

小学数学补充读本

动手动脑

四年级 (下册)

突出课标理念



江苏教育出版社
JIANGSU EDUCATION PUBLISHING HOUSE

XIAOXUE SHUXUE BUCHONG DUBEN



喜欢数学,从这里开始

——开头的 话

传说,数学家有一个珠宝箱,里面装着数不尽的珠宝,谁得了其中的珠宝,谁就变得非常聪明,成为了了不起的人。

第一个从数学家那里得到珠宝的人,成了有名的哲学家;第二个从珠宝箱拿到珠宝的人,成了编写简谱的音乐家;第三个得到珠宝的人,成了发明浑天仪的天文学家;第四个得到珠宝的人,成了电话发明家……就连最不争气的调皮王,到珠宝箱里摸了一下,也成了玩扑克牌的魔术师。

“神秘的珠宝箱里有哪些宝贝呢?”小学生华华日思夜想,要去寻找珠宝箱。

一天,华华恰巧碰到了数学家。数学家满足了华华的要求,立刻打开珠宝箱。奇怪,箱子里除了阿拉伯数字和各种数学符号外,别的什么也没有,华华十分失望。数学家笑着说:“孩子,一堆砖头乱放着只不过是一堆垃圾,但如果善于组合,就

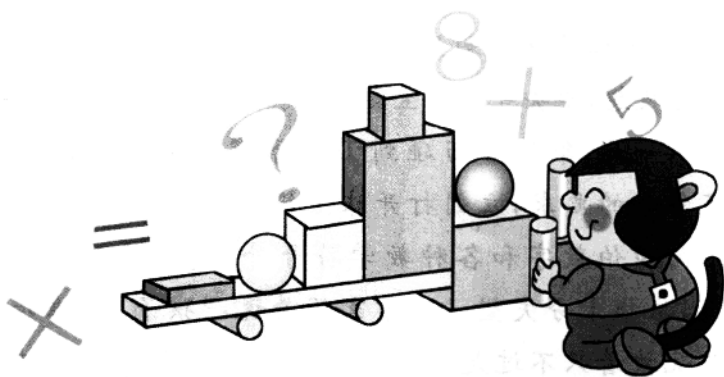


能变成美丽壮观的大厦,同样,你如果善于运用这些阿拉伯数字和符号,它们就能变出无穷的财宝!”

《小学数学补充读本》就是这样的一个“珠宝箱”。这个箱里的“阅读与欣赏”提供你阅读的好文章,让你品尝数学的甜滋美味;“思路与方法”向你介绍学习思考的好例题,让你吸取数学的丰富营养;“游戏与活动”向你介绍动手动脑的好材料,让你体验数学的神奇奥妙;“探索与应用”向你提出探索研究的好习题,让你自主探索数学的方法和策略。

这里,你可以轻轻松松地阅读,快快乐乐地思考,高高兴兴地活动,开开心心地解题。

喜欢数学、喜欢学习,就从这里开始。



目 录

一、神机妙算(一) 1

二、巧妙安排 7

三、有趣的图形 14

四、神机妙算(二) ... 27

五、神奇的幻方 34



六、图形的变换与周长
..... 51

七、乘法原理 60

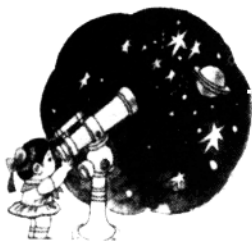
八、奇偶有别 68

九、数与运算 74

十、画图解决问题 84

十一、逻辑与推理 94

《探索与应用》参考答案
..... 104





一、神机妙算(一)



阅读与欣赏

分组计算

数学活动课上,沈老师出了这样一道题目:

$$2004 + 2003 - 2002 - 2001 + 2000 + 1999 - 1998 - 1997 + \dots + 8 + 7 - 6 - 5 + 4 + 3 - 2 - 1 = ?$$

马小虎:让我逐步慢慢算。哎,计算的步骤太多了,这道题可把我害惨了!

张小敏:仔细观察算式,可以找到窍门!这个算式从第一个数开始,每4个数分为一组,那么每一组计算的结果都是4。例如, $2004 + 2003 - 2002 - 2001$



$= 4$, $2000 + 1999 - 1998 - 1997 = 4$, $8 + 7 - 6 - 5 = 4$, $4 + 3 - 2 - 1 = 4$ 。因为这个算式一共有2004个数,每4个数分为一组,可以分 $2004 \div 4 = 501$ (组),所以这个算式最后计算的结果是 $501 \times 4 = 2004$ 。

李大成:我从2003开始,按顺序每4个数分为一组,最后剩下的3个数为一组。由于每一组计算的结果都是0,所以



这个算式的最后结果是 2004。

马小虎:噢,原来计算中还有这么多的窍门!下次计算时我一定认真观察,开动脑筋,巧用方法。



思路与方法

问题 1 计算 $1+3+5+7+9+11+13+15$ 。

这样想:仔细观察这道算式,我们不难发现它有这样的特征: $1+3+5+7+9+11+13+15$, 每组两个数的和都是 16,



这样的数一共 4 组,于是就能得到 $1+3+5+7+9+11+13+15 = 16 \times 4 = 64$ 。

我们还可以发现,这道算式中的一列数是一组连续的奇数,相邻两个数之间总是相差 2,我们可以用 (第一个加数 + 最后一个加数) $\times$ 加数的个数 $\div 2$ 求出和,即 $(1+15) \times 8 \div 2 = 64$ 。

问题 2 计算 $9999+999+99+9$ 。

这样想:算式中的 4 个加数分别接近于 10000、1000、100、10。在计算的时候,我们可以把 9999 转化成 $10000-1$, 999 转化成 $1000-1$, 以此类推,即可很方便地求出最后结果。

$$\begin{aligned}
 & 9999+999+99+9 \\
 &= (10000-1)+(1000-1)+(100-1)+(10-1) \\
 &= 10000+1000+100+10-4 \\
 &= 11110-4 \\
 &= 11106
 \end{aligned}$$



像上面这样,用凑整的方法常常能使复杂的计算变得简便一些。

问题 3 计算 $1991 + 1992 + 1993 + \cdots + 1999$ 。

这样想:这列数中的每一个数都与 2000 比较接近,计算时也可以使用凑整法。

$$\begin{aligned}
 & 1991 + 1992 + 1993 + \cdots + 1999 \\
 &= (2000 - 9) + (2000 - 8) + (2000 - 7) + \cdots + (2000 - 1) \\
 &= 2000 \times 9 - 9 - 8 - 7 - 6 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1 \\
 &= 2000 \times 9 - (9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1) \\
 &= 18000 - 45 \\
 &= 17955
 \end{aligned}$$

想一想,这道题还可以用什么方法计算?

问题 4 计算 $79 + 83 + 76 + 78 + 84 + 82 + 79 + 81$ 。

这样想:观察这道算式,我们可以发现,其中的每一个加数都与 80 比较接近,因此,我们可以把 80 作为标准,巧妙地计算。

$$\begin{aligned}
 & 79 + 83 + 76 + 78 + 84 + 82 + 79 + 81 \\
 &= 80 \times 8 - 1 + 3 - 4 - 2 + 4 + 2 - 1 + 1 \\
 &= 640 + 2 \\
 &= 642
 \end{aligned}$$

问题 5 计算 $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + 10 - 11 - 12 + \cdots + 1989 + 1990 - 1991 - 1992 + 1993 + 1994 - 1995 - 1996 + 1997 + 1998$ 。



这样想:这是一道看似复杂的题目,整道算式一共出现了1998个数。但仔细观察,就能发现算式中的规律。我们可以先把“1+2”放在一边,然后把剩下的1996项,每四项分成一组。容易看出“-3-4+5+6”这一组得4,“-7-8+9+10”这一组也得4……“-1995-1996+1997+1998”还得4。也就是说每一组都得4。一共有 $1996 \div 4 = 499$ (组),即499个4。再加上1和2,问题就解决了。

$$\begin{aligned} & 1+2-3-4+5+6-7-8+9+10-11-12+\cdots \\ & +1989+1990-1991-1992+1993+1994-1995 \\ & -1996+1997+1998 \\ & = 1+2+499 \times 4 \\ & = 1999 \end{aligned}$$



游戏与活动

1. 奇妙的“不变数”

小朋友,下面介绍一种奇妙的计算。

请你先任选三个不完全相同的数字,如4、6、8。然后用这三个数字组成最大的三位数(864)和最小的三位数(468),再求出它们的差($864-468=396$)。接着用组成差的三个数字,重复上面的操作,得 $963-369=594$ 。如此继续算下去,一定会出现一个不变的数,这个数就是 $954-459=495$ 。

又如3、4、7。 $743-347=396 \rightarrow 963-369=594 \rightarrow 954-459=495$,又得到了不变的数495。

(说明:如果差为两位数就在百位上添0。)

如果任选四个不完全相同的数字,分别组成最大和最小的四位数,再求它们的差。重复这样的过程,还能找到一个



不变的数吗?

如 2、5、7、9: $9752 - 2579 = 7173 \rightarrow 7731 - 1377 = 6354 \rightarrow 6543 - 3456 = 3087 \rightarrow 8730 - 378 = 8352 \rightarrow 8532 - 2358 = 6174 \rightarrow 7641 - 1467 = 6174$ 。不变数就是 6174。

小朋友,请你也分别写出三个数字、四个数字试一试,看计算结果是不是都会出现不变的数。

2. 未写先知

画一张表格(如右表),左边写上 1、2、3……10,表示共 10 行。在第 1 行任意写一个数(比如是 5),第 2 行也任意写另一个数(比如是 8)。第 3 行写上第 1 行和第 2 行中的两数之和,第 4 行写上第 2、3 行中的两数之和……按照这个规律,一直写到第 10 行为止。

其实,当写完第 7 行的数时,剩下的第 8、9、10 行上的数还没写,就能报出这 10 个数的总和。如右表,当写下第 7 行的数,也就是 89 时,就可以报出这 10 行数的总和,即 979。

神奇吗?告诉你其中的奥妙吧:用第 7 行上的数乘 11,得到的积就是这 10 行数的总和。同学们试着做一做,再想想这里面究竟有什么道理。

行数	数
1	5
2	8
3	13
4	21
5	34
6	55
7	89
8	144
9	233
10	377
总和	979



探索与应用

- $11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20$
- $2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 + 23$
- $994 + 995 + 996 + 997 + 998 + 999$
- $6 + 66 + 666 + 6666 + 66666$



5. $178 + 185 + 179 + 173 + 184 + 181 + 186 + 177 + 189 + 169$
6. $(20 + 22 + 24 + \cdots + 200) - (19 + 21 + 23 + \cdots + 199)$
7. $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \cdots + 1991 - 1992 + 1993$
8. $(9999 + 9997 + \cdots + 9001) - (1 + 3 + \cdots + 999)$

• 数学小故事 •

扑克牌里的学问

小朋友大多玩过扑克牌。扑克牌里有许多学问，小朋友你知道吗？



扑克牌有四种花色。黑桃表示橄(gǎn)榄(lǎn)枝，象征和平；红心表示智慧，人们思考不是要用“心”吗？方块表示钻石，象征财富；梅花起源于三叶草，表示健康。这四种花色是对美好人生的祝愿。

扑克牌的四种花色——黑桃、红心、梅花、方块又分别代表春、夏、秋、冬四个季节；红色的牌表示白天，而黑色的牌表示黑夜。

扑克牌一共有 54 张，其中 52 张牌表示一年中有 52 个星期，大王和小王则分别代表太阳和月亮。

春、夏、秋、冬每一个季节有 13 个星期，而扑克牌中的每一种花色也正好有 13 张牌。

扑克牌四种花色的点数统统相加起来，结果等于 364，加上小王共 365，这就是平年的天数（2005 年和 2006 年都是平年），如果把大王加上去，那就等于 366，正好是闰年的天数了（2004 年是个闰年）。



二、巧妙安排



阅读与欣赏

金 链 条

法国艺术家米涅在去里昂市郊参加艺术表演会的途中，身上的钱包不幸被扒手偷去了。当他到达里昂时，身上分文全无，只剩下了一根金链条。

米涅走进旅店，手中拿着那根金链条，对旅店老板说：“先生，我打算住在这儿，用这根金链条付食宿费，行吗？”老板接过金链条，数了一下，共有 23 节，然后回答说：“可以，每节金链条算作一天的食宿费，不过……”老板沉思了片刻，眯起他那狡黠的眼睛接着说：“不过你要按天付账，但不能把金链条一节一节全部敲开——那样太可惜了！先生，你最多只能敲开两节，否则每两节金链条只能抵作一节的价格。”

米涅一听，知道遇上了一个贪心的老板。但要让老板的贪心落空，就要想出满足上面要求的办法来。好个聪明的米涅，只见他拿起金链条认真地看了一会儿，便信心十足地答应了老板的要求，并当场敲开了金链条中的两小节。

接下来的 23 天里，米涅果然每天拿着敲开后的金链条到老板那里结账。想乘人之危的老板最终没有占到半点便宜。



小朋友,你知道米涅是怎样做的吗?

原来,他敲开的是金链条的第4节和第11节。这样,整条金链条就被分成了5个小段,长度分别是3节、1节、6节、1节、12节。米涅第一天付1节,第二天再付1节,第三天他将3节连在一起的第一段付给店主,找回了前两天付给店里的两节金链条。第四天、第五天每天都再付1节,到第六天又付6节的一段,找回了前面付出的所有金链条。依次类推,直到第二十三天,正好用完23节金链条。

分配钥匙

小熊、小猪、小兔三人同时被森林公司招聘为工作人员,又被安排在同一个办公室内工作。第一天,大象经理来到办公室说:“现在你们三人共同使用这里的三个文件柜,但是,每个文件柜只有两把钥匙。当你们只有一人在时,也要能同时打开三个文件柜,具体怎么分配这6把钥匙,你们看着办吧!”大象经理说完,转身就走了。

小熊说:“每个文件柜只有两把钥匙,我们现有三人,每个人必定少一个文件柜的钥匙。当只有一人来办公室时,怎么将另外一个文件柜打开呢?这不是给我们出难题吗?”

小猪说:“那我们三个同时来办公,不分开不就行了嘛!”

小兔说:“那怎么行,总有分开的时候。”

小猪接着说:“我想到了一个好办法,我们再将每个文件柜的钥匙配一把不就行了吗?”





小熊也附和说：“这行，再配一把。”

小兔说：“配钥匙的钱公司能报销吗？再说，让经理知道，会说我们三个无能！”

这么一说，大家又愣住了。三人想不出好的办法来，于是，他们请来了森林公司的顾问——小猕猴。小猕猴听了他们的困难，说：“这好办！你们三位只要各持一把钥匙，小熊持一号文件柜的，小猪持二号文件柜的，小兔持三号文件柜的，再把另外三把钥匙分别放在三个文件柜里。不过，放法必须得有讲究，一号文件柜里放二号文件柜的钥匙，二号文件柜里放三号文件柜的钥匙，三号文件柜里放一号文件柜的钥匙。这样，当你们只有一人在时，也能同时打开三个文件柜。”

小熊、小猪、小兔听后，试了一遍，果然能打开。



思路与方法

问题 1 一个平底锅一次只能同时煎两个饼。用它煎 1 个饼需要 2 分钟（正、反面各 1 分钟），煎 3 个饼至少需几分钟？煎 5 个饼至少需几分钟？煎 1999 个饼呢？

这样想：如果只煎 1 个饼，显然需要 2 分钟；如果煎 2 个饼，仍然需要 2 分钟。

如果煎 3 个饼，我们可以先煎 1 号和 2 号饼的正面，用了 1 分钟；接着煎 1 号饼的反面和 3 号饼的正面，又用了 1 分钟；最后煎 2 号饼的反面和 3 号饼的反面，也用了 1 分钟。总共用了 3 分钟。

如果煎 5 个饼怎么办呢？第 1 分钟，煎 1 号饼、2 号饼的正面；第 2 分钟，煎 1 号饼的反面和 3 号饼的正面；第 3 分钟，



煎 2 号饼的反面和 4 号饼的正面;第 4 分钟,煎 3 号饼的反面和 5 号饼的正面;第 5 分钟,煎 4 号和 5 号饼的反面。由此得出煎 5 个饼需要 5 分钟。

同样的方法,可以类推,煎 1999 个饼需要 1999 分钟。

问题 2 有 6 个人各拿 1 个水桶去接水,水龙头注满 6 个人的桶所需的时间分别是 6 分钟、4 分钟、3 分钟、5 分钟、7 分钟和 9 分钟。如果都在一个水龙头接水,怎样安排可以使他们总的等候时间最短? 这个最短的时间是多少?

这样想:6 个人排队等水一共有 720 种顺序。把所有情形的时间总和都计算出来,就太繁琐了。但凭直觉,应该把接水时间少的人排在前面,这样大家等候所费的总时间就会少些。于是,按 3 分钟、4 分钟、5 分钟、6 分钟、7 分钟、9 分钟这样的顺序安排接水。

当需要 3 分钟的那人接水时,连他在内,大家一共等了 $6 \times 3 = 18$ (分);需要 4 分钟的那人接水时,连他自己在内大家一共等了 $5 \times 4 = 20$ (分)。以此类推,可列出这样的式子:
 $6 \times 3 + 5 \times 4 + 4 \times 5 + 3 \times 6 + 2 \times 7 + 1 \times 9 = 99$ (分),最短的等候时间就是 99 分钟。

问题 3 有 42 人一起去划船,每条大船限坐 4 人,每条小船限坐 3 人,大船每条租金 6 元,小船每条租金 5 元。怎样租船能使所花的钱最少?

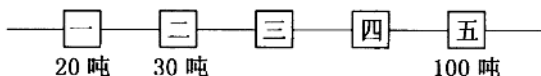
这样想:我们可以先考虑租哪种船的价格低一些,在此基础上,再想办法让所租的船尽量没有空位。

租大船每人要付 $60 \div 4 = 15$ (角);租小船每人要付 $50 \div 3$,是 16 角多一些。因此,为了省钱,要尽量租大船。最优



的方案是：租 9 条大船和 2 条小船，要花掉 $9 \times 6 + 2 \times 5 = 64$ (元)。

问题 4 在一条公路上，每隔 100 千米有一个仓库（如下图），共有五个仓库。一号仓库有 20 吨货物，二号仓库有 30 吨货物，三、四号仓库空着，五号仓库有 100 吨货物。现在想将所有的货物集中到一个仓库里。如果每吨货物运输 1 千米需要 1 元的运费，那么最少要花多少运费？



这样想：五号仓库中的 100 吨货物太多，运起来成本比较高，因此尽量让五号仓库里的货物不要动。我们可以先把一号仓库里的货物运到二里，这样二号仓库里就有了 50 吨货物，和五号仓库比起来，显然二号里的货物少，运费比较低，因此把二号里的货物都运到五号去，运费为：

$$(20 \times 400 + 30 \times 300) \times 1 = 17000 \text{ (元)}$$



游戏与活动

摆火柴棒

这是两个人玩的游戏。先用笔在纸上画一个 3×4 的方格（尺寸不要太大，每个方格可横放或竖放一根火柴即可）。

玩法是：两人轮流在方格里横放或竖放一根火柴（不许斜放），要求放时不得使所放火柴与相邻格中已放的花柴成“一”字形（即对行来讲不能连横，对列来讲不能连纵）。

规定：若棋盘仍有空格而该放火柴的一方无法按游戏规



则继续摆放时,则该方为输;若棋盘放满,则先手(第一个摆火柴的人)为输。(注意:棋盘方格为12个,棋盘放满后恰好轮到先手摆放,但他已无法继续下去,因棋盘已无空格)

玩过一阵子后,你也许逐渐能总结经验(或教训),比如下面图1、图2两种布局(图中的数表示火柴摆放的顺序),先手已输定。

← 1	↑9	← 8	↑7
← 2		← 10	
← 3	↑4	↑5	↑6

图1

↑7	↑1	↑3	← 8
	← 2		↑4
← 9	↑6	↑10	← 5

图2

← 1	↑6		← 8
← 2		↑3	↑4
↑7	← 5		← 9

图3

而对于图3的布局来说,显然后手已经因为无法再放火柴而认输。

如果你觉得上面的玩法不过瘾(太简单),那你不妨把棋盘设计得大一点,比如 5×6 , 7×8 , $9 \times 10 \dots\dots$ (注意: $m \times n$ 中要有一个偶数)这样一来,游戏玩起来就得动脑筋了。



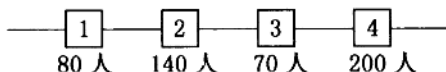
探索与应用

1. 给一块小木板两面刷漆,刷一面漆要1分钟,但必须等5分钟漆干后才能给另一面刷漆。那么漆完6块这样的小木板共需多少分?
2. 小李、小陈、小王同时去医务室。小李打针要3分钟,小陈包扎伤口要2分钟,小王检查身体要10分钟。怎样



安排,可以使得三人等待时间的总和最少?是多少分钟?

3. 要用卡车运 232 吨货物,大卡车的载重量是 5 吨,小卡车的载重量是 2 吨,大卡车与小卡车每次的耗油量分别是 10 升和 5 升。怎样选派车辆才能使耗油量最少?共需耗油多少升?
4. 在一条公路上有四个工厂,每两个工厂的距离相等,每个工厂的工人数如图所示。现在要在这条公路上设一个公共食堂,使得这四个工厂的所有工人步行到食堂的总路程最少。这个食堂应该建在几号工厂的门口?



• 数学小故事 •

普哇松巧分牛奶

据说法国著名数学家普哇松,年轻时在做了下面的一道算术题后,开始对数学发生了浓厚的兴趣。

这道题目是:有容量为 8 千克、5 千克、3 千克三个桶。8 千克的桶里装满牛奶,其余两个桶是空桶。只用这三个桶怎样把牛奶平均分成两份?

方法是利用这三个桶倒进倒出,共倒 7 次,最后倒出两个 4 千克来,你会解答吗?

