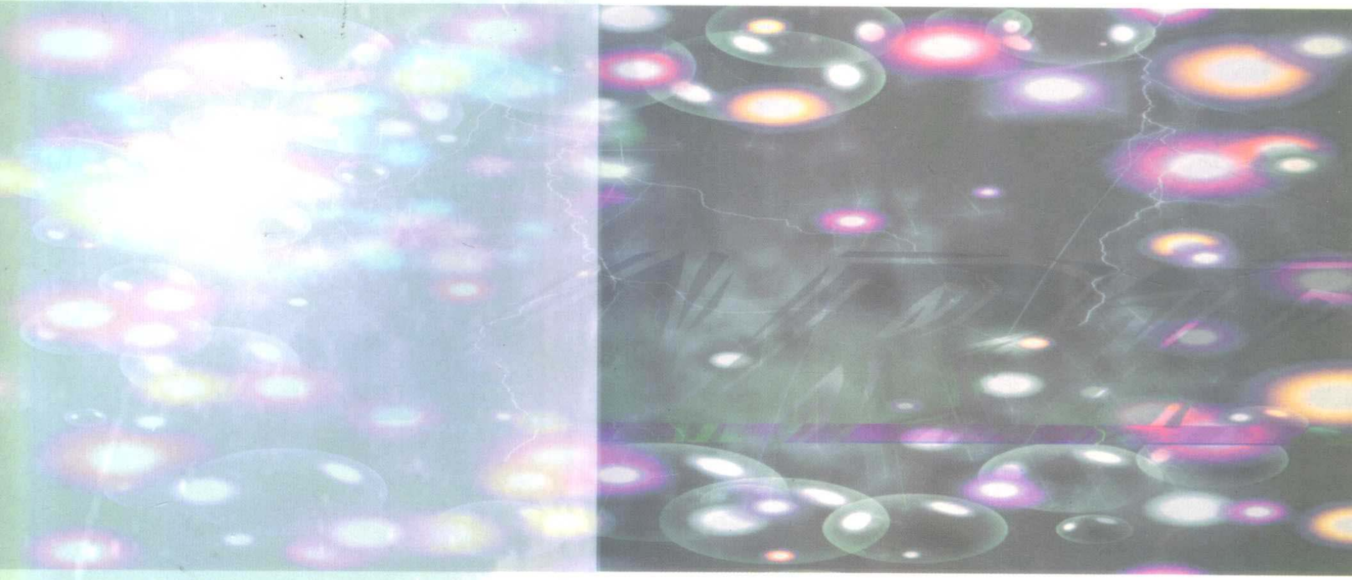
大学物理实验

（上册）



浦天舒
编著　张铮扬
沈亚平

中国纺织大学出版社

大学物理实验(上册)

浦天舒　张铮扬　沈亚平等　编著

中国纺织大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验．上册/浦天舒编著.—上海：中国纺织大学出版社，2002.1

ISBN 7-81038-431-7

Ⅰ．大... Ⅱ．浦... Ⅲ．物理学—实验—高等学校—教材 Ⅳ．04-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第091811号

执行编辑 林 萍
责任编辑 苗兰兰
封面设计 吴 燕

大学物理实验(上册)
浦天舒 张铮扬 沈亚平等 编著
中国纺织大学出版社出版
(上海市延安西路1882号 邮政编码 200051)
南京展望照排印刷有限公司排版 苏州市望电印刷厂印刷
新华书店上海发行所发行
开本 787×1092 1/16 印张.8 5 字数：224千字
2002年1月第1版 2002年1月第1次印刷
印数 0 001～3 000
ISBN 7-81038-431-7/O·18
定价 17 00元

前　　言

本书是为配合我校物理实验中心建立以基本实验、综合与设计性实验、近代物理提高实验的物理实验教学新体系，以及我校应用物理(光电信息)专业的建设目标，以我们历年所编的讲义为基础，根据《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》，结合我校现有仪器设备状况，经修改、充实后而编写的系列教材之一。除作为我校理工科学生的“大学物理实验”课程的教材外，部分内容(主要为物理专业所开设)亦可作为对他们开设的物理实验选修课的教材。

本教材的特点是将实验内容分为基本实验和综合与设计性实验两部分。基本实验以实验内容较为单一的实验为主，但适当提高实验起点，误差处理以标准差为主，增加了不确定度的初步知识；综合与设计性实验部分的要求稍高，相对于基本实验是螺旋式上升的一个新循环，大多数实验含有选做和设计的内容，以适应不同层次学生的需要。另外对实验(主要是基本实验)尽可能配以计算机多媒体教学手段，以利于学生自学。

本书的编写是我们深化教学改革的一种尝试。其中凝聚着物理实验中心全体人员的经验和心得，反映了集体的智慧和集体的劳动，包括现已离开实验室的、已退休的同志的贡献。参加本次新编的有浦天舒、张铮扬、沈亚平、金若鹏、胡群华、许毓敏、龚俊、邱高等同志。实验的多媒体教学软件由张铮扬、沈亚平、严治仁等同志编制。我们认为，物理实验课担当着对学生的一种特殊的用脑动手、智能与技能综合协作的使命，教材的编写与实验室的物质建设是相辅相成、彼此促进和提高的。但是由于我们水平有限，本书肯定有许多不足之处，诚望阅读或使用本书的老师和学生提出宝贵意见，以便我们改进。全文插图由姜月玲同志描绘，在此表示衷心感谢！

编　者

2001.10

目　　录

综合与设计性实验

绪　论

一、物理实验课的地位和作用

物理学从本质上说是一门实验科学。300多年前，伽利略和牛顿等学者，以科学实验方法研究自然规律，逐渐形成了一门物理科学。物理学的发展及物理学史上许多关键问题的解决，最后都诉诸于实验。例如，杨氏的光干涉实验证实光的波动说；迈克耳逊-莫雷实验证实以太不存在；赫兹实验证实麦克斯韦的电磁场理论。而近代物理学的重大突破，更离不开科学实验这个环节的研究结果。

随着科学技术的发展，物理学实验越做越精确，越做范围越广，它可以验证更深一层的理论，推动理论研究的发展；它可以启示新科学思想，提供新的科学方法；它用精确的定量数据辨明各类事物的细微差异；它证明一定的假设并使假设转化为理论；它指出理论可靠性和适用的范围。近代科学的历史表明，物理学领域内的所有研究成果都是理论和实验密切结合的结晶。

作为一门独立课程的物理实验课，是学生进入大学后受到系统的实验技能训练的开端，是后继课程的基础。本课程教学的主要目的是：

（一）通过课程的学习，使学生受到基本物理概念、基本物理实验方法、基本物理实验技能方面的基本训练。使学生逐步具备运用物理概念、物理方法进行科学实验的能力。

（二）培养和提高从事科学实验素质。包括：理论联系实际和实事求是的科学作风；严格的操作规程，严肃认真的工作态度；不怕困难，主动进取的探索精神；遵守纪律，爱护公共财物的优良品德。

科学的发展，新产品的开发、新工艺的使用离不开基础训练。作为德、智、体全面发展的工程科学技术人才，不仅要有深广的理论知识，而且必须有现代科学的实验能力，才能适应现代社会的需求。

二、物理实验课的基本程序

物理实验课在指导教师的指导下，学生要充分发挥独立性和主动性，整个实验过程一般分为三个阶段。

（一）实验的预习

实验预习是实验课的重要环节。

预习要求理解实验的目的和原理，弄懂重要的物理概念和公式，了解实验的具体过程，抓住实验操作的关键，在此基础上写出预习报告。

预习报告的内容主要有：一、实验名称；二、实验目的；三、所用的仪器设备（一般应写出型号）；四、简要原理和计算公式，电学实验必须画出电路图，光学实验必须画出光路图，其他实验应画出仪器装置简图；五、实验步骤；六、实验数据表格。

未作预习和预习报告的学生在补作之前均不能进入实验的第二阶段。

（二）实验的操作

实验进行前先要熟悉仪器，了解仪器工作的原理和操作方法。考虑仪器的合理布局，然后将仪器安置调节好。

使用电学仪器还应注意用电安全，须经教师检查后才能接通电源。实验过程中要养成良好的记录实验数据（现象）习惯：根据仪器最小刻度单位或精度等级准确读数，原始数据不能随意修改。原始数据须记录在实验笔记本或预习报告上，还应根据不同实验的需要记下实验时间、地点、合作者、室温、气压、使用的仪器编号及实验过程中发现的问题。

（三）写实验报告

书写实验报告是对该次实验的全面总结，也是为在今后实际工作中书写科研论文和工作报告打好基础。

实验报告要求字迹端正、文字通顺，数据表格和实验结果完整清晰、结论正确。还要有对该实验的分析。

完整的实验报告通常包括下列几个部分：

一、实验名称；二、实验目的；三、仪器；四、简要原理和计算公式（电学实验必须画出电路图，光学实验必须画出光路图，其他实验应画出仪器装置简图）；五、实验步骤；六、实验数据表格；七、主要计算过程（包括误差计算）和作图（如波形图、各种关系图、曲线图等）；八、实验结果；九、分析讨论（包括误差分析、回答思考题、心得体会、改进实验装置和实验方法的建议等）。（以上一至六为预习报告的内容）

实验报告一般应在实验进行后立即完成，在下次实验前交指导教师批阅。没有按要求完成的，教师可以要求学生退回补做。

三、误差及数据处理的基本知识

物理实验是通过模拟自然现象，研究自然界中的物质运动形态，从而取得规律性的认识。在实验中对观察和测量需作出定性和定量的分析，找出各物理量之间的关系，对测量的可靠性作出科学的评价。从而验证物理定理、规律，探索新的理论的依据，发现新的物理规律。

本节讨论如何对所取得的实验数据及测量值，通过各物理量之间的关系进行处理，确定直接或间接测量值的误差范围，对测量结果的可靠性作出科学的估计。

（一）测量及误差

1．测量

测量就是在实验过程中使用仪器或测量工具，以适当的方法，对现象和实体测得所需物理量的大小。被测物理量所得的测量值应包括数值大小和表征该物理量的单位。如时间单位为秒，位移单位为米，速度单位为米/秒。物理量的单位我国采用国际单位制（SI）为基础单位，即 1971 年第 14 届国际计量大会上确定的：米（长度）、千克（质量）、秒（时间）、安培（电流强度）、开尔文（热力学温度）、摩尔（物质的量）和坎德拉（发光强度）。从国际单位制的基本单位可以导出其他量，如焦耳（能量）、伏特（电压）、瓦（功率）等，这些称为国际单位制的导出单位。

测量物理量的方法可归并为两大类：直接测量和间接测量。

（1）直接测量：用仪器和测量工具与待测量进行直接度量比较，从仪器或量具上读出所测物理量的大小。如米尺测量长度；安培计测量电流强度；伏特计测量电压等。

（2）间接测量：通过直接测量所得的物理量之间的函数关系，经过运算后得出待测量的

值。如用安培计和伏特计测得电流强度和电压后即可得到电功率的值，电功率 $N = IU$。随着科学技术的发展，原先的间接测量值不必通过物理量之间的函数关系亦可直接测得。如电功率，用功率表就可直接测量。

2. 误差及其分类

误差：被测物理量客观上存在一个确定的值，称为真值，用 X_0 表示。但即使用最精密的仪器和尽可能完善的方法，也只能测得近似值，用 X_t 表示。测得的近似值和真值的差为测量误差，简称误差，用 Δ 表示，则

$$\text{误差} = \text{测量值} - \text{真值}$$

即

$$\Delta = X_t - X_0 \tag{1}$$

测量永远得不到真值，只能通过改进仪器和测量方法，减小误差取得测量值接近于真值的最佳值。

因此，在整个实验的设计中，选取器材和选择实验条件，以及实验的进行，都必须对误差的产生进行分析研究。

误差按其性质可分为系统误差和偶然误差(随机误差)。

(1) 系统误差

系统误差的特点：在相同条件下，对某一物理量进行多次测量，误差的绝对值和符号(正、负)保持不变，测量条件改变，误差也按一定规律变化。

系统误差又可分为已定系统误差和未定系统误差两种。对于已定系统误差是指符号和绝对值已经确定的系统误差，若对其产生的原因已经明确，可以进行修正或消除。未定系统误差是指符号或绝对值未经确定的误差。产生的情况比较复杂，比较难以排除。

系统误差来源于仪器的固有缺陷；实验方法的不完善和所依据理论的近似性；环境对实验条件的影响；实验人员缺乏经验和生理、心理的特点。

这类误差在选择适当仪器和实验方法后，原则上可以减小、修正或消除。

需要特别指出的是：系统误差的消除、减小或修正是属于技能问题，可以在实验前、实验中、实验后进行，例如：实验前对测量仪器进行校准，使方法完善，对人员进行专门训练等等；在实验中采取一定方法对系统误差加以补偿；实验后的结果处理中进行修正等等。然而，要找出系统误差的原因，寻求其规律决非轻而易举之事，这是因为：

① 实验条件一经确定，系统误差就获得了一个客观上的恒定值，在此条件下进行多次测量并不能发现该系统误差；

② 在一个具体的测量过程中，系统误差往往会和偶然误差同时存在，这给分析是否存在系统误差带来了很大的困难。

能否识别和消除系统误差与实验者的经验和实际知识有着密切关系，因此，对于初学实验者来说，应该从一开始就逐步地积累这方面的感性知识，在实验时要分析：采用这种实验方法(理论)，使用这套仪器，运用这种操作技术会不会对测量结果引入系统误差？

科学史上曾有过这样一个事例：

1909～1914 年间美国著名物理学家密立根以他巧妙设计的油滴实验，证实了电荷的不连续性，并精确地测得基本电荷的大小：

$$e = (1.591 \pm 0.002) \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

后来，由 X 射线衍射实验测得的 e 值却与油滴实验值差了千分之几，通过查找原因，发现密立根实验中所用的空气粘滞系数值偏小，以致引人了系统误差，在重新测量了空气的粘滞系数之后，使油滴实验测得的 e 值为：

$$e = (1.601 \pm 0.002) \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$$

它与 X 射线衍射法测得的结果 $(1.6020 \pm 0.0002) \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$，十分吻合。

此例说明了实验条件一经确定，多次测量（密立根曾观测了几千个带电油滴）发现不了系统误差，必须要用其他的方法（本例中改变了产生系统误差根源的条件），才可能发现它；同时也说明了实验中应从各方面去考虑是否会引入系统误差，当忽略某一方面时，系统误差就可能从这一方面渗透到测量的结果中来。

(2) 偶然误差

偶然误差的特点：在相同条件下，对某一物理量进行多次重复测量，每次测量的误差时大时小、时正时负，无法预测又无法控制，误差的出现纯属偶然，但仍显示出一定的统计规律性。

偶然误差的产生在于实验人员的感官（如人的情绪、注意力、听觉、触觉等）的分辨能力的微小变化及具体测量时外界条件的起伏（如温度、湿度、气压等），这些偶然因素使测量值产生误差。

这类误差基本上服从一定的统计规律。在一定范围内可以作出误差估算，确定测量值的可靠程度。

由于系统误差与偶然误差的性质不同，对两类误差进行处理所依据的理论和方法也不同，所以在对测量误差进行处理之前，一定要根据误差的性质区分是系统误差还是偶然误差。

若按定义来区分测量误差是系统误差还是偶然误差是非常明确的，但在实验测量工作中有时这两类误差却不易区别，因为在一定条件下两种误差的性质可以互相转化，例如，原来被看成是偶然误差的测量误差，随着科学技术水平的提高，可以发现引起这种误差的原因，从而能够掌握这种误差的变化规律，这样就有可能把这种误差当作系统误差来对待。也会有相反的情况：原来被看成是系统误差的测量误差，造成这种误差的原因及变化规律也能掌握，由于造成误差的已知因素变化比较频繁或很复杂，同时对测得值的影响又很微弱，若掌握其变化规律所付的代价较大，在能满足实际需要的情况下，可以把这种误差当作偶然误差来处理，即用统计方法来处理。

还有另外一种情况：同是一种误差，在一定条件下可当成偶然误差，而在另外条件下则可看作是系统误差。如在批量生产热电偶时，由于材料的不均匀性和制造工艺的微小差别，使做成的热电偶对某一温度所产生的热电势与标准值相比，总会出现一定的误差。在评价这批热电偶的测温精度时，每支热电偶所产生的热电势与标准值之差，就可看成是偶然的。若任意取定一支热电偶，经与标准校对后，则这热电偶产生热电势的误差大小、方向就为已知，这样此误差又可作为系统误差，用修正值将此误差排除。

3. 精密度、准确度和精确度

由于系统误差和偶然误差对测量结果所起的作用不同，因此用精密度、准确度、精确度作为对测量结果质量的评价。精密度指多次重复测量各测量值的密集程度，它反映的是偶然误差；准确度表示测量结果与真值的接近程度，它反映的是测量值的系统误差；精确度是反映测量值中系统误差与偶然误差的综合，它表示测量结果的重复性以及与真值的一致程度。

以打靶射击为例来比较说明三者之间的关系和区别，如图 1 所示。

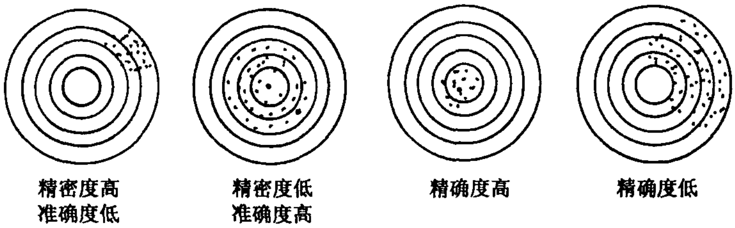


图 1

4. *偶然误差的估算*

假设在实验中已将系统误差消减到可以忽略的程度，通过等精度测量（即同一测量者在同样的条件下，用相同的仪器对被测量进行多次重复测量），由于各种因素微小变动所引起测量值间微小的不可预测的差异，从而得到一系列测量值（$X_1, X_2, \cdots, X_n$）。我们所关心的是最接近真值的值（称为真值的最佳估计值，在计量学上称为测量列的测量结果期望估计值）是多少？又如何对该列测量数据的质量作一个恰当的评价？

(1) 偶然误差的统计规律

偶然误差是数学期望值为零的随机误差。因而抵偿性是其最本质的特性，大多数偶然误差呈正态（高斯）分布，误差 Δ 正态分布的概率分布密度函数为

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} \tag{2}$$

特征量 σ 称为标准误差

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \Delta_i^2}{n}} \quad (n \to \infty) \tag{3}$$

从图 2 中可以得出服从正态分布的偶然误差有四个特征：

① 单峰性：绝对值小的误差出现的概率（又称几率）比绝对值大的误差出现的概率大；

② 对称性：绝对值相等的正负误差出现的概率相同；

③ 有界性：在一定的测量条件下，误差的绝对值不会超过一定的界限（指超过的概率很小）；

④ 抵偿性：偶然误差的算术平均值随着测量次数的增加而越来越趋向于零。

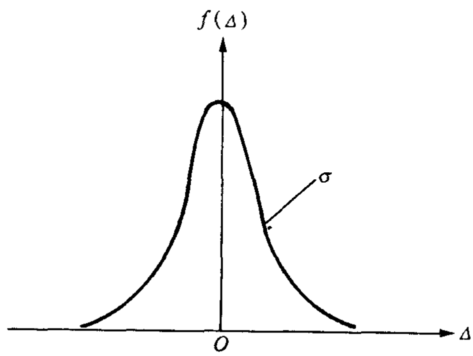


图 2

即

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta_i = 0 \tag{4}$$

(2) 算术平均值

根据偶然误差的抵偿性可以证明测量结果的算术平均值$\overline{X}$就是接近真值的最佳值。

证明：算术平均值：

$$\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i \tag{5}$$

各次测量值误差：
$$\Delta_1 = X_1 - X_0$$
$$\Delta_2 = X_2 - X_0$$
$$\vdots$$
$$\Delta_n = X_n - X_0$$

等式左右分别相加： $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i - X_0 = \overline{X} - X_0$

根据偶然误差抵偿性：

当 $n\to\infty$ 时，$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta_i\to 0$，则 $\overline{X}\to X_0$ 证毕。

(3) 偶然误差的表示法及估算

真值是被测量的客观实际值，它是个理想的概念，只有下列几种值可视作为真值：理论值，公认值，计量学约定真值，相对真值。

而 $\Delta_i = X_i - X_0$ 是实在的误差值，称为真误差。我们定义测量的标准误差是：对一固定量进行无穷次测量，各次测量误差平方的算术平均值再开方所得的数值，称为测量总体的标准误差（又称为方均根误差），用式(3)表示。

① 直接测量结果的偶然误差估算公式

由于真值无法知道，因此，真误差 Δ_i 也无法计算，由于 $n\to\infty$ 时，$\overline{X}\to X_0$，而算术平均值 —— 最佳值是能够计算的，则可以用 $X_i - \overline{X}$ 来估算误差。

$$V_i = X_i - \overline{X} \tag{6}$$

V_i 称为残差，X_i，$\overline{X}$，V_i 均为随机变量。

当用算术平均值 $\overline{X}$ 代替 X_0 时，等精度的测量列 $X_1, X_2, X_3, X_4, \cdots, X_n$ 的标准偏差可用下式计算：

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n-1}} \quad \text{(Bessel 公式)} \tag{7}$$

S_X 表征对同一被测量作 n 次有限次测量时其结果的分散（离散）程度。显然当 $n\to\infty$ 时，$S_X\to\sigma$。所以 S 值是对 σ 的一种评定，称为样本的标准偏差。

S 是衡量偶然误差大小的一个数字特征，表示了测量数列的离散程度，S 越小，说明测量的精密度越高，S 越大，则说明测量的精密度越低。

现举一个实际例子来说明，用两个真空管电压表测量稳定的电压，第一个真空管电压表测量所得的电压的偶然误差的绝对值为 3,2,2,2,1,0,2,3,2,3；第二个真空管电压表测量所得的电压的偶然误差的绝对值为 0,1,7,0,1,1,10,0,1,1。

直观地分析这两组数列，可以看出第一组数列离散程度小，测量精密度高，由式(3)可算得（n 有限时亦可以式(3)作为 S 的近似估算）两组数列的标准差：

$$S_1 = \sqrt{\frac{3^2+2^2+2^2+2^2+1^2+0^2+2^2+3^2+2^2+3^2}{10}} = 2.2$$

$$S_2 = \sqrt{\frac{0^2 + 1^2 + 7^2 + 0^2 + 1^2 + 1^2 + 10^2 + 0^2 + 0^2 + 1^2}{10}} = 3.9$$

可见 S 灵敏地反映出了测量数列的离散程度。

注意，S_X 表示的是 X_i(而不是 $\overline{X}$)的离散程度，而算术平均值 $\overline{X}$ 比 X_i 更接近真值(所以亦称为近真值)，可以证明其标准偏差的估算公式为

$$S_{\overline{X}} = \frac{S_X}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n(n-1)}} \tag{8}$$

显然 $\overline{X}$ 的离散程度 $S_{\overline{X}}$ 比 X_i 的离散程度 S_X 小得多，$S_{\overline{X}}$ 称为算术平均值实验标准偏差，简称平均值标准偏差。

由于平均值 $\overline{X}$ 是一随机变量，随测量次数而变化。由式(8)可知当测量次数 n 增大时，$S_{\overline{X}}$ 减小，偶然误差减小。但当 $n>10$ 以后 $S_{\overline{X}}$ 变化缓慢(图 3)，所以测量次数不必很多。

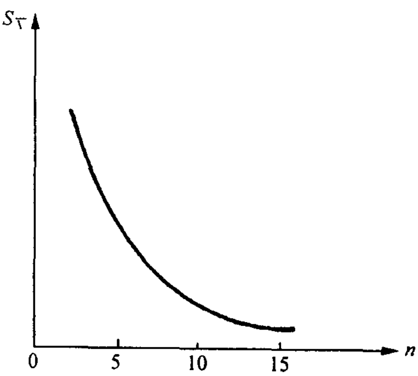


图 3

② 间接测量结果的偶然误差估算公式

对于间接测量量，设间接测量量 N 与各直接测量量 $x,y,z,\cdots,u$ 的函数关系为

$$N = f(x,y,z,\cdots,u) \tag{9}$$

则有最佳值 $$\overline{N} = f(\overline{x},\overline{y},\overline{z},\cdots,\overline{u}) \tag{10}$$

当各直接测量量 $x,y,z,\cdots,u$ 均是独立变量，且误差为小量时，有误差(标准偏差)传递公式

$$S_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 S_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 S_y^2 + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^2 S_u^2} \tag{11a}$$

对于 $\overline{N}$ 则相应有

$$S_{\overline{N}} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 S_{\overline{x}}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 S_{\overline{y}}^2 + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^2 S_{\overline{u}}^2} \tag{11b}$$

式(11a)及式(11b)之运用，须注意各个自变量的独立性，请看下面的推演(题目见本教材“绪论”后的习题(4))：

设正方形边长为 a，其标准偏差为 S_a，则面积 $S = a^2$，因为当 $N = x \cdot y$ 时有

$$S_N = \sqrt{y^2 S_x^2 + x^2 S_y^2},$$

则
$$S = a^2 = a \cdot a$$

对前一个 a 求偏导：$\left(\frac{\partial S}{\partial a}\right)_{前} = a$，对后一个 a 求导 $\left(\frac{\partial S}{\partial a}\right)_{后} = a$

$$S_s = \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial a}\right)_{前} S_a^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial a}\right)_{后} S_a^2} = \sqrt{2a^2 \cdot S_a^2} = \sqrt{2}\, a S_a$$

以上推演错在何处？（比较：由 $S=a^2$ 直接对 a 求导得 $2a$，故得 $S_s=\sqrt{(2a)^2\cdot S_a^2}=2a\cdot S_a$）

一些常用函数的标准偏差传递公式见附录 1。

5. 标准误差的统计意义

若偶然误差服从正态分布，则 S（或 σ）越小，其误差的概率分布曲线（即高斯分布曲线）越"瘦"；S（或 σ）越大，则曲线越"胖"。

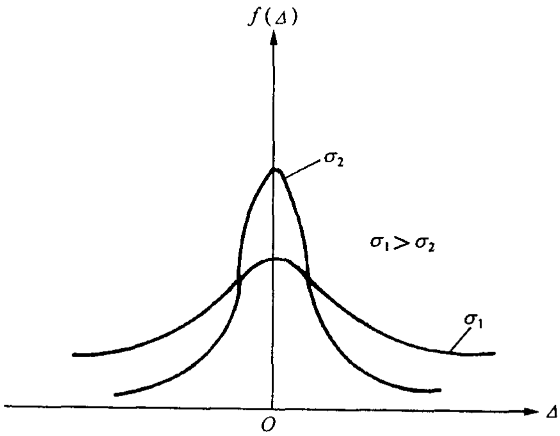


图 4

图 4 所示 $\sigma_1>\sigma_2$，σ_2 值小，曲线峰值高，各测量值的分散性小，重复性好，在误差集合体中小误差占优势。反之，σ_1 值大，曲线平坦，各测量值的分散性大，重复性差，相比之下在误差集合中小误差优势减小。

由概率论可知正态分布的偶然误差出现在（$-\sigma$，$+\sigma$）区间内的概率

$$P(-\sigma<\Delta<+\sigma)=\int_{-\sigma}^{+\sigma}f(\Delta)\mathrm{d}\Delta=\int_{-\sigma}^{+\sigma}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{\frac{-\Delta^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}\Delta=68.3\ \%$$

由此可见，标准误差 σ 的统计意义是：任作一次测量，测量值误差在 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 之间的可能性为 68.3%，见图 5。

平均值的标准偏差 $S_{\overline{X}}$ 的统计意义是：在（$\overline{X}\pm S_{\overline{X}}$）范围内包含真值 X_0 的可能性是 68.3%，也就是最佳值 $\overline{X}$ 的可靠程度。

偶然误差的大小除了用标准误差表示外，根据不同的实验要求，有时也用平均误差 η 和极限误差 δ 表示。由于偶然误差具有统计规律，因此，平均误差 η 和极限误差 δ 也具有统计特性。

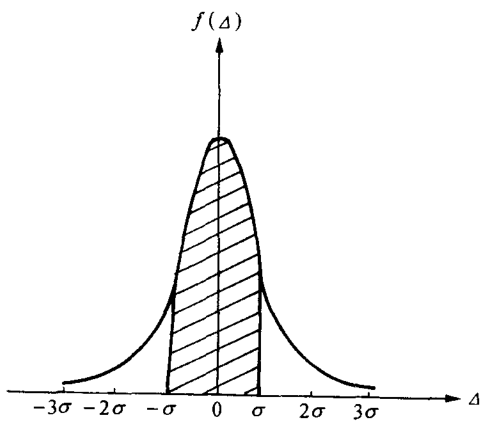


图 5

平均误差 η

定义：

$$\eta=\frac{\sum|\Delta_i|}{n} \tag{12}$$

概率 $P(-\eta<\Delta<+\eta)=\int_{-\eta}^{+\eta} f(\Delta)\mathrm{d}\Delta=57.5\%$ （Δ 为正态分布）

平均误差的统计意义是：任作一次测量，测量值误差在 $-\eta$ 到 $+\eta$ 之间的可能性为57.5%。与标准误差的关系：$\eta=\frac{4}{5}\sigma$。

用 V_i 来计算平均误差时则为：

$$\eta_X=\frac{\sum|V_i|}{\sqrt{n(n-1)}} \tag{13}$$

极限误差 δ

定义：$\delta=3\sigma$

概率 $P(-\delta<\Delta<+\delta)=\int_{-3\sigma}^{+3\sigma} f(\Delta)\mathrm{d}\Delta=99.7\%$ （Δ 为正态分布）

极限误差的统计意义是：任作一次测量，测量值误差在 $-\delta$ 到 $+\delta$ 之间的可能性为99.7%（见图5），测量误差超出 $\pm3\sigma$ 范围的概率小，故称极限误差。

由于 $\delta=3\sigma$，则 $\delta_X=3S_X$。

6. 仪器误差

仪器和量具精确度的高低一般是用极限误差 δ（即通常所称的仪器误差 $\Delta_{仪}$）来表示的，极限误差又称最大误差 Δ_{max}，通常以示值误差或仪器级别的形式给出，有时也可把仪器的最小分度或最小分度的一半作为 Δ_{max}。在仪器、量具出厂时都在说明书中载有误差限，例如50 g的三等砝码误差限 $\Delta_{仪}=2$ mg。所以仪器误差是在正确使用仪器的条件下，测量所得结果的最大误差。

仪器的误差既有系统误差的成分，又含有偶然误差的成分，对于准确度较低的仪器，它主要反映了系统误差的大小，而准确度高的仪器则是两类误差综合的结果，很难区分哪类误差起主要作用。

在理解极限误差这一概念时，不能把极限误差绝对化，错误地理解极限误差是表示决不能出现绝对值比它更大的一个误差，这样理解是不正确的，因为极限误差是以一定的概率来定义的，也就是说出现比极限误差还大的误差的可能性虽然是非常小，但毕竟不是绝对不可能出现。如偶然误差为正态分布时，其误差值从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 都有可能出现，只是绝对值大的误差出现的概率小一些，但在重复测量中最少出现一次的概率随着测量次数的增加而增加。所以极限误差的“极限”（或“最大”）的概念是相对的，它是说绝对值比它大的误差出现的概率小于某个规定数字而已。极限误差是相对于一定的概率而言的，假如定义极限误差的概率值改变为另一个数值，则相应的极限误差值也就改变。

仪器说明书中规定的精确度是以极限误差表示的，如0.5%精确度的电压表，0.05%的频率计，这“0.5%”、“0.05%”就是该仪器规定的极限误差。我们检定这些仪器时，当误差超过说明书上规定的数值时就认为仪器不合格。但我们不能理解为合格的仪器在使用时，比极限误差还大的误差绝对不可能出现，而应理解为出现绝对值比极限误差还大的误差出现的概率等于小于规定值。极限误差用符号 Δ_{max} 表示，其概率目前一般取0.3%，对正态分布的偶然误差而言，绝对值比 $3S$（S 为仪器的标准偏差）还大的误差出现的概率为0.3%（见图5），所以

$$\Delta_{max} = 3S \tag{14}$$

若已知 $\Delta_{仪}$，则

$$S = \frac{\Delta_{仪}}{3} \tag{15}$$

通常假定仪器误差的概率分布服从均匀分布（误差限为 $\pm\Delta_{仪}$，如图 6)，则

$$f(\Delta) = \frac{1}{2\Delta_{仪}}$$

$$P(-\Delta_{仪} < \Delta < +\Delta_{仪}) = \int_{-\Delta_{仪}}^{+\Delta_{仪}} f(\Delta)\mathrm{d}\Delta = 1$$

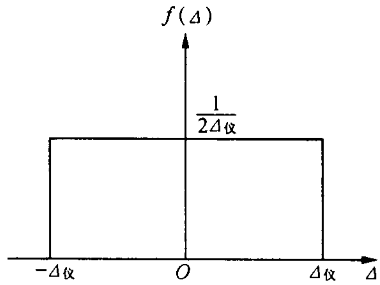


图 6

可以计算仪器的标准偏差为：

$$S_{仪} = \frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}} \tag{16}$$

注意，对仪器的使用者来说，关心的是 Δ_{max}（为已知）对最后测量结果的影响，所以在单次测量的情况下，由于一般不能确定仪器误差的确切分布，可以假定是正态或均匀分布，由式(15)或(16)算出相应的标准偏差 S，在需进行误差合成时，则须以此 S 与其他测量值的标准偏差合成总的标准偏差。

有关各种仪表的仪器误差可参阅附录 2 或有关书籍。

（二）有效数字及测量结果的表示

1. 有效数字

(1) 有效数字的概念

使用测量仪器或工具对某一物理量进行测量时，测量读数可以读到最小分格值，这些都是可靠数字。然后，还可以对最小分格估读一位，一般可估读到十分之一或五分之一，这一位是反映客观实际的可疑数字，是可以反映出测量仪器或工具精密度的一种粗略表示方法，因此是有效的。

所以，测量值中所有可靠数字加上一位可疑数字称为测量值的有效数字，这些数字的总位数称为该测量值的有效位数。有效数字也可和被测物理量的大小有关，如用 mm 刻度的米尺测量长为 19.9 mm 及 119.9 mm 的两个物体，前者为 3 位有效数字，后者为 4 位有效数字。有效数字是仪器精密度和被测物理量本身大小的客观反映，因此有效数字是不能随意增减的。

有效数字的位数越多，说明测量的精度越高。第 1 位非零数字前的“0”在确定有效位数时无意义，而第 1 位非零数字后的“0”在确定有效位数时应计入有效位数，如 0.031 010 为 5 位有效数字。换算单位时，有效数字的位数保持不变。

在进行单位换算和变换小数点位置时，应使用科学记数法。

如大单位换成小单位：

$$1.2\,\mathrm{m} = 1.2\times10^2\,\mathrm{cm} = 1.2\times10^3\,\mathrm{mm} = 1.2\times10^6\,\mu\mathrm{m}$$

小单位换成大单位：

$$1.2\,\mu\text{m} = 1.2\times 10^{-3}\,\text{mm} = 1.2\times 10^{-4}\,\text{cm} = 1.2\times 10^{-6}\,\text{m}$$

即不同单位用10的不同幂次表示。

(2) 有效数字的运算规律

加减运算：几个数相加减，运算结果的欠准数与诸数中最高位的欠准数位置对齐，如：

$$\begin{array}{r} 30.3 \\ +\quad 1.384 \\ \hline 31.684 \end{array}\ \text{应取 }31.7 \quad \xrightarrow{\text{可简化为}} \quad \begin{array}{r} 30.3 \\ +\quad 1.38 \\ \hline 31.68 \end{array}\ \text{应取 }31.7$$

$$\begin{array}{r} 12.6 \\ -\quad 4.378 \\ \hline 8.222 \end{array}\ \text{应取 }8.2 \quad \xrightarrow{\text{可简化为}} \quad \begin{array}{r} 12.6 \\ -\quad 4.38 \\ \hline 8.22 \end{array}\ \text{应取 }8.2$$

乘除运算：几个数相乘除时，运算结果有效数字的位数与各数中有效数字位数最少的一个相同，如：

$$\begin{array}{r} 10.522 \\ \times\quad 0.34 \\ \hline 42088 \\ 31566 \\ \hline 3.57748 \end{array}\ \text{应取 }3.6 \quad \xrightarrow{\text{可简化为}} \quad \begin{array}{r} 10.5 \\ \times\ 0.34 \\ \hline 420 \\ 315 \\ \hline 3.570 \end{array}\ \text{应取 }3.6$$

$$\begin{array}{r} 30.9 \\ 0.34\overline{)10.522} \\ 10.2 \\ \hline 322 \\ 306 \\ \hline 16 \end{array}\ \text{应取 }31 \quad \xrightarrow{\text{可简化为}} \quad \begin{array}{r} 30.8 \\ 0.34\overline{)10.5} \\ 102 \\ \hline 300 \\ 272 \\ \hline 28 \end{array}\ \text{应取 }31$$

乘方、立方、开方运算：运算结果的有效数字位数与其底的有效数字位数相同。

对数、三角函数运算：运算结果的有效数字位数可按间接测量误差传递公式进行计算后决定。

常数 π、e 等可认为有效数字是无限的，参加运算时一般比测量值多取一位，如 $S=\pi R^2$，$R=2.0$ cm，π 取 3.14。

注意，前述有效数字的运算法则仅是在数据量较少的情况下，为满足有效数字的基本定义，只保留最后一位数字为可疑而建议采用的。但是随着计算工具的发展，特别是电子计算器得到普遍使用的情况下，原来为简化计算先对数据做有效数字的处理，反而造成了麻烦，还不如把原始数据直接输入计算器，得出最后计算结果，然后就可根据误差所达到的数量级的原则，直接确定最后计算结果的有效位数。

(3) 测量结果的有效位数判定准则

表示测量结果的三要素是：测量结果的最佳值、误差、单位。

测量结果的有效数字位数应按以下准则判定：

① 对于标准偏差 S。因为 S 都是欠准数，所以 S 一般可取 1～2 位有效数字。根据本书实验的精度要求，规定 S 最后结果取一位。