



臧龙光 门树慧

不寻常的数学问题

不寻常的数学问题

臧龙光 门树慧

中国少年儿童出版社



内 容 提 要

这本书里的数学问题的确是不寻常的。它以自己特殊的潜在魅力吸引着读者，使人着迷。一旦思路豁然打开之后，会使人感到一种由衷的喜悦。

这些问题都有独特的思路，巧妙的解法，很可能和你平时的想法不同，耐人寻味，发人深思。这对培养同学们的创造思维，提高数学能力是十分有益的。全书共分算术、代数、几何三部分，内容新颖，方法多样，推理性强，每部分后面都附有详尽的答案。

本书取材于苏联《消遣数学》，适合初中学生阅读。

封面设计：陈勤卓 王尔强

插 图：胡 亦

责任编辑：陈效师

美术编辑：森继勋

不寻常的数学问题

臧龙光 门树德

中国青年出版社出版 发行

中国青年出版社印刷厂印刷 新华书店经销

*

787×1092 1/32 5.5印张 70千字

1988年3月北京第1版 1988年3月北京第1次印刷

印数1—15,000册 定价1.05元

前 言

一个人要想让头脑聪明一些，就应该学会用数学的方法去思考和解决问题，数学对开发智力无疑起着重要的作用。

为了提高进行综合分析的思考能力，我们从苏联的勒·莫·拉帕沃克所著的《消遣数学》中，精选了包括算术、代数、几何三部分内容的约二百个数学问题，编译成《不寻常的数学问题》这本书。这些问题都是课本中没有的，但又是读者经过认真钻研思考，能够运用所学的数学基础知识加以解决的。

解这类问题的过程确实是一种创造性的思维活动。相信读者通过解答书中的问题，一定能提高灵活而机智地运用基础知识解决问题的创造性能力。

编译者

目 录

一 不寻常的算术问题	1
1. 拼凑数目字	2
2. 整除的练习	5
3. 检验一下你的观察力	7
4. 比比哪个大?	9
5. 缺少刻度的尺	10
6. 勾掉数字和删去数字	12
7. 最大数和最小数	13
8. 已知两个和	14
9. 求出含有未知数字的数	15
10. 求出指定位置上的数字	16
11. 需要判断的几个问题	17
解答	19
二 缺少不了代数	37
1. 用最简单的方法计算	38
2. 怎样求值最方便?	40

3. 要想到算术基本定理	41
4. 不容易求出的数	42
5. 错中求对	44
6. 两个解法独特的方程	46
7. 两个不易理解的应用题	47
8. 会不会是星期日?	49
9. 素数问题	50
10. 你会用代数证明吗?	51
11. 有趣的数列问题	52

解答	54
----------	----

三 你懂得几何吗?

1. 可以画出多少条直线?	73
2. 图形的分割	75
3. 最大和最小	78
4. 用尺规或只用圆规作图	80
5. 计算中的证明	83
6. 证明中的计算	86
7. 对称的妙用	90
8. 用平移法试一试	94
9. 用旋转法解一解	96
10. 面积问题	99
11. 和圆有关的问题	102

解答	108
----------	-----

— 不寻常的算术问题



1. 拼凑数目字

拼凑数目字是很有意思的事情。自然数不就是由0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9这些数字组成的吗？是的。不过，要是按照一定条件来凑数，就不一定那么容易了。一方面要精心试验，另一方面要判断、推理。不信，请看下面这些题目，它们都有一定要求，你不妨试一试。

(1) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9这九个数字，每个只准用一次，最多能组成多少个素数？

提示：只能被1和它本身整除的自然数叫做素数（或质数），但是1不是素数。



(2) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9这九个数字, 每个只准用一次, 最多能组成多少个这样的自然数, 它们是完全平方数?

提示: 一个自然数是完全平方数, 是说这个自然数能表示成一个自然数的平方的形式。比如49能表示成 7^2 , 49这个数就叫做完全平方数。

(3) 请你用1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9这九个数字, 每个只准用一次, 组成两个自然数, 让其中的一个是另一个的两倍。

(4) 请你用1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9这九个数字, 每个只准用一次, 组成三个自然数, 让第二个数是第一个数的两倍, 而第三个数是第一个数的三倍。

(5) 请你用1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9这九个数字, 每个只准用一次, 组成五个自然数, 让这五个数按1, 2, 3, 4, 5成比例。



(6) 请你用0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9这十个数字, 每个数字只准用一次, 组成五个自然数, 让其中的四个分别是另一个的2、3、4、5倍。

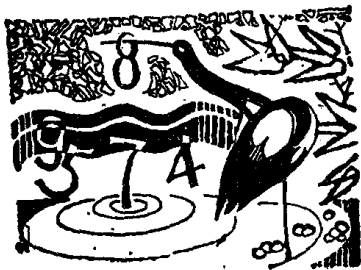
(7) 请你用0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9这十个数字, 每个只准用一次, 组成两个自然数, 让它们分别是同一个数的平方和立方。

(8) 请你用1, 2, 3, 4, 5, 6这六个数字, 每个只准用一次, 组成三个两位数, 让这三个数的乘积最大。

(9) 你能求出五个自然数, 让它们两两的和分别等于3, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 13, 17吗?

(10) 请你写出五个自然数, 使它们都是完全平方数, 并且要求它们中每一个用的数字全部都是素数,

(11) 一个 n 位数, 它的第一个数字等于这个数中零的个数, 第二个数字等于这个数中1的个数, 第三个数字等于这个数中2的个数, 等等。当 $n=4, 5, 7, 8, 9, 10$ 时, 求出这个 n 位数。



2. 整除的练习

两个整数的和、差、积还是整数，可是，两个整数相除，它们的商，就不一定是整数了。如果一个整数除以另一个整数，商是整数，并且没有余数，那么，我们就说这个整数能被另一个整数整除。其实，判断整除的问题，不一定真的要去做法，只要我们能掌握整除的特征就行了。你还记得一个整数能被2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11……整除的特征吗？这可是解决下面一系列问题的必不可少的基础知识啊。



(12) 求出一个尽可能小的九位自然数

$\overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_6x_7x_8x_9}$, 让 $\overline{x_1x_2}$ 能被 2 整除, $\overline{x_1x_2x_3}$ 能被 3 整除, 等等.

提示：几个字母上面画一条横线，表示这是十进制的一个数，从右至左的数位，依次是个、十、百、千、万……



(13) 一个六位数 $\overline{47x3y4}$ 能被 504 整除，试求出这个六位数。

(14) 六位数 $\overline{853xy6}$ 能被 468 整除吗？

(15) 已知一个数是 124536，把它添上一个数字，让它成为一个七位数，能被 792 整除。请你求出这个七位数。

(16) 已知两个数 273437 和 272758，求一个自然数，前一个数被它除余 17，后一个数被它除余 13。

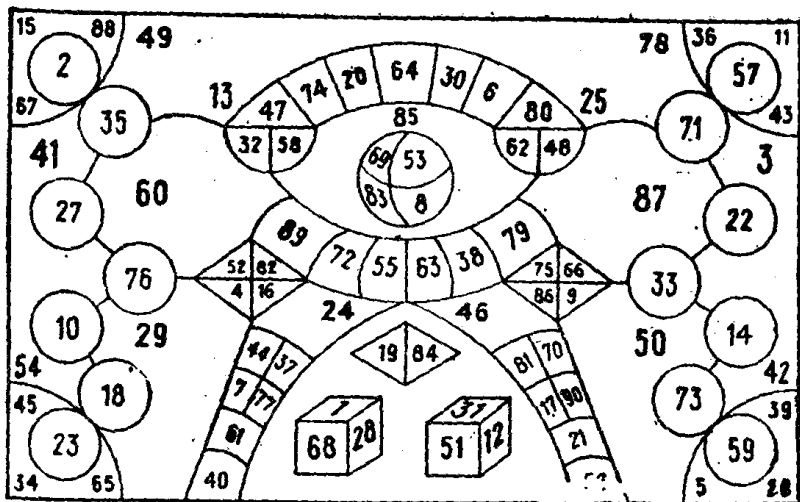
3. 检验一下你的观察力

观察就是看，谁要能看得准，看得快，看得细，那就说明谁的观察力强。

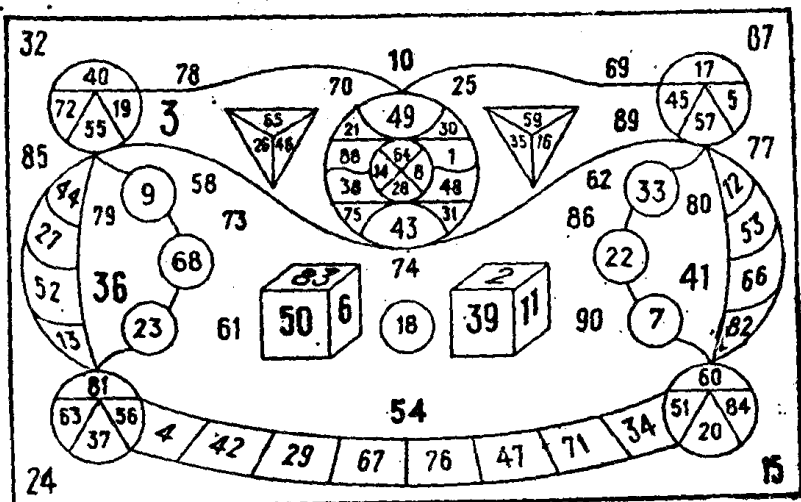
下面每张图上，都有1, 2, 3……90这些数，要是你能用不到3分钟的时间，按照由小到大的顺序找出这些数，那就说明你确实是一个观察力敏锐的人了。



(17)



(18)



4. 比比哪个大？

你一定知道曹冲称象的故事吧！象很重，用秤直接去称是不行的。聪明的曹冲想出了一个好办法……不用说，你已经知道了。对了，他不去直接称象，而去称与大象等重的石头。这个故事告诉我们：当直接解决一个问题有困难的时候，可以改变一下办法，间接地去解决它。

下面有两个比较分数大小的问题，要是直接去比，相当麻烦，你能不能想个巧法子，很快判断出它们的大小呢？

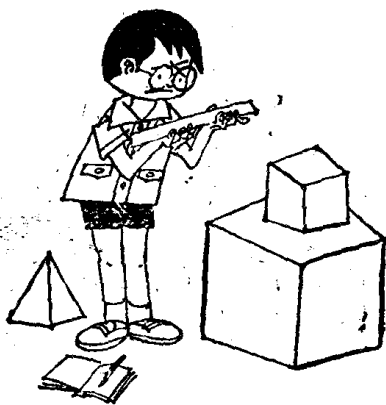


(19) 分数 $\frac{2222221}{2222223}$ 和 $\frac{3333331}{3333334}$ 哪个大？

(20) 分数 $\frac{222222221}{333333332}$ 和 $\frac{444444443}{666666665}$ 哪个大？

5. 缺少刻度的尺

一把带有刻度的尺子，年长日久地使用，其中一部分刻度渐渐地磨掉了。要想继续用它来量长度，是很困难的。对于一个不爱动脑筋的人来说，这把尺子很可能被扔掉了。但是，对于爱动脑筋、善于思考的人来说，就不同了。当遇到下面两个问题的时候，他会先想一想这是个什么数学问题，然后再设法用这把尺子去度量。



(21) 有一把长度为 13 厘米的尺子，尺子上面仅剩下了表示 1, 6, 9, 11 的四个刻度。你能不能用这把尺子一次量出 1 厘米, 2 厘米……13 厘米的长度?

(22) 一把长度为40厘米的尺子，只剩下标有1, 2, 3, 4, 10, 17, 24, 29, 35 的这几个刻度，你能不能用这把尺子一次量出1厘米, 2厘米……40厘米的长度?

