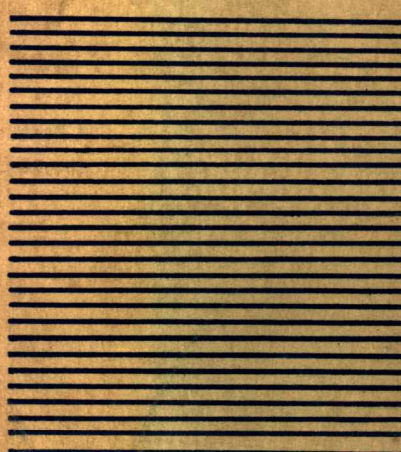
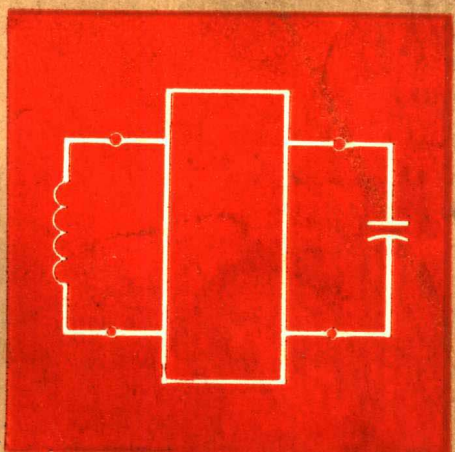
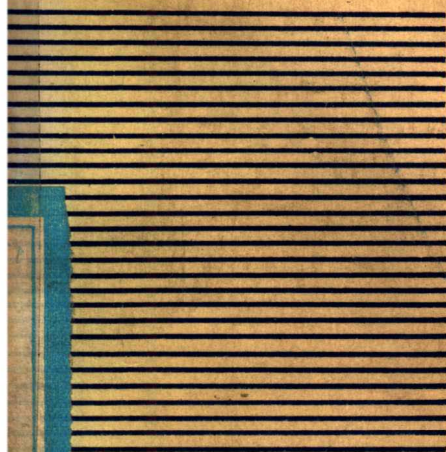
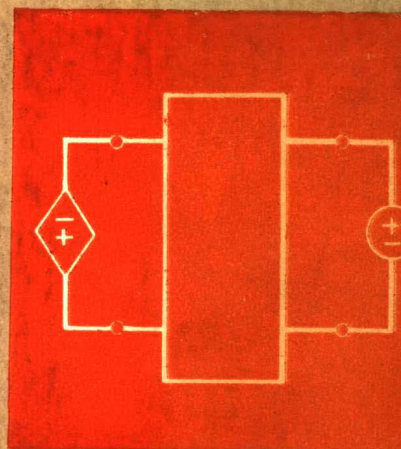
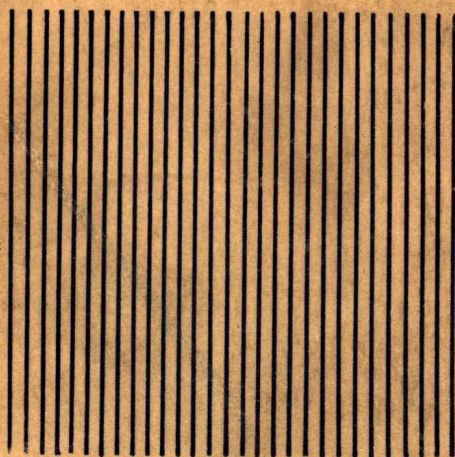
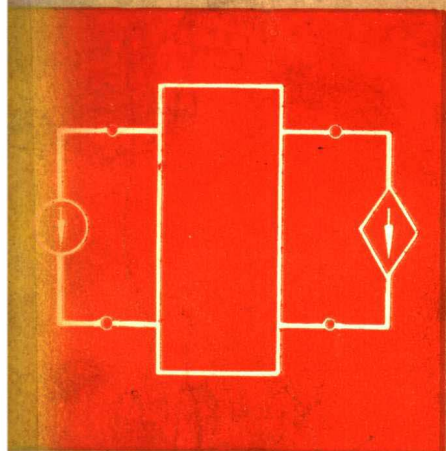


[美] 蔡少棠 著

# 非线性网络理论引论

下 册

## 非线性动力学网络



虞厥邦 译 顾德仁 张世箕 杨国雄 校

人民教育出版社

# 非线性网络理论引论

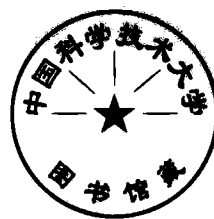
下 册

## ——非线性动力学网络——

[美] 蔡少棠 著

虞厥邦 译

顾德仁 张世箕 杨国雄 校



人民教育出版社

## 内 容 简 介

本书叙述非线性网络的基本理论,书中着重使用统一的方法——黑箱法来分析和综合非线性电子电路,观点新颖,内容丰富。全书分为三部分,共二十章。第一部分阐述非线性网络理论基础,内容有二端网络元件、受控元件、多端元件、运动方程。第二部分论述非线性电阻网络,内容有非线性电阻网络的三个基本概念、非线性电阻网络的图解分析法和图解综合法、等效原理和对称性原理、用黑箱法综合非线性直流及交流电阻功能网络、非线性电阻网络模型的综合、用分段线性迭代法分析和综合非线性电阻网络。第三部分论述非线性动力学网络,内容有非线性动力学网络的基本概念、非线性一阶自治网络及非自治网络的分析、一阶非线性开关网络的分析、用黑箱法综合一阶多谐振荡器和一阶时基发生器、非线性二阶自治网络的分析、非线性 $n$ 阶网络的分析概述。书后还有非线性网络元件的数学表示法、基本数学运算的图解法、一些基本电路的原理图、典型器件的特性曲线及参考文献要目等附录。

本书分三册出版,上册为第一部分及附录,中册为第二部分,下册为第三部分。

本书可供高等工科大学电类各专业大学生及研究生作为教学参考书,也可供有关科技人员参考。

## Introduction to Nonlinear Network Theory

volume 3 dynamic nonlinear networks

Leon O. Chua

McGraw-Hill Book Company, New York, 1969 (original edition)

Robert E. Krieger Publishing Company, Huntington, New York, 1978 (reprint)

## 非线性网络理论引论

下 册

——非线性动力学网络——

[美] 蔡少棠 著

虞厥邦 译

顾德仁 张世箕 杨国雄 校

\*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

开本 787×1092 1/16 印张 15.25 字数 340,000

1981年3月第1版 1981年11月第1次印刷

印数 00,001—7,000

书号 15012·0319 定价 1.30 元

# 目 录

## 第三部分 非线性动力学网络

### 第十三章 非线性动力学网络的基本概念

13-1 非线性动力学网络的分类.....1	13-4-2 二阶网络的标准形方程.....12
13-1-1 分类的依据.....1	13-4-3 $n$ 阶网络的标准形方程.....16
13-1-2 复杂度的定义.....2	13-5 状态空间中解答的轨线.....17
13-2 动力学网络的复杂度.....3	13-6 自治网络的平衡态.....22
13-2-1 初始条件的重要意义.....3	13-6-1 某开关网络的平衡态: 一个 数值例子.....25
13-2-2 用视察法决定复杂度.....5	13-6-2 轨线和平衡态之间的关系.....27
13-2-3 有关初始条件的几点过细的考虑.....7	13-7 平衡态的稳定性.....28
13-3 分析动力学网络的基本原理.....8	13-7-1 二阶网络的稳定性定义.....30
13-4 从 $N$ 端口子网络的特性推导 标准形方程.....10	13-7-2 $n$ 阶网络的稳定性定义.....31
13-4-1 一阶网络的标准形方程.....10	13-8 小结.....32

### 第十四章 非线性一阶自治网络的分析

14-1 基本思想和研究方法.....40	表征的非线性电阻网络, 其两端接上 线性储能元件时的电路.....56
14-2 平衡态和稳定性判据.....40	14-8-2 用具有任意斜率的分段线性特性表征 的非线性电阻网络, 其两端接上线性 储能元件时的电路.....74
14-3 两种常见电路组态的稳定性判据.....43	14-8-3 用具有任意斜率的分段线性特性表征 的非线性电阻网络, 其两端接上分段 线性储能元件时的电路.....76
14-4 对解的轨线作时间定标.....45	14-9 小结.....79
14-5 合乎实际的模型和不完善的模型.....49	
14-6 一阶网络中的跳跃现象和振荡解.....51	
14-7 需要增添寄生参量的不完善模型.....54	
14-8 分段线性法.....56	
14-8-1 用具有有限非零斜率的分段线性特性	

### 第十五章 非线性一阶开关网络的分析

15-1 何谓一阶开关网络.....86	15-4 含有一个非线性电感器或电容器的 一阶自治网络的分析.....97
15-2 线性一阶开关网络的分析.....87	15-5 小结.....102
15-3 非线性一阶开关网络的分析.....94	

### 第十六章 一阶多谐振荡器的综合: 黑箱法

16-1 何谓一阶多谐振荡器.....108	16-3-2 最小触发脉冲幅度条件.....116
16-2 无稳态(自激)多谐振荡器.....108	16-3-3 最小触发脉宽条件.....116
16-3 单稳态多谐振荡器.....111	16-4 双稳态多谐振荡器.....118
16-3-1 单稳态多谐振荡器的一些应用.....115	16-5 小结.....125

## 第十七章 一阶时基发生器的综合: 黑箱法

17-1 何谓时基发生器.....131	17-4 触发时基发生器的综合.....142
17-2 自激时基发生器的综合.....135	17-5 小结.....147
17-3 自激时基发生器的同步.....138	

## 第十八章 非线性一阶非自治网络的分析

18-1 动机和战略.....150	18-4-1 画向量场的方法.....161
18-2 线性一阶非自治网络的分析.....150	18-4-2 等斜率网络的概念.....163
18-2-1 零状态响应.....151	18-4-3 作说明用的一些例子.....165
18-2-2 全响应.....152	18-5 非线性一阶非自治网络的一些实际 应用.....171
18-2-3 时间常数很大和很小的网络.....153	18-5-1 单调充电性质及其应用.....171
18-3 分段线性一阶非自治网络的分析.....156	18-5-2 脉冲平滑性质.....175
18-3-1 一个非线性电阻器的情况.....156	18-5-3 脉冲锐化性质.....179
18-3-2 $M$ 个非线性电阻器的情况.....158	18-6 小结.....180
18-4 等斜率网络分析法.....160	

## 第十九章 非线性二阶自治网络的分析

19-1 相平面方法.....183	19-5 非线性二阶自治网络的分段线性分 析法.....203
19-1-1 等倾线和相图.....183	19-6 邻近一个平衡态处的轨线的性状.....210
19-1-2 定出轨线的时间标尺.....187	19-6-1 在非周期情况下轨线的局部性状.....212
19-2 等倾线网络法.....191	19-6-2 在螺线情况下轨线的局部性状.....215
19-2-1 等倾线网络.....191	19-6-3 奇点分类的小结.....216
19-2-2 某些实用的网络.....193	19-6-4 相图.....219
19-3 由定性分析到定量分析.....197	19-7 小结.....220
19-4 线性二阶自治网络的解析解答.....199	

## 第二十章 非线性 $n$ 阶网络的分析

20-1 越过二阶自治网络的关口.....225	20-5 定性分析法.....232
20-2 数值积分法.....225	20-6 近似解析法.....236
20-3 分段线性法.....228	20-7 小结.....236
20-4 直观推断法.....229	

# 第三部分

## 非线性动力学网络

### 第十三章 非线性动力学网络的基本概念

#### 13-1 非线性动力学网络的分类

根据 4-1-2 节中的定义, 非线性动力学网络代表除了电阻网络以外的所有类别的非线性网络。鉴于这一定义的逆性质, 电阻网络和动力学网络两类合在一起就构成了整个网络世界, 因为一个网络不是电阻网络就是动力学网络。如果我们象征性地用点集  $U$  (每个点代表一个网络) 来表示整个网络世界, 如同图 13-1a 中所示, 则  $U$  的淡阴影部分就代表了所有的电阻网络这一类,

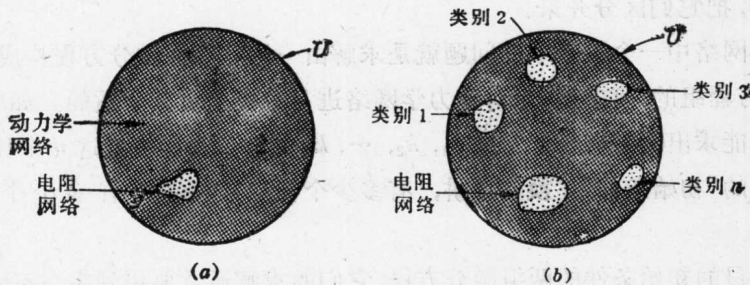


图 13-1 整个网络世界及其分类的象征性表示法。

而  $U$  的浓阴影部分就代表了所有的动力学网络这一类。因为动力学网络类要比电阻网络类远多得多, 所以要建立一个适宜于求解所有动力学网络的普遍理论, 对于我们来讲未免是太不自量力了。毕竟说来, 我们讲了八章也才只是提出了处理电阻网络的一般理论。因此合乎逻辑的研究方法将是, 把庞大类别的动力学网络象图 13-1b 那样划分成为各种子类别, 并试图对每个子类别建立其处理的普遍理论。

##### 13-1-1 分类的依据

应用什么原则来对动力学网络进行分类呢? 显然, 必须把那些具有某些共同性质和特征的动力学网络归在一类。因为任何动力学网络的本质的特征在于至少要有一个储能元件(即一个

电感器或电容器), 所以看起来合理的是用网络中出现的储能元件数目来划分动力学网络的各个子类别。可是, 这样做不是很满意的, 原因是某些包含不同数目储能元件的动力学网络可用完全相同的原理来分析, 因而就没有理由对它们加以区别。例如, 研究一下图 13-2a 中所示的一个储能元件的简单网络  $N_a$ , 以及图 13-2b 中所示的两个储能元件网络  $N_b$ 。容易看出网络  $N_a$  的运动方程为

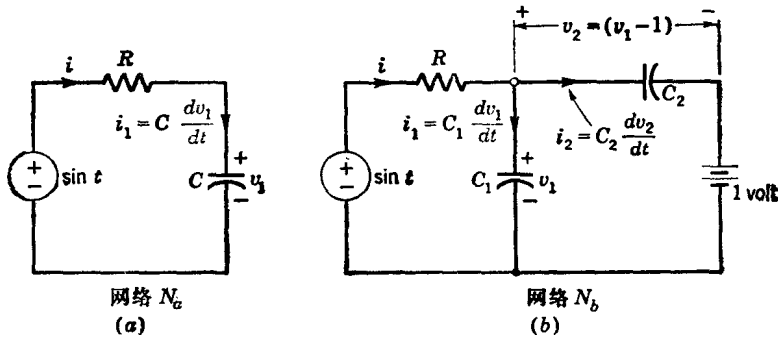


图 13-2 两个网络包含不同数目的储能元件, 但其运动方程则是相似的。

$$RC \frac{dv_1}{dt} + v_1 = \sin t \quad (13-1)$$

类似地, 网络  $N_b$  的运动方程为

$$R(C_1 + C_2) \frac{dv_1}{dt} + v_1 = \sin t \quad (13-2)$$

可见(13-1)和(13-2)式在形式上是类似的, 因而可用相同的手续来求出它们各自的解答。这样, 更为自然的就是把  $N_a$  和  $N_b$  视为属于同一个子类别的, 而不是象我们用储能元件数作为分类依据的情况那样, 把它们区分开来。

因为动力学网络中一个最基本的问题就是求解由一组非线性微分方程构成的运动方程, 因此, 按照其运动方程组的“复杂度”来对动力学网络进行分类是更为合适的。如所熟知, 对任意的微分方程组, 仅能求出其带有任意常数  $k_1, k_2, \dots, k_n$  的解。为了决定这  $n$  个任意常数, 我们必须指定  $n$  个独立的“初始条件”。换句话说, 有多少个任意常数就要有多少个独立的初始条件[注1]。

要求不同数目的初始条件的两组微分方程, 它们的求解通常要用到完全不同的方法[注2]。因为我们最终的目的是要求解这些方程式, 所以对动力学网络进行分类的更为有意义的依据, 就可以表示成为为唯一地求出网络的解答所须指定的独立初始条件的个数。鉴于以上所作的一些考虑, 我们现在可以叙述一个定义, 来作为对动力学网络进行分类的依据。

### 13-1-2 复杂度的定义

我们把动力学网络  $N$  的复杂度定义为: 可用网络中的电变量来指定的独立初始条件的最大数目  $n$ [注3]。

[注1] 一组初始条件之各个值若能任意选择, 则称其为独立的初始条件。

[注2] 唯一不依赖于微分方程数目的普遍方法是 4-7 节和 20-2 节中讨论的数值积分法。不过这个方法对研究非线性网络的定性性质来讲并不特别有用。由于这样一个限制, 在以下各章中, 将只强调调性的方法。

[注3] 马上就会弄清楚, 一个动力学网络的复杂度, 就等于为完全确定网络特性而必须指定的最少的独立初始条件个数。

为方便计,若  $n=1$ , 将称  $N$  为一阶网络;若  $n=2$ , 则称  $N$  为二阶网络。由于对任意的动力学网络  $n \geq 1$ , 故为完整起见, 把任意的电阻网络称为零阶网络。注意到这一点是重要的, 就是上述定义要求所有的初始条件是彼此独立的。“独立的”这个词意味着所指定的这些初始条件没有哪一个是可以从其余条件推导出来的。作为上述定义的一个例子, 再次研究一下图 13-2a 中所示的网络  $N_a$ 。由于  $N_a$  只包含一个储能元件, 所以我们可以只指定一个初始条件, 即在某任意时刻  $t_0$  电容器  $C$  两端的电压  $v_1(t_0)$ ; 因此  $N_a$  是一阶网络。其次研究图 13-2b 中所示的网络  $N_b$ 。由于  $N_b$  包含两个储能元件, 因此乍看起来我们可以指定两个初始条件, 即在某时刻  $t_0$  电容器  $C_1$  两端的电压  $v_1(t_0)$  和电容器  $C_2$  两端的电压  $v_2(t_0)$ 。可是, 由于  $v_2 = v_1 - 1$ , 一旦指定了  $v_1(t_0)$ , 则  $v_2(t_0)$  被限制为  $v_1(t_0) - 1$ , 因而  $v_2(t_0)$  不能随意指定, 所以这两个初始条件就不是独立的。这样  $N_b$  就是一个一阶网络, 原因是我们只能指定一个独立的初始条件。由微分方程的理论知道,  $n$  个方程的标准形微分方程组在求其解答时要求恰好  $n$  个初始条件[注 1]。因此, 一旦把网络的运动方程化成了标准形, 那么动力学网络的阶数就知道了。特别是, 状态变量的个数就等于网络的复杂度。

## 13-2 动力学网络的复杂度

正如下面就要弄清楚的, 按照动力学网络的复杂度来对其进行分类是很有用的, 原因是其每个子类别通常可用某个统一的原理和方法来处理。因为对不同阶数的网络, 其理论通常是很不相同的, 所以有必要首先决定给定网络的复杂度, 才能知道该用什么理论。当然, 获得这个资料的一种方法就是写出这网络的标准形运动方程。在本节中我们将阐明一种较简单的方法, 就是借助于视察来决定任一动力学  $RLC$  网络的复杂度, 而无须写出任何方程式[注 2]。要做到这一点, 重要的是要深入理解: 从网络观点来讲为什么需要有初始条件, 还要了解有哪些个电变量够格去充任一组适宜的起始条件。

### 13-2-1 初始条件的重要意义

从数学的观点来看, 初始条件是作为一种“附加物”引进来的, 用于决定与一微分方程组相关的各任意常数之值。从网络的观点来看, 之所以要引入初始条件, 是由于我们对那些已作用在网络上的激励的过去历史一无所知或者认识不充分。为了理解这个道理, 让我们研究一下一个任意网络  $N$  中的任一电容器  $C_j$ 。假定我们要求出这电容器在时刻  $t$  的电荷  $q_j(t)$ , 即

$$q_j(t) = \int_{-\infty}^t i_j(\tau) d\tau \quad (13-3)$$

由(13-3)式可清楚地看出, 仅当我们知道从  $t = -\infty$  直到现在时刻  $t$ , 也就是自电容器做好以来电容器电流  $i_j(t)$  的准确波形时, 才能求出  $q_j(t)$ 。可是, 任何网络  $N$  都是在过去某个有限时刻做好的, 而在任何实际网络中, 激励也是在某个时刻, 例如  $t = t_0$  时加上的。因此, 我们

[注 1] 参阅 4-6 节中关于标准形和状态变量的含义。

[注 2] 对  $RLC$  网络我们指的是仅含二端电阻器、电感器、电容器以及独立电源的网络。不容许其中含有受控电源、理想变压器和回转器等等。



通常只是掌握  $t \geq t_0$  的激励波形的资料, 因为根据假定,  $t_0$  就是激励加进来的时刻。为求确定计, 假定已知  $t \geq t_0$  的电容器电流  $i_j(t)$ ,  $t_0$  是把电流源  $i_j(t)$  连接到电容器  $C_j$  的开关关闭的时间。不幸的是, 这个资料还不足以由 (13-3) 式定出  $q_j(t)$ , 原因是我们还需要知道在  $-\infty < t < t_0$  的时间内的  $i_j(t)$ 。虽则激励是在  $t = t_0$  的时间加上的, 但我们却无权假定对于  $t < t_0$ ,  $i_j(t) = 0$ , 原因是有时在遥远的过去  $i_j(t)$  可能曾经不为零。举例说, 电容器在  $t = t_0$  之前曾由某个人充过电, 或由一连串的随机源例如闪电或大气噪声充过电。

对  $i_j(t)$  过去历史的无知妨碍了我们去决定  $q_j(t)$ 。不过, 因为激励是在  $t = t_0$  时加上的, 所以我们真正感兴趣的只是想知道  $t \geq t_0$  的  $q_j(t)$ 。让我们把 (13-3) 式重写成如下形式:

$$q_j(t) = \int_{-\infty}^{t_0} i_j(\tau) d\tau + \int_{t_0}^t i_j(\tau) d\tau \quad (13-4)$$

第二个积分是可以求出来的, 因为我们知道在  $t \geq t_0$  时的  $i_j(t)$ 。引起麻烦的正就是第一个积分。不过注意到在  $t = t_0$ , (13-3) 式变成

$$q_j(t_0) = \int_{-\infty}^{t_0} i_j(\tau) d\tau \quad (13-5)$$

式中  $q_j(t_0)$  是  $t = t_0$  时电容器的总电荷。把 (13-5) 代入 (13-4) 式可得

$$q_j(t) = q_j(t_0) + \int_{t_0}^t i_j(\tau) d\tau \quad (13-6)$$

式中  $t \geq t_0$ 。

(13-6) 式告诉我们, 如果我们关心的只是要知道  $t \geq t_0$  的  $q_j(t)$ , 那么就没有必要知道  $t < t_0$  时  $i_j(t)$  的整个历史。作为代替, 我们只需要知道电容器在初始时刻  $t_0$  时的电荷  $q_j$  之值。这个值  $q_j(t_0)$  就称为**初始条件**。换言之, 我们证明了, 为了决定电容器中的电荷  $q_j(t)$ , 不仅需要知道激励, 还要知道初始条件。现在可以看出,  $q_j(t_0)$  这一点点资料, 就代替了  $i_j(t)$  整个过去的历史。

其次让我们回忆一下, 一个电容器是由  $v$ - $q$  平面中的一条曲线来表征的, 因而如果知道了  $v(t)$ , 就可以求出  $q(t)$ , 反之亦然[注 1]。既然为了决定  $t \geq t_0$  时的  $q(t)$  需要知道初始条件  $q(t_0)$ , 由此可见, 为了决定  $t \geq t_0$  时的  $v(t)$ , 就需要知道  $v(t_0)$ 。但是, 因为给定了  $v(t_0)$ , 我们就可从压控  $v$ - $q$  曲线上找出  $q(t_0)$ , 或者给定了  $q(t_0)$ , 我们就可从荷控  $v$ - $q$  曲线上找出  $v(t_0)$ , 显而易见, 为了求出电容器两端的  $q(t)$  和  $v(t)$ , 指定表为在初始时间  $t_0$  时的电容器电荷  $q(t_0)$  或电容器电压  $v(t_0)$  的一个初始条件便已足够了。

最后, 审查一下 (13-6) 式可以看出, 若指定  $t_0$  时的电容器电流  $i_j(t_0)$  将不会有什么好处, 原因是不能单独从这个资料决定出  $q_j(t_0)$ 。于是我们可以断定, 电容器中的电流不是一个适宜的初始条件。

根据完全对偶的论证, 可求得对于一个电感器有

[注 1] 更确切地说, 给定了  $v(t)$ , 若  $v$ - $q$  曲线是压控的我们就可唯一地决定  $q(t)$ 。类似地, 给定了  $q(t)$ , 若  $v$ - $q$  曲线为荷控的就可以唯一地决定  $v(t)$ 。

$$\varphi_i(t) = \varphi_j(t_0) + \int_{t_0}^t v_j(\tau) d\tau \quad (13-7)$$

式中  $t \geq t_0$ 。

为了求出当  $t \geq t_0$  时的磁链  $\varphi_i(t)$ ，就需要指定  $t_0$  时的初始条件  $\varphi_i(t_0)$ 。此外，因为一个电感器由  $i-\varphi$  平面上一条曲线所表征，可见我们可以指定  $t_0$  时的磁链  $\varphi(t_0)$  或电感器电流  $i(t_0)$  作为初始条件。审查一下(13-7)式可以看出，电感器两端的电压不是一个适宜的初始条件。

上述结果是十分重要的，因此将其表述为如下形式的一个定理。

### 有关选择适宜的初始条件的定理

对于一个动力学网络来讲，可以指定作一组适宜的初始条件，就是在某任意的初始时间  $t = t_0$  时（通常选  $t_0$  为零）电容器两端的电压  $v$  或电荷  $q$  之值，以及电感器中的电流  $i$  或磁链  $\varphi$  之值。电容器电流和电感器电压都不是适宜的初始条件。

这个定理指明了一组常用的基本初始条件。也存在有一些其它的同样有效的可充当初始条件的可能性。的确，电容器电压和电感器电流的任意线性无关的组合都是合乎要求的。例如，任意的一组初始条件，若可从它们计算出各个电容器电压和电感器电流，则它们就是有效的了。

#### 13-2-2 用视察法决定复杂度

我们已经看到，一个动力学网络的复杂度可能不等于其储能元件的数目，原因是某些初始条件或许不能独立地指定。为了诊断这种“不独立性”的来源，让我们来研究图 13-3 所示出的更为复杂的网络  $N$ 。

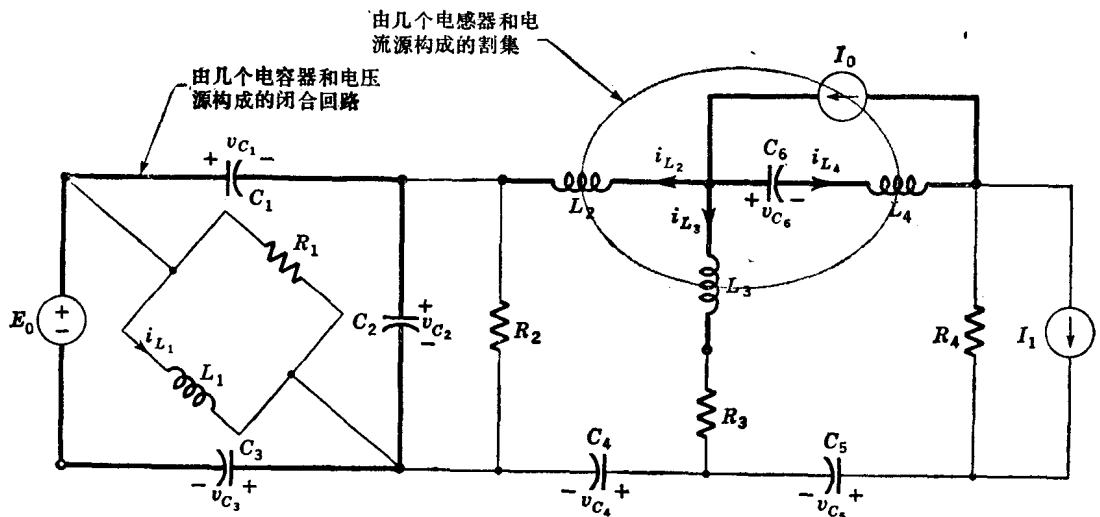


图 13-3 初始条件互不独立的两种可能来源的示例，一种就是电容器和电压源组成的回路，另一种是电感器和电流源组成的割集。

由于  $N$  包含十个储能元件（有六个电容器和四个电感器）看起来我们可以指定十个初始条件： $v_{C1}$ 、 $v_{C2}$ 、 $v_{C3}$ 、 $v_{C4}$ 、 $v_{C5}$ 、 $v_{C6}$ 、 $i_{L1}$ 、 $i_{L2}$ 、 $i_{L3}$  和  $i_{L4}$ 。可是，仔细审查一下这个网络便可看出，这些

初始条件并非全为独立的。例如,由电容器  $C_1, C_2$  和  $C_3$  以及电压源  $E_0$  组成的回路要受到 KVL 的限制;于是有

$$v_{C1} + v_{C2} + v_{C3} = E_0 \quad (13-8)$$

这个方程意味着三个初始条件  $v_{C1}, v_{C2}, v_{C3}$  中,只有两个能任意假设。于是可以断言,虽则有六个电容器,但只有五个电容器电压是独立的。类似地,由电感器  $L_2, L_3, L_4$  以及电流源  $I_0$  组成的割集要受到 KCL 的限制;于是有

$$i_{L2} + i_{L3} + i_{L4} = I_0 \quad (13-9)$$

方程(13-9)意味着三个初始条件  $i_{L2}, i_{L3}$  和  $i_{L4}$  中只有两个能任意假设。于是可以断言,虽则有四个电感器,但只有三个电感器电流是独立的。这样,可以指定的独立初始条件的最大数目就等于  $5+3=8$ ,故此图 13-3 中的网络  $N$  就是一个 8 阶网络。

根据上述的例子可清楚看出,若能写出一个仅涉及电容器电压和电压源的制约关系,就会存在一个不独立性;于是我们就必须从储能元件总数中减去一个初始条件。类似地还可清楚地看出,若能写出一个仅涉及电感器电流和电流源的制约关系,就会存在一个不独立性;于是我们同样要从储能元件总数中减去一个初始条件。当且仅当网络中某个回路只包含电容器和独立电压源时,才会出现仅涉及电容器电压和电压源的第一种制约关系。类似地,当且仅当网络中存在只包含电感器和独立电流源的割集时,才会出现仅涉及电感器电流和电流源的第二种制约关系。若把仅含电容器和电压源的独立回路总数以及仅含电感器和电流源的独立割集总数计算出来,并把它从储能元件总数中减去,则我们就得到独立初始条件的最大数目<sup>[注1]</sup>。上述观察结果是很重要的,需要将其叙述为如下形式的一个定理。

### 动力学 RLC 网络复杂度定理

任一动力学网络  $N$  的复杂度可表为

$$n = b_{LC} - n_c - n_L \quad (13-10)$$

式中  $b_{LC}$  是  $N$  中储能元件的总数;  $n_c$  是仅含电容器或许还有电压源的独立回路的总数;  $n_L$  是仅含电感器或许还有电流源的独立割集的总数。

应用上述定理于图 13-3 中所示的网络,可找出  $b_{LC}=10, n_c=1, n_L=1$ ; 故而不出所料  $n=10-1-1=8$ 。作为一个更复杂的例子,可考察图 13-4a 中所示的网络。乍一看来,有三个仅含电容器和电压源的回路,如图 13-4b 中所示。可是三个回路中,仅有两个是独立的,因为对第 3 个回路写出的 KVL 方程可由对回路 1 和回路 2 写出的 KVL 方程来导出。因此可断定  $n_c=2$ 。由图 13-4b 可清楚看出,为了使一个回路相对于前已选用的一组独立回路为独立的,它至少必须包含一个为以前各回路所未曾包含的新的电容器。为了决定  $n_L$ , 我们找到了有两个仅包含电感器和电流源的独立割集,如图 13-4c 中所示;于是  $n_L=2$ 。应用上述定理,可求出  $n=$

[注1] 所谓独立,我们指的是没有哪一个制约关系是其余制约关系的线性组合。显然,一组回路中,若每回路均至少包含一个为其余回路所未曾包含的电容器,则它们就是独立的。类似地,若一组割集中,每个割集均至少包含一个为其余割集未曾包含的电感器,则它们就是独立的。

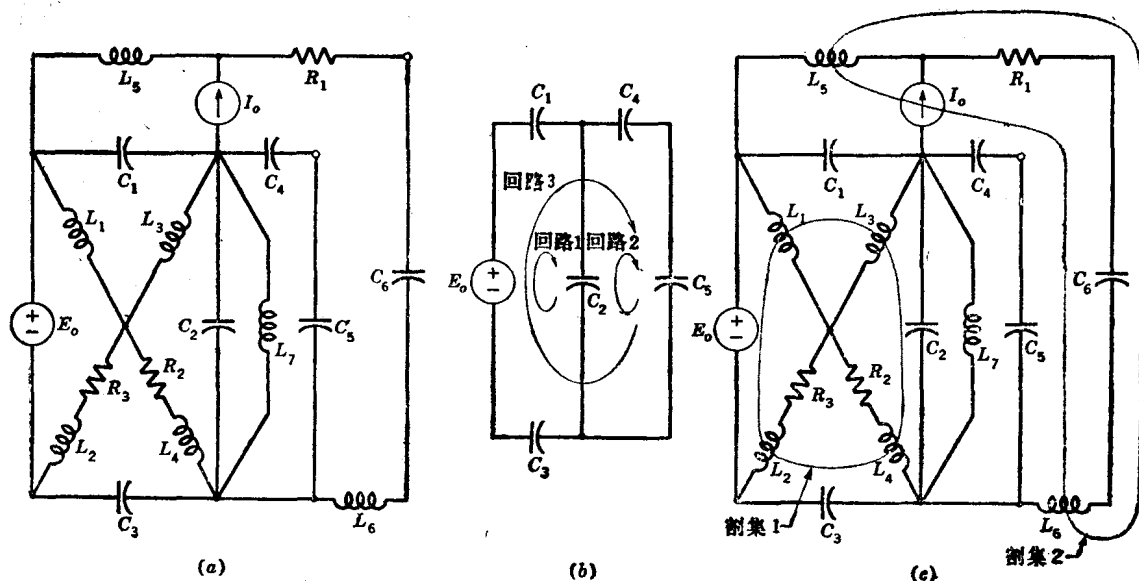


图 13-4 包含有由电容器和电压源构成的非独立回路的网络。

13-2-2=9, 因而图 13-4a 中的网络是一个 9 阶网络。

现在应该看得很清楚, 这个定理使我们能用视察法决定任一动力学  $RLC$  网络的复杂度。我们只需要决定  $n_C$  和  $n_L$ 。为了决定  $n_C$ , 可将  $N$  中所有的电阻器、电感器和电流源均用开路线代替, 于是剩下一个仅包含电容器和电压源的简单得多的子网络, 因而可用视察法决定  $n_C$ 。类似地, 为了决定  $n_L$ , 可将  $N$  中所有电阻器、电容器和电压源均用短路线代替, 于是剩下一个仅包含电感器和电流源的简单得多的子网络, 因而可用视察法决定  $n_L$  [注 1]。

### 13-2-3 有关初始条件的几点过细的考虑

有三个有关初始条件的问题是有相当理论兴趣的。由于这些问题的完整答案已超出了本书的范围, 所以我们将限于在这里简要地把它们指出来。第一个问题是: 有关动力学  $RLC$  网络复杂度的定理是否能推广到网络中含有受控电源的情形。答案是能推广, 只要对网络的拓扑结构加上一些附加限制。所幸的是, 对大多数有实际兴趣的网络, 这些附加的限制通常是自动满足的, 因而这个定理仍然适用。但是我们一般必须注意到, 受控电源有可能会引入一些额外的制约关系, 从而进一步缩减了网络的复杂度。

第二个有趣的问题涉及到等效动力学网络的定义。显然, 任何这样的定义都必须把初始条件包括进去。由于这个课题的有意义的讨论需要某些微分方程的知识, 本书又未假定大家有这些知识, 所以我们仅限于指出, 等效动力学网络的概念并不象等效电阻网络的概念那样实用,

[注 1] 对于较复杂的网络, 可能要用 4-3 节中介绍的拓扑方法来决定  $n_C$  和  $n_L$ 。例如应用 4-3-1 节中独立的 KVL 方程判据可得关系式  $n_C = b' - n' + 1$ , 式中  $b'$  和  $n'$  分别是电容器电压源子网络中的支路总数和节点总数。注意到这一点是重要的, 就是只有那些与至少一个其它的电容器或电压源构成闭合回路的电容器和电压源才被视为是这个子网络的一部分。例如, 图 13-4a 中电容器  $C_3$  就不算作子网络的一部分。在这种情况下,  $b' = 6$  和  $n' = 5$ , 因而不出所料得到  $n_C = 2$ 。利用对偶的手续可以从 4-3-2 节中独立的 KCL 方程判据得到关系式  $n_L = n' - 1$ , 式中  $n'$  代表电感器电流源子网络中的节点总数。

因为要把初始条件包括进去就使得问题可观地复杂化了。这样的复杂化会把引入等效网络的优点即简化分析问题的优点抵消掉。

第三个问题所论及的是，引入等效网络后对原来网络的复杂度会产生什么效应。例如有两个电容器是相串联的，我们能否用一个等效的电容器代替它们呢？答案是如果把每个电容器的初始条件都考虑在内，是能够作这样代替的。在这样做的时候，就把复杂度减少了1；但在这过程中我们也会损失掉一些信息。因为在本书的其余部分或大多数实用网络都不会碰到这样一些过细的问题，所以让我们继续着进行下一节的研究。

**练习1** 试定义状态变量、复杂度、独立初始条件数。这三种概念之间有什么联系？

**练习2** 试述一保证复杂度等于储能元件数目的简单判据。

**练习3** 储能元件被说成是带记忆功能的元件，解释一下为什么。

**练习4** 找出一个简单的例子，以说明一个受控电源可能会引入一个额外的制约关系，而这关系是动力学  $RLC$  网络复杂度定理中所未曾计及的。

**练习5** (a) 证明在假定初始条件均为零时，一个仅包含电感器(电容器)的二端黑箱可用一个电感器(电容器)来代替。(b) 证明电阻网络的串联方法在这里是适用的。试述针对  $i-\varphi(v-q)$  曲线的相应的手续。

**练习6** 把动力学  $RLC$  网络复杂度定理推广到能包括线性  $n$  端电阻器，例如理想变压器、回转器、旋转器和反照器，但不包括受控电源。

### 13-3 分析动力学网络的基本原理

在任一学科中，求解一个新问题的最基本的原则之一，就是把问题分解成为若干比较简单的、相互关联的、可用已知方法求解的小问题。应用这个原则，我们将把一个动力学网络  $N$  分解成为两个子网络的互联，一个就是储能子网络  $N_1$ ，另一个就是电阻子网络  $N_2$ ，如图 13-5a 中所示。储能子网络是把所有的储能元件，如二端的，三端的， $\dots$ ， $n$  端的电感器和电容器从动力学网络  $N$  中抽出来而得到的。余下的就是包括所有线性和非线性电阻器、独立的和受控的电源、理想变压器、回转器、旋转器、负阻抗变换器等等的电阻子网络  $N_2$ 。

对本书的目的来讲，我们将只研究二端电感器和二端电容器作为储能元件。在这个条件下，储能子网络可明显地重画于图 13-5b 中。这时电阻子网络  $N_2$  就变成一个  $n$  端口网络了。

为了分析图 13-5b 中所示的动力学网络，第一步就是求出表为电感器的状态变量  $i_{Lj}$  或  $\varphi_{Lj}$  以及电容器的状态变量  $v_{Cj}$  或  $q_{Cj}$  的标准形运动方程式。第二步就是求解这些微分方程式。这是分析中最困难的工作，将在以下各章作详细的研究。在此期间，让我们假定网络的解答是唯一的，并已求出其表为状态变量  $i_{Lj}$  和  $v_{Cj}$  的解，即

$$i_{Lj}(t) = I_j(t) \quad j=1, 2, \dots, k \quad (13-11)$$

$$v_{Cj}(t) = E_j(t) \quad j=k+1, k+2, \dots, n \quad (13-12)$$

注意若求出的是表为状态变量  $\varphi_{Lj}$  和  $q_{Cj}$  的解，则不难借助于  $\varphi_{Lj}(t)$  与电感器  $L_j$  的  $i_{Lj}-\varphi_{Lj}$  曲线之间的图解组合求出  $i_{Lj}(t)$ 。类似地，借助于  $q_{Cj}(t)$  与电容器  $C_j$  的  $v_{Cj}-q_{Cj}$  曲线之间的图解组合即可容易地求出  $v_{Cj}(t)$ 。这样，不失一般性可假设标准形方程的解是表为(13-11)和(13-12)式的。

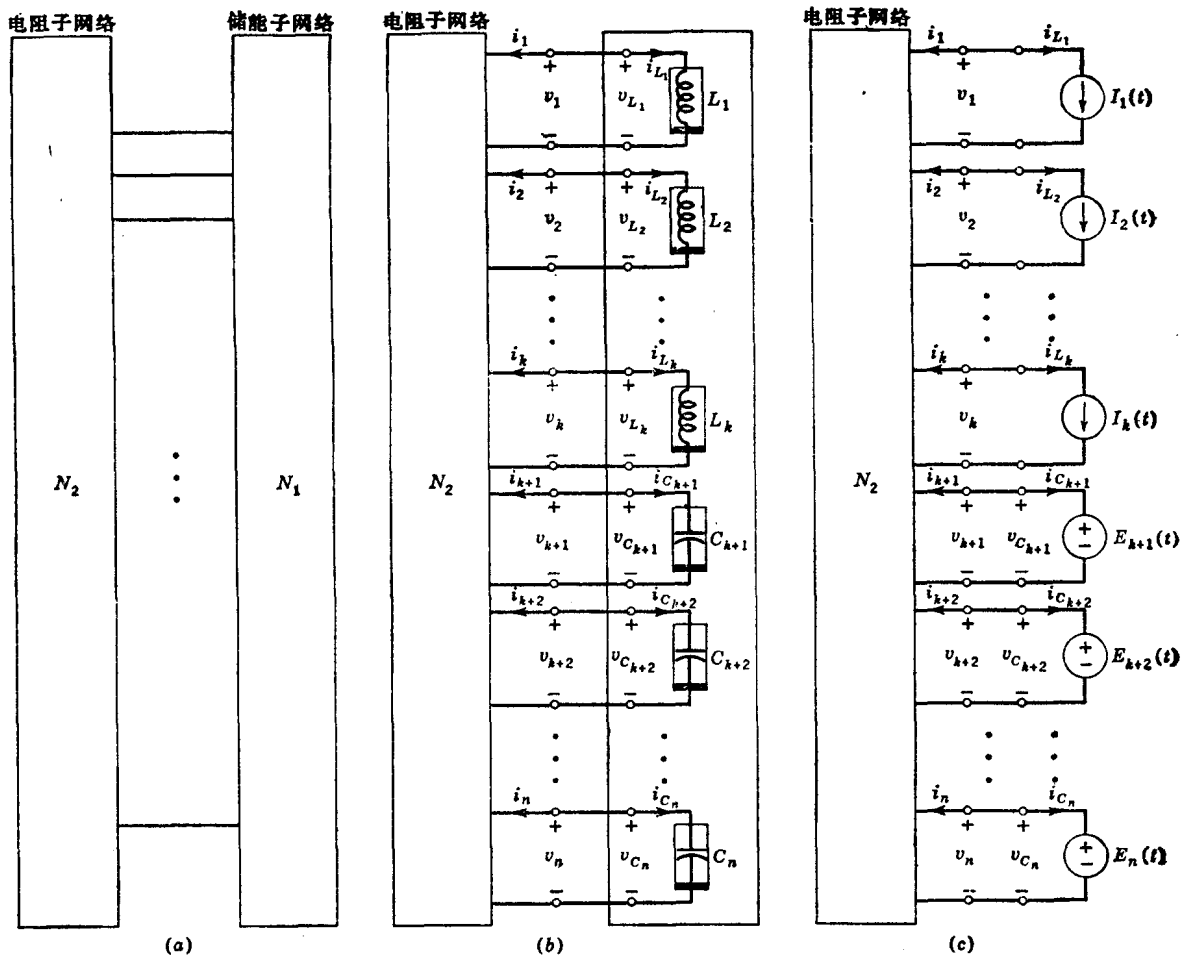


图 13-5 任一动力学网络均可分解成为一个储能子网络和一个电阻子网络。为了分析电阻子网络起见，可用一些交流电源来置换储能子网络。

可以看到这些方程仅表示了储能子网络  $N_1$  的解答；也就是各电感器电流  $i_{Lj}(t)$  和电容器电压  $v_{Cj}(t)$ 。为了求出电阻子网络  $N_2$  内各元件的电压电流解，可应用第七章中的电流源替代定理和电压源替代定理，并把  $N_1$  的电感器换成适当的电流源，把  $N_1$  的电容器换成适当的电压源，如图 13-5c 中所示 [注 1]。所得的网络是纯电阻性的并等效于原来的网络。这样，我们就可应用本书第二部分中发展的各种方法去求出  $N_2$  内的解。

上述的见解是一个基本的结果。它证明了储能子网络的解答完全确定了电阻子网络的解。这等效于说：标准形方程中的各个状态变量构成了一个变量的最小集合，从中可算出网络中所有其余的变量。由于复杂度等于标准形方程中状态变量的数目，因此也可断定复杂度等于为确定整个网络解答所需指明的初始条件的最小数目。

[注 1] 这些定理在这里是适用的，因为我们已假定解答是唯一的。

### 13-4 从 $N$ 端口子网络的特性推导标准形方程

在第四章中，我们是通过在运动方程中消去和代入一些变量来导出动力学网络的标准形方程的。虽然这个手续是十分普遍性的，但有时却是非常累赘的。现在我们将叙述另外一种求出图 13-5b 中所示动力学网络的标准形方程的方法[注 1]。只要储能元件数目等于网络的复杂度，这个方法就是有效的。因此，我们将假定动力学网络内既未包含电感器和电流源的割集又未包含电容器和电压源的回路。这个假定在实践中通常是满足的[注 2]。

#### 13-4-1 一阶网络的标准形方程

包含一个储能元件的一阶网络，可或用图 13-6a 中所示的单电感器网络，或用图 13-6b 中所示的单电容器网络来代表。

由于  $N_2$  是一个电阻网络，故在任意的时间  $t$  它具有一个 DP 图[注 3]。设其可表为

$$f(i, v, t) = 0 \quad (13-13)$$

在任一时间  $t$ ，(13-13)式表示了一个 DP 图。这可由本书第二部分中所述的原理推导出来。

首先研究图 13-6a 中所示的电感器网络。这时方便的是把(13-13)式表为如下形式：

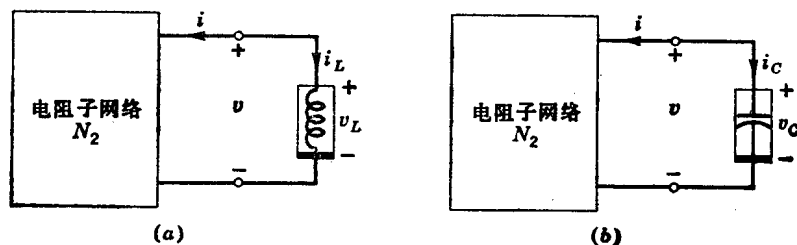


图 13-6 两种包含一个储能元件的一阶网络。

$$v = R(i, t)$$

由于  $v = v_L = d\varphi/dt$ ，可得

$$\frac{d\varphi}{dt} = R(i, t) \quad (13-14)$$

若电感器由一链控曲线所表征：

$$i_L = i_L(\varphi) \quad (13-15)$$

则因  $i = -i_L$ ，故可将(13-15)式中的  $i$  代入(13-14)式，从而得到

$$\frac{d\varphi}{dt} = R(-i_L(\varphi), t) \quad (13-16)$$

[注 1] 虽然对于高阶网络( $n > 2$ )这另一种方法不一定容易些，但它对于我们以下的讨论却更有概念上的价值。别的不谈，它还揭示了储能网络和电阻子网络间的错综复杂的关系。

[注 2] 事实上，为了更合乎实际起见，我们须得包括寄生元件。故若有电感器和电流源的割集，则总可引入寄生电容器或电阻器来与割集中的一个或多个电感器相并联，从而消去仅含电感器和电流源的割集。类似地，通过与仅含电容器和电压源回路中的一个或多个电容器串联上寄生电感器或电阻器，就可消去这种回路。

[注 3] 参看 5-6 节中直流电阻网络的第一基本定理。

现在(13-16)式就是以磁链  $\varphi$  作为状态变量的标准形方程。

例

研究图 13-7a 中所示的一阶网络, 其中所含的氖灯的  $v_1 - i_1$  曲线示于图 13-7b, 而非线性电感器则可表为

$$i_L = \tanh \varphi \quad (13-17)$$

为了得到标准形方程, 首先把给定网络改画成为一个单端口电阻子网络  $N_2$ , 终端接以一个电感器, 如图 13-7c 中所示。下一步的工作就是推导这个单端口网络的端子  $a-b$  之间的 DP 图。若把氖灯的流控  $v_1 - i_1$  曲线记成

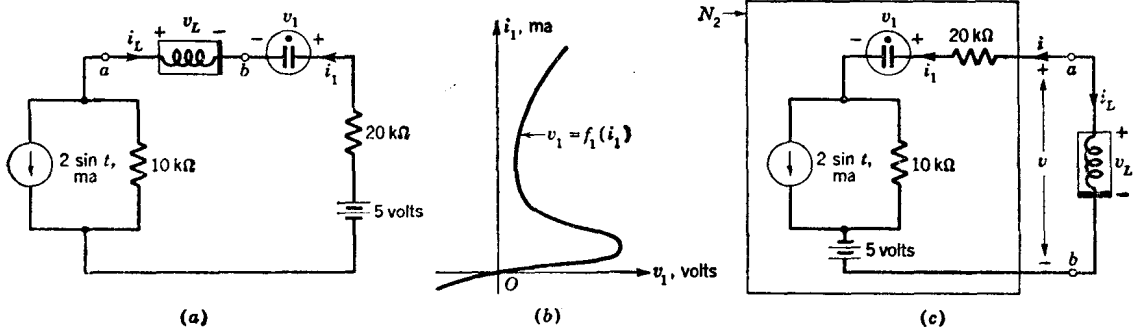


图 13-7 包含一个氖灯和一个非线性电感器的一阶网络例子。

$$v_1 = f_1(i_1) \quad (13-18)$$

则由 KVL 可得

$$v = (20)i + f_1(i) + (i - 2\sin t)(10) - 5$$

式中  $i = i_1$  是以毫安表示的。这个式子可改写成如下形式:

$$v = R(i, t) = f_1(i) + 30i - 5 - 20\sin t \quad (13-19)$$

由此把(13-19)和(13-17)式代入(13-16)式就可得到标准形方程; 于是有

$$\frac{d\varphi}{dt} = f_1(-\tanh\varphi) - 30\tanh\varphi - 5 - 20\sin t \quad (13-20)$$

$f_1(-\tanh\varphi)$  这一项代表通过在  $f_1(i)$  和  $i = -\tanh\varphi$  之间的图解组合而求得的  $\varphi$  的函数。

若电感器由如下的流控曲线来表征:

$$\varphi = \Phi(i_L) \quad (13-21)$$

则应用链形微分法则于(13-14)式, 可得到表为状态变量  $i_L$  的标准形方程, 即:

$$\frac{d\varphi}{di_L} \cdot \frac{di_L}{dt} = R(-i_L, t)$$

或

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{R(-i_L, t)}{L(i_L)} \quad (13-22)$$

式中  $L(i_L)$  表示  $d\varphi/di_L$ , 即微变电感。在电感器为线性的这一特殊情况下,  $\varphi = Li_L$ , 因而(13-22)



式简化为

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{R(-i_L, t)}{L} \quad (13-23)$$

利用对偶的手续可导出图 13-6b 中所示电容器网络的标准形方程。首先推导端子  $a-b$  间的 DP 图, 其形式如下:

$$i = G(v, t)$$

若电容器由一荷控曲线  $v_c = v_c(q)$  表征, 则标准形方程取如下形式:

$$\frac{dq}{dt} = -G(v_c(q), t) \quad (13-24)$$

式中电容器电荷  $q$  是状态变量。

反之, 若电容器由一压控曲线  $q = Q(v_c)$  表征, 则标准形方程取如下的形式:

$$\frac{dv_c}{dt} = -\frac{G(v_c, t)}{C(v_c)} \quad (13-25)$$

式中电容器电压  $v_c$  是状态变量, 而  $C(v_c)$  表示微变电容  $dq/dv_c$ 。在电容器为线性的特殊情况下,  $q = Cv_c$ , 因而(13-25)式简化成为

$$\frac{dv_c}{dt} = -\frac{G(v_c, t)}{C} \quad (13-26)$$

可见在所有情况下, 一阶网络的标准形方程总是具有

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t) \quad (13-27)$$

的形式。对电感器网络来讲, 状态变量或为  $\varphi$ , 或为  $i_L$ ; 对电容器网络来讲, 状态变量或为  $q$ , 或为  $v_c$ 。注意在所有情况下, (13-27)式中的函数  $f(x, t)$  都是从单端口电阻子网络  $N_2$  的  $v-i$  特性推导而得的。

在网络为自治的特殊情况下[注 1], (13-27)式简化成为

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \quad (13-28)$$

在这情况下, 函数  $f(x)$  仅由一根曲线构成, 它不难由  $N_2$  的 DP 图推导而得。

### 13-4-2 二阶网络的标准形方程

包含两个储能元件的二阶网络, 可取图 13-8a 到 c 中所示三种可能形式中的一种。为了求出标准形方程, 第一步就是导出二端口电阻子网络  $N_2$  的变量  $i_1, i_2, v_1$  和  $v_2$  之间的关系式。

首先研究图 13-8a 中所示的双电感器网络。假定已推导出了  $N_2$  的特性, 并将其表为如下的形式[注 2]:

$$v_1 = R_1(i_1, i_2, t) \quad (13-29)$$

$$v_2 = R_2(i_1, i_2, t) \quad (13-30)$$

[注 1] 回忆起若动力学网络不包含交流电源时, 它就是自治的。

[注 2] 参看 3-2-1 节有关六种常见形式的表示法。