第 3 小题 16 分, 共 28 分)

1. 如图 9-13 所示, $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是正方体, $B_1E = D_1F = \frac{A_1B_1}{4}$, 则 BE 与 DF 所成角的余弦值是 ()

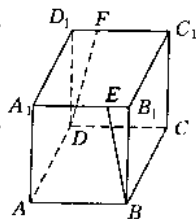


图 9-13

A. $\frac{15}{17}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{8}{17}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 异面直线 $a, b, a \perp b, c$ 与 a 成 30° 角, 则 c 与 b 所成的角的范围是_____.

3. 如图 9-14 所示, 正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, O, M 分别是 $D'B, AA'$ 的中点.

(1) 求证 MO 是 AA' 和 BD' 的公垂线;

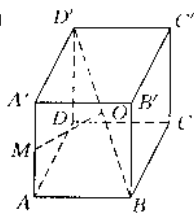


图 9-14

(2) 若正方体的棱长为 a , 求异面直线 AA' 与 BD' 的距离.

三、探索发现(共 20 分)

如图 9-15 所示的是一笔记本电脑打开时的示意图, 其中 $ABCD, ABEF$ 是两个全等的正方形, 当 $FA \perp AD$ 时, 两直线 AC 与 BF 成多少度角?

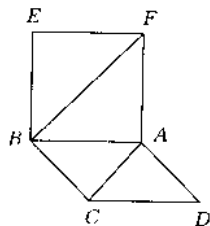


图 9-15

四、拓展创新(共 20 分)

一根长为 a 的木梁, 它的两端悬挂在两条互相平行且长度都是 b 的绳索下, 木梁处于水平位置, 如果把木梁绕通过它的中点的铅垂轴转动一个角度 φ , 那么木梁升高多少?

高考演练

试试你的身手!

※走近高考(不计入总分)

(2005·福建) 如图 9-16 所示, 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = AB = 2, AD = 1$, 点 E, F, G 分别是 DD_1, AB, CC_1 的中点, 则异面直线 A_1E 与 GF 所成的角是 ()

A. $\arccos \frac{\sqrt{15}}{5}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\arccos \frac{\sqrt{10}}{5}$

D. $\frac{\pi}{2}$

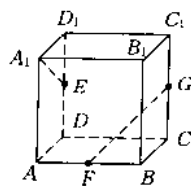


图 9-16

你有做错的题吗? 请你更正过来!

9.3 直线与平面平行的判定和性质



本课导学

④ 点击要点

1. 直线与平面的位置关系有____、____、____三种,其中____或____的情况统称直线在平面外.

2. 直线和平面平行的判定定理:____. 直线和平面平行的性质定理:_____.

④ 学习策略

解决本节习题应把握以下几点:(1)掌握直线和平面平行的判定与性质;(2)充分运用转化的思想将线线、线面的平行关系相互转化;(3)易错点是判定定理中“直线在平面外”这个条件及使用性质时辅助平面是否存在常被忽略.

④ 高考展望

近几年的高考都没有对本节内容进行单独考查,而是把直线与平面平行的判定与性质定理融入其他问题中.



随堂测评

时间:40 分钟 满分:100 分

基础巩固

练好你的基本功!

一、训练平台(每小题 6 分,共 24 分)

1. b 是平面 α 外的一条直线,下列条件中,可得出 $b \parallel \alpha$ 的是 ()

- A. b 与 α 内的一条直线不相交
- B. b 与 α 内的两条直线不相交
- C. b 与 α 内的无数条直线不相交
- D. b 与 α 内的所有直线不相交

2. 下列命题中,正确的个数是 ()

- ① 直线 $a \parallel$ 直线 $b, b \subset$ 平面 α , 则 $a \parallel \alpha$;
- ② 直线 $a \parallel$ 平面 $\alpha, b \subset \alpha$, 则 $a \parallel b$;
- ③ 直线 $a \parallel$ 直线 $b, a \parallel$ 平面 α , 则 $b \parallel \alpha$;
- ④ 直线 $a \parallel$ 平面 α , 直线 $b \parallel \alpha$, 则 $a \parallel b$.

- A. 0 个
- B. 1 个
- C. 2 个
- D. 3 个

3. 如图 9-17 所示,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5, AC=7, \angle A=60^\circ$, G 是 $\triangle ABC$ 的重心,过 G 的平面 α 与 BC 平行, $AB \cap \alpha = M, AC \cap \alpha = N$, 则 $MN =$ _____.

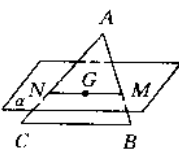


图 9-17

4. 若平面外的一条直线上有两点到这个平面的距离都是 1, 则这条直线与平面的位置关系是_____.

能力升级

提升你的能力!

二、提高训练(第 1~2 小题各 6 分,第 3 小题 20 分,共 32 分)

1. 过两条异面直线 a, b 外任意一点,且与 a, b 同时平行的平面 ()

- A. 有且只有一个
- B. 有无数个
- C. 有且只有一个或无数个
- D. 可能不存在

2. $\triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形, $BC \parallel$ 平面 α , A, B, C 在 α 内的射影分别为 A', B', C' , 若 $\triangle A'B'C'$ 为直角三角形, BC 到 α 的距离为 5, 则 A 到 α 的距离为_____.

3. 已知立体图形 $A-BCD$ 中, M, N 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 的重心.

(1) 求证 $MN \parallel$ 平面 ABD ;

(2) 求证 $BD \parallel$ 平面 CMN .

三、探索发现(共 20 分)

如图 9-18 所示, 已知立体图形 $V-ABC$ 中, 各棱长均为 a , 截面 $EFGH$ 平行于对棱 VA 和 BC , 求截面 $EFGH$ 的形状和最大面积.

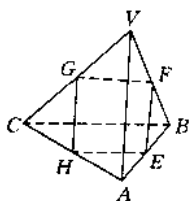


图 9-18

四、拓展创新(共 24 分)

在如图 9-19 所示的一块木料中, 棱 BC 平行于面 $A'C'$.

(1) 要经过 $A'C'$ 内的一点 P 和 BC 将木料锯开, 应如何画线?

(2) 若过棱 $B'C'$ 及面 $ABCD$ 内一点 M 将木料锯开, 又应如何画线?

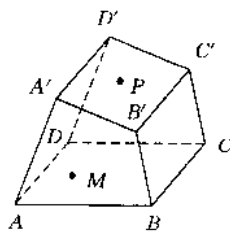


图 9-19

(3) 要求锯开的面必须平整, 则(1)(2)中的画线方法是否惟一?

高考演练

试试你的身手!

※走近高考(不计入总分)

(2003 · 上海) 关于直线 a, b, l 以及平面 M, N , 下列命题正确的是 ()

- A. 若 $a \parallel M, b \parallel M$, 则 $a \parallel b$
- B. 若 $a \perp M, b \perp a$, 则 $b \perp M$
- C. 若 $a \subset M, b \subset M$, 且 $l \perp a, l \perp b$, 则 $l \perp M$
- D. 若 $a \perp M, a \parallel N$, 则 $M \perp N$

你有做错的题吗? 请你更正过来!



探究交流小课题

如何确定截点的位置

如图 9-20 所示, 在空间四边形 $ABCD$ 中, M, N 分别在 AB, AD 上, 且 $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{ND}$, P 是 CD 上一点, 且 $DP:PC=m:n$, 过 P, M, N 的平面交 BC 于 Q , 试确定 Q 点的位置.

探究: 由已知可得 $MN \parallel BD$, 而 M, N, P, Q 四点共面, PQ 为两平面交线, 由线面平行的性质和判定及平行公理可得 $PQ \parallel BD$, 这样 Q 点位置便确定了.

方法: 由 $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{ND}$, 得 $BD \parallel MN$, $\therefore BD \parallel$ 平面 $PQMN$.

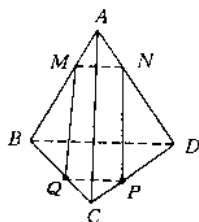


图 9-20

又 $\because BD \subset \text{平面 } PQMN, PQ \subset \text{平面 } BCD, \text{平面 } PQMN \cap \text{平面 } BCD = PQ$, 故 $BD \parallel PQ$.

$\therefore BQ : QC = m : n$, 故 Q 在 BC 上离 B 点的距离为 $\frac{m}{m+n}BC$ 处.

9.4 直线与平面垂直的判定和性质(一)

本课导学

④ 点击要点

1. 如果一条直线 l 和一个平面 α 内的 百线都垂直, 我们就说直线 l 和平面 α 垂直, 记作 .
2. 从平面外一点引这个平面的垂线, 这 的距离叫做这个点到这个平面的距离; 一条直线和一个平面平行时, 这条直线上 的距离, 叫做这条直线和这个平面的距离.

④ 学习策略

解决本节习题的关键是: (1) 掌握线面垂直的定义、判定和性质定理; (2) 综合运用转化的数学思想方法, 灵活地将线线、线面间的垂直关系相互转化; (3) 易错点是判定直线和平面垂直时, 平面内的两条直线应满足的条件不充分 (两直线要相交).

④ 高考展望

本节知识在高考中主要考查直线和平面垂直的判定及性质定理的应用, 常在解答题中出现, 有时也会在选择、填空题中出现.

随堂测评 时间: 40 分钟 满分: 100 分

基础巩固

练好你的基本功!

一、训练平台 (第 1~4 小题各 5 分, 第 5 小题 14 分, 共 34 分)

1. 下列命题: ① $a \parallel \alpha, b \perp \alpha \Rightarrow a \perp b$; ② $a \perp b, b \perp \alpha \Rightarrow a \parallel \alpha$; ③ $a \parallel b, b \perp \alpha \Rightarrow a \perp \alpha$; ④ $a \perp b, b \parallel \alpha \Rightarrow a \perp \alpha$.

其中正确的是 ()

- A. ①② B. ③④
C. ①③ D. ②③

2. 下列四个命题:

- ① 若直线 $a \parallel \text{平面 } \alpha$, 直线 $b \perp \text{直线 } a$, 则直线 b 垂直于平面 α ;
- ② 两条异面直线不能垂直于一个平面;
- ③ 平面 α 与平面 β 的交线为 a , 平面 α 内直线 $b \perp a$, 则直线 $b \perp \text{平面 } \beta$;
- ④ 若一条直线垂直于平面内无数条直线, 则这条直线与这个平面垂直.

其中正确的个数是 ()

- A. 0 个 B. 1 个
C. 2 个 D. 3 个

3. 若两条直线 l_1 与 l_2 异面, 则过 l_1 且与 l_2 垂直的平面 ()

- A. 有且只有一个
B. 可能存在, 也可能不存在
C. 有无数个
D. 一定不存在

4. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, EF 是异面直线 AC 与 A_1D 的公垂线, E, F 是垂足, 则 EF 与 BD_1 的位置关系是 .

5. 如图 9-21 所示, 立体图形 $A-BCD$ 中, $AB \perp CD, AD \perp BC, H$ 是 $\triangle BCD$ 的垂心. 求证 $AH \perp \text{平面 } BCD$.

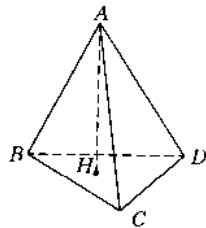


图 9-21