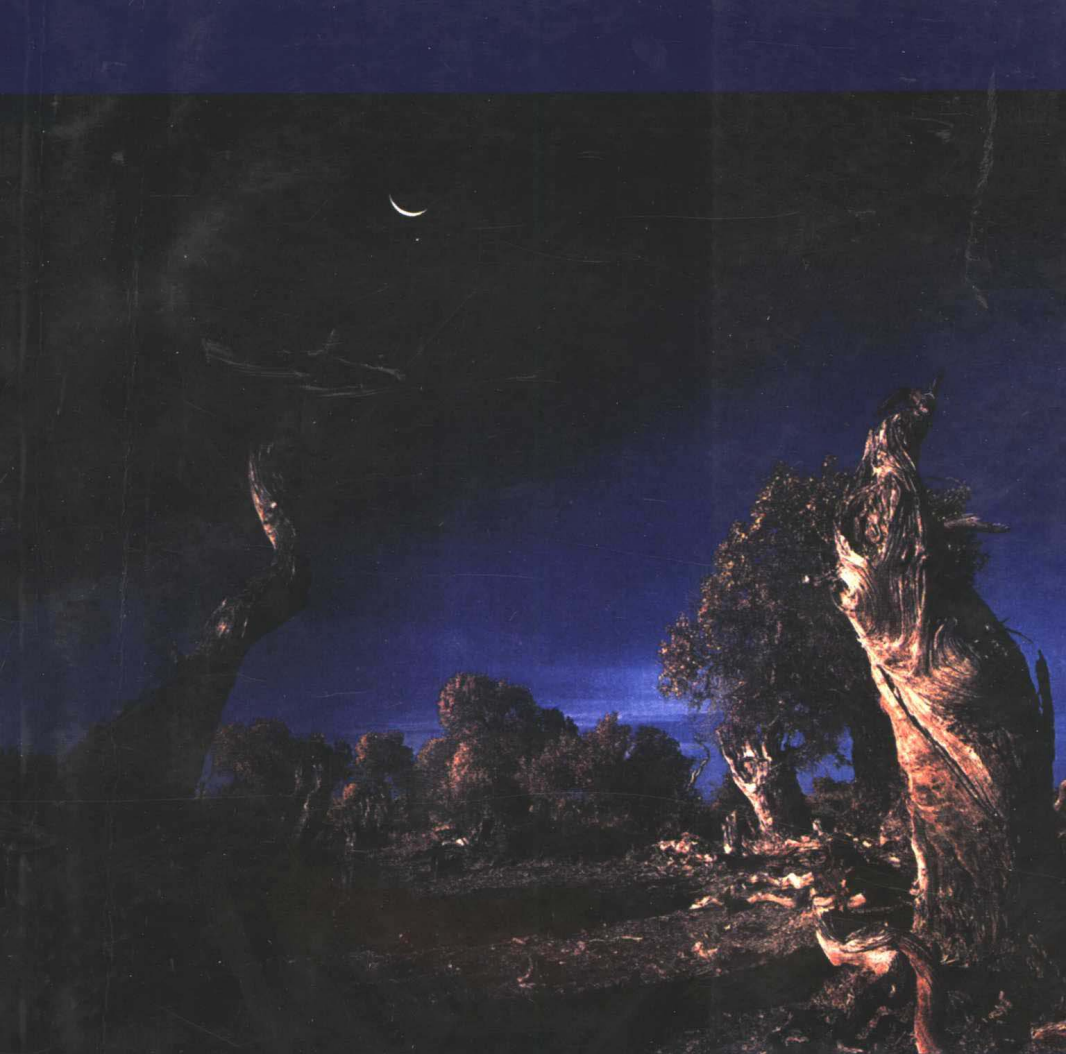




胡岩生 著

被遗忘的乘法

文化书店

被遗忘的乘法

胡岩生 著



文化书店

书 名 被遗忘的乘法

作 者 胡岩生

封面设计 陈寒川

出 版 浙江省永康市文化书店

印 刷 浙江省永康市同心印务有限公司

版 次 2004年5月初版

开 本 $850 \times 1168 \frac{1}{32}$

印 数 500 册



胡岩生，浙江永康人，
1931年生，山东大学数学
系肄业，1988年教师退休。

胡岩生长期从事中学
数学教学工作，有较丰富
的教学实践经验，尤对辩
证逻辑有较深研究，所提
出的某些问题在学术上颇
有创新意义，值得进一步
研究与探讨。著有论 $\frac{1}{0}$
一书。

代 序

经我的学生王珉教授的介绍，胡岩生先生在其同事的陪同下，带着《被遗忘的乘法》的书稿，专程拜访我，并送我一本他已经出版的专著——《论 $\frac{1}{0}$ 》邀请我为他的书稿写个序。我翻阅了他的书稿，通过一番交谈后，欣然接受了。

我与胡先生素昧平生，这回是初次相识，为何欣然同意为他的著作写序呢？是出于下面几个原因。

第一，就年龄而言，胡先生是我的长者，他已经 70 又零了，早年就读于山东大学数学系，1957 年被错划为“右派”，开除学籍，遣送回乡，就地劳教，为时长达约 30 年之久。在政治、经济、思想上深受折磨的环境中，他仍然持之以恒地坚持他的数学研究。这种精神，值得我的学习和赞扬。中国近代史上，我们中华民族，由于科学技术落后，受尽西方帝国主义列强的欺凌。现在，我们国家要发达，民族要强盛，需要胡先生的这种精神。假如我们中华民族的每一分子，都有胡先生的这种精神，那末我们的中华民族，必然强盛无疑。

第二，就治学而言，胡先生虽然专职于中学数学教学，但他的研究，则在中学数学领域中，凸显创新。“创新”——是进行科学研究根本目的；“创新”是衡量科学研究的价值所在；没有“创新”之处，就称不上科学研究。这个基本点，在胡先生辛勤劳作的书稿中，是体现得极其明显的。现在，在若干单位，甚至在高等学院，不少人为了评职称，居然采取“剪刀加浆糊”的方法，不择手段剽窃人家的东西。鲁迅先生曾把这种卑劣行为，斥之为“吃甘蔗渣”。而现在这种“吃甘蔗渣”的劣迹行为，竟然被美其名为“科研”。相比之下，胡先生在中学数学领域的诸多创新，是值得赞扬和难能可贵的。

第三，就方法而言。胡先生的研究所以能凸显创新，集中一点，是在于他的哲学方法，胡先生自己曾概括为一个命题。就是：“A 是 A，A 甘 A，A 甘 A，A 是 A”这个命题表面看来，似乎抽象难懂，其实不然。这里让我作些相关解释。

马克思在《哲学的贫困》一书中，明确地提出了他进行研

究的哲学命题。这就是：“‘是’同时就是‘是’和‘否’，‘否’同时就是‘否’和‘是’”。（《马克思恩格斯全集》第四卷 142 页）这个命题的意思是：任何事物或矛盾双方每一方的内部，都是具有二重性的，这种二重性，是一正一反的。静止在内部，是统一的、非独立的、不可分的东西；而运动在外是对立的、独立的、可分的东西。由于矛盾双方每一方都具有二重性。因此，双方各自经过一个运动周期，一一得四，便表现为四个形态。马克思正是应用这个哲学命题，写出他的不朽巨著——《资本论》等著作的。

石完胡先生的书稿，虽然我不知道胡先生是否读过马克思的《哲学的贫困》和恩格斯的《反杜林论》，但我认为：胡先生的研究所使用哲学方法，即他概括出来的哲学命题，是与马克思的哲学命题基本上相一致的。客观地说，是马克思的哲学命题在数学领域的具体应用。马克思曾把他的哲学命题和由这个命题所推演出来的矛盾运动过程，称为“绝对方法”（见《马克思恩格斯全集第四》第四卷第 140 页）。所谓“绝对方法”，就是适用于任何科学领域的研究方法。胡先生的研究，所以具有创新，是应用这个“绝对方法”所长出的硕果。

就经费而言。胡先生作为中学教师，坚持多年的研究，是依靠自己的工资，没有一分外来经费支持下进行的。这种精神也是值得赞扬的。

最后似乎应该说的是：科学技术的殿堂，是庞大、宏伟、富丽、高雅无比的。任何一个伟人的科学的重大发现、发明和创新，在科学技术的殿堂中，不过是沧海一粟。世上从事科学技术工作的人，只有极少数在科学殿堂中，留下自己的印记；而绝大多数科学技术工作者的工作，只不过是到科学技术殿堂中，作一次旅游和参观而已，并没有留下任何印记。那末，胡先生毕生从事的数学研究工作，是否可以說在科学技术殿堂中留下印记呢？对此，我不敢轻易断言。但我可以說的是：胡先生的研究所采用的哲学方法，即他提出的命题，后人如果能够准确应用，是可以在科学技术殿堂中留下印记的。

姜井水

2004 年 5 月 1 日

目 錄

引言	1
翻译与化简	4
对皮亚諾自然数公理的批判	7
论基数	12
实数方阵	18
方阵的扩展	22
关于 $0.000\cdots0001$	24
在分析数学中的应用	25
关于 dx 的探讨	30
负数	34
所有多项式函数都是奇函数	36
多项式 $f(x)$ 与 $f(-x)$ 的图象对称	38
符号的灾难	42
一元一次方程有两个解	45
一元二次方程有四个解	49
两种本质不同的乘法	50
新的运算法	55
关于 x^0	58
乘法(B)	59
关于逻辑问题	61
从希尔伯特旅馆說起	64
谈罗素悖论	70
编后语	74

引 言

我们为什么要把这本小册子命名为：“被遗忘的乘法。”因为在数学的发展过程中，有意无意地把算术中的一些规则遗忘了，至使在分析数学中出现了不应有的矛盾，因此有必要恢复算术中的原有规则，算术中有那些规则呢？

(1) 同类项可以相加。所谓同类者就是有相同的对象，那末进入代数运算，这同类的概念还是存在的，所有的变量 x, y, z 等等都应有所指，否则代数就成为符号与数字的游戏，可是正是这一规则在代数中被遗忘了。在代数中正是允许不同类项可以相加，例如 $x-6=0$ 在这方程中如果我们确定 x 表示某一对象的变化量，(人口变化的量)而 6 所表示的对象是自由的，它可以表示任意对象，如蘋果等等，这就表明代数中可以有这样的等式 $(人) + (蘋果) = 0$ 。 $x-6=0$ 这样的代数式是太常见了，正是因为它们，使数学走上错误的道路。人们把客观事物分成不同的类，然后研究同类之间的数量变化关系，这一点算术与代数没有区别，也就是说代数亦必须遵守这一规则。

(2) 在算术乘法中非常严格地分清被乘数(名数)与乘数(不名数)。被乘数表示对象(类)的数量，乘数表示对象出现的(次)数，在算术中表示(次)的数不带正负号，可是在代数中这一点被遗忘了，两个数相乘 xx 我们已经分不清那个是被乘数那个是乘数，虽然它们两者是可以交换的，但是根据乘数(次)它不带正负号这一点，在代数中已经不遵守算术中的这一要求了。甚至在代数中不存在表示乘数的符号，正是代数中不遵守这条规则，所以会出现 $y=x^2$ 是偶函数的结论。

(3) 算术中被乘数不允许与被乘数相乘。也就是对象数不能与对象数相乘，名数乘名数就等于說飞机的架乘以架，可是根本不存在(架的平方)这样的计数名称就是說不存在架的

平方。它不象在几何中长度可以与长度相乘。因此在 xx 中只能其中一个 x 是对象数，另一个不可能是对象数。另一个只能是乘数。 $x \cdot x$ ，这两个 x 是不同，其中一个是被乘数，另一个肯定不是被乘数，这一点在代数中根本没有把两者的差别表达出来。

(4) 算术中乘法是特殊的加法的简化运算。亦就是说相加的每一项都是相同的数，例如： $(-7) + (-7) + (-7) = -7 \times 3 = -21$ ，这种乘法肯定可以还原成加法。可是在代数中这种乘法也被遗忘了。我们在代数中已经找不到这种乘法了，在“辞海”里我们只看到：“乘法数学中基本运算之一。最简单的是数的乘法，如 3 乘 7 等于 21。假如 a 乘 b 等于 c ，记为 $a \times b = c$ 或 $a \cdot b = c$ ，也可间写为 $ab = c$ ， c 称为 a 与 b 的乘积。”从这里我们可以看到 $3 \times 7 = 21$ 与 $ab = c$ 是两种不同的乘法 $3 \times 7 = 21$ 可以还原成加法， $ab = c$ 就已经不能还原成加法了。

但是数学是研究客观事物变化的数量关系的，这一点算术与代数的目的完全相同，所以算术中的规则在代数中同样应该遵守。正因为代数不遵守算术中的规则所以会出现矛盾。解决矛盾的方法只有重新恢复遵守算术的规则。这就是本文的基本观点。

在文章的开头我们论述了 $\frac{1}{0}$ 的产生，以及实数在数轴上的分布。因为“被遗忘的乘法”是从不定积分中发现的，当我们定义函数 $y = x^2$ 是偶函数时，通过不定积分，积分的结果是奇函数，当我们定义函数 $y = x^3$ 为奇函数时，通过不定积分，得到的是偶函数，当我们定义函数 $y = x^n$ 为奇函数时，通过不定积分得到的是偶函数，这种明显的矛盾，迫使我们考虑，代数的乘法法则有问题？因此引出了被遗忘的乘法，当我们使用这种乘法时，

上面出现的矛盾就会自然的消除，这就是我们为什么要从 $\frac{1}{0}$ 的

产生开始论述的原因。当然对 $\frac{1}{0}$ 的论述会对集合论理论上的一种冲击，但是我们的目的在于证明 $dx = (\cdot 1)$ ，也就是说 dx 是常数、是最少的单位实数，我们用 $dx = (\cdot 1)$ 来证明 $y=x^2$ 是奇函数。从而为我们提出另一种乘法 (B) 找到理论依据。

另一个问题是关于逻辑的问题，自从欧几里得的《几何原本》出现以来，二千多年，在数学中人们就相信数学中必须遵守无矛盾逻辑，虽然在哲学，社会科学，等其它科学中人们也谈矛盾，辩证法。可在数学中始终排除矛盾。更不用说使用矛盾逻辑了。但是，我们根据文章中出现的 facts，分析数学中矛盾的存在，而且遵循着矛盾的逻辑。虽然矛盾逻辑并不完整，但我们可以从中看到，数学自身的结构就是矛盾的统一体。另外我们也指出经典数学自身亦存在矛盾，从而证明要从数学中排除矛盾是不可能的。

翻译与化简

语言就人类而言，有多种多样的语言，首先是文字语言、有符号语言、有肢体语言、有手语、等等，其中一些不同语言之间是可以相互翻译的，在文字语言翻译中还达不到绝对的可逆性，下面我们进行文字语言翻译成数学符号语言，并要求达到可逆性。

文字语言：[一尺之棰]₁，取[其半]。

符号语言： $[0, 1]_1$ 取 $[0, 1]_1$ 的 $[0, \frac{1}{2}]$ 。

文字语言：[一尺之棰]₂取[其三分之一]。

符号语言： $[0, 1]_2$ 取 $[0, 1]_2$ 的 $[0, \frac{1}{3}]$ 。

文字语言：[一尺之棰]₃取[其四分之一]。

符号语言： $[0, 1]_3$ 取 $[0, 1]_3$ 的 $[0, \frac{1}{4}]$ 。

.....

文字语言：[一尺之棰]_{n-1}，取[其 $\frac{1}{n}$ 分之一]

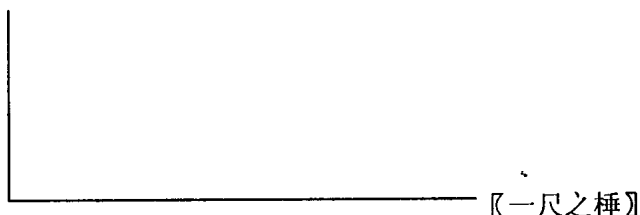
符号语言： $[0, 1]_{n-1}$ 取 $[0, 1]_{n-1}$ 的 $[0, \frac{1}{n}]$ 。

.....

以上是符号语言对文字语言的翻译。。。

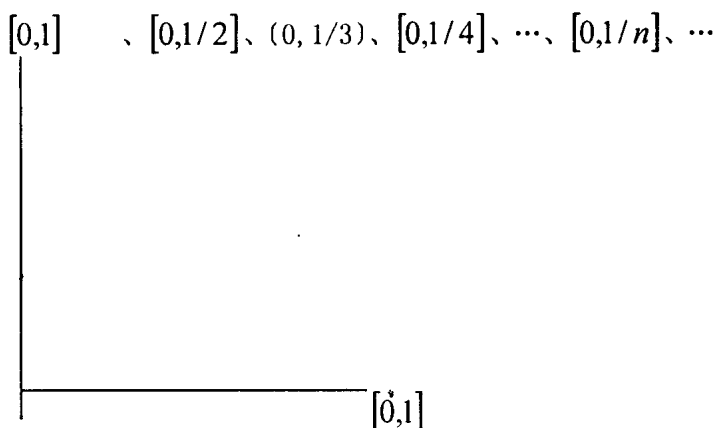
以下是对两者进行化简：把所有的[一尺之棰]_n，用单一的[一尺之棰]表示。[一尺之棰]是被取者，化简后使我们仍旧能看出原有的句子群，我们作如下的安排：如图：

[一尺之棰]、[取其半]、[取其二分之一]……[取其 n 分之一]……



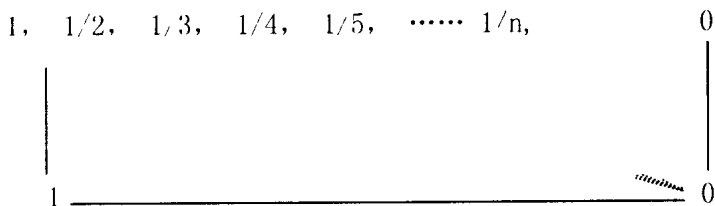
如图：把一尺之棰移到下面，图中每一条虚线都表示把两者联成一个完整的句子。因此，化简后原有的句子群的句子数并没有减少，只是表达的方式有所改变。

同样地把数学符号语言亦化简成如下图：



把符号语言化简成上图，将区间 $[0,1]$ 移置中间，每一条虚线表示从区间 $[0,1]$ 中取出一条线段，它们都对应原来的文字语句，因此化简后曾保持翻译的可逆性，对原语句群的意义没有发生变化。这就是翻译的保真性。

下面我们进一步化简，把区间群化简成数列如图：



图中实线表示区间 $[0,1]$ ，即被取者「一尺之棒」。用虚线连成的表示取出来的线段。

因此化简成数列后，并没有失去原有句子群所包含的意义，也就是说翻译是可逆的。

我们翻译化简的目的只有一个，即在数列：

$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \dots, 0$ 。中必须包含元素 0。

对上面数列中的每一个元素都取其倒数，即得到 0 的倒数为

$\frac{1}{0}$ 其他元素的倒数为自然数，因此自然数为：

$1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots, \frac{1}{0}$ 。

这就是说 $\frac{1}{0}$ 也是自然数。

对皮亚诺自然数公理的批判

为了使我们的 $\frac{1}{0}$ 能真正地回归到自然数这个数列之中，我们还要从另一个角度来论证，就是人们公认的自然数公理，皮亚诺自然数公理是不完整的，而且公理与公理之间是矛盾的，我们先看看皮亚诺公理：

(1) 1 是自然数，

(2) 如果 n 是自然数， $n+1$ 亦是自然数，称 $n+1$ 为 n 的后继。

根据(2)先有 n ，才有 $n+1$ ，所以 $n+1$ 的存在以 n 的存在为条件，因此，公理(2)告诉我们的是：“任何一个自然数的存在必须是有条件的存在，”根据公理(2)那末公理(1)是错误的。因为公理(1)告诉我们“1 是自然数”是无条件的。因此，我们有理由认定：公理(1)与公理(2)不相容。所谓不相容就是说公理(1)与公理(2)是矛盾的。

另外从公理(2)我们还可以推出另一个逆向的公理，即如果 $n+1$ 是自然数，即 n 也是自然数，或者 n 是自然数即 $n-1$ 也是自然数。我们用最通俗的话来解释，公理(2)表示有父亲即有子女，反过来有儿子即必有父亲。我们把它命名为公理(3)即有 n 必有 $n-1$ ，并称 $n-1$ 是 n 的前继。公理(2)与(3)告诉我们的是：自然数无始无终。因为每一个自然数既有前继又有后继。依照矛盾的法则，无始无终与有始有终是对立的矛盾的，但两者不能失去一方，因此，必须有自然数的始与终。始就是公理(1)，终在皮亚诺公理中还没有写出来，数学家们还不肯写出这个终极的自然数，用相反的话来说就是：存在一个自然数，它是最大的自然数它没有后继。这个数就是 $\frac{1}{0}$ ，因为 $\frac{1}{0}$ 加

一个数仍旧是 $\frac{1}{0}$ ，乘一个数仍旧是 $\frac{1}{0}$ ，除一个数仍旧是 $\frac{1}{0}$ 。

即 $\frac{1}{0} \pm n = \frac{1}{0}$ ， $\frac{1}{0} \times n = \frac{1}{0}$ ， $\frac{1}{0} \div n = \frac{1}{0}$ 。因此， $\frac{1}{0}$ 的存在是客观

自身的对立统一法则的体现。 $\frac{1}{0}$ 是自然数，并不是我们主观上

任意给出来的。 $\frac{1}{0}$ 的存在说明客观自身具有矛盾的结构。自然

数正是以1为始以 $\frac{1}{0}$ 为终。因此我们得到公理(4) $\frac{1}{0}$ 是自然

数。这样自然数有四条公理，即(1)(2)(3)(4)。公理(2)，

(3)表明自然数无始无终，公理(1)(4)表明自然数有始有终。无始无终与有始有终是二个完全相反的断言，正是它们两者组成一个统一体(自然数)。我们还可以以另一种形式书写自然数公理：

(1) $\frac{1}{0}$ 是自然数。(2) 如果 $\frac{1}{0} - n$ 是自然数，即 $\frac{1}{0} -$

$(n+1)$ 亦是自然数。并称 $\frac{1}{0} - (n+1)$ 为 $\frac{1}{0} - n$ 的后继。(3) 1

是自然数。(4) 如果 n 是自然数，即 $n+1$ 也是自然数，并称 $n+1$ 为 n 的前继。

从以上论证中我们可以认识到一点。矛盾法则存在于数学的公理体系之中。数学并不是光靠形式逻辑就能通行无阻的。我们应该在数学中多考虑对立，矛盾，相反等关于辩证的客观存在。数学并不是随主观意志任意摆布的。我们知道的数学归纳法同自然数公理一样第一条与第二条是不相容的；还有区间套公理亦是不相容的；几何公理的顺序公理与移动公理也是不

相容的，（我们“公理的重构” 文中已有论述，见《论 $\frac{1}{0}$ 》一书）总之不相容（矛盾）是普遍存在。所以我们应该改变那颇固的无矛盾观念。

有人是这样论证的：（见《无穷之旅》第一章 11 页）无论在什么情况下，用零作除数都是没有意义的，这是因为，假设我们试图用 5 除以 0，假设结果为 x ，而 $x=5/0$ 。从定义上讲，数 x 必须满足等价方程 $0 \cdot x=5$ （正像方程 $6/2=3$ 和 $2 \cdot 3=6$ 是等价的 一样）。然而， $0 \cdot x$ 总是等于 0，这就产生了一个荒谬的结果 $0=5$ ，所以，无论 x 是什么数都无法满足方程 $x=5/0$ 因此用零作除数被宣告是无效的运算。其实论证本身就有问题：等式两边同时乘以 0，即有： $0 \cdot x=\frac{5}{0} \cdot 0$ 。等式左边 $0 \cdot x=0$ ，等式右边 $\frac{5}{0} \cdot 0=5$ 。这不是明摆着等式两边使用完全不同的乘法规则吗？不过 $\frac{1}{0}$ 与其他数不同，这是事实，因为 0、1、 $\frac{1}{0}$ 是二个特殊的数。特殊的数就应该有特殊的规定。正如整数公理第七条：对任意 m, n, k ，如果 $k \neq 0$ ，且 $km=kn$ ，那么 $m=n$ 。（消去律）

既然在公理中规定 $k \neq 0$ ，（即除去 0）那么我们为什么不能规定：如果 $k \neq \frac{1}{0}$ ， $k+m=k+n$ ，那么 $m=n$ 。

或者我们规定：如果 $k \neq \frac{1}{0}$ ，即 $0 \cdot k=0$ 。

关于 $\frac{1}{0}$ ，伟大的数学家欧拉就毫不犹豫地說 $\frac{1}{0}$ 是无穷人。

并且 $\frac{1}{0}$ 是 $\frac{2}{0}$ 的一半。我们说：欧拉说 $\frac{1}{0}$ 是无穷大当然是不对的。

但是后面说 $\frac{2}{0}$ 是 $\frac{1}{0}$ 的两倍。说对了一半。

下面先把 0, 1, $\frac{1}{0}$, 这三者之间的关系, 以及它们之间的

不同层次之间的关系先进行论述。用 $\frac{1}{0}$ 去除每一个自然数:

$$1 \div \frac{1}{0} = 0 \times 1, 2 \div \frac{1}{0} = 0 \times 2, \dots n \div \frac{1}{0} = 0 \times n \dots \dots \frac{1}{0} \div \frac{1}{0} = 1.$$

把它们改写一下, 就成为如下形式: ${}^0_1, {}^0_2, {}^0_3, \dots {}^0_n \dots {}^0_1$ 。这表示相对于无的自然数, 每个自然数对应一个点, 0, 1 之间由这些点或者自然数所充满。另一点也很重要, 就是一个自然数系当它被 $\frac{1}{0}$ 除或者乘, 即数系就会改变它所在的层次。因此自然数系是多层次的。

经典数学只有一个自然数列, 而且不包括 $\frac{1}{0}$ 。而我们的自

然数列有 $2 \times \frac{1}{0}$ 个不同的自然数列, 为了表明不同的自然数列之间的差别, 我们用左上角的角标来表示它们的差别。(可以参看《论 $\frac{1}{0}$ 》)。

$$\text{例如: } {}^0_0, {}^0_1, {}^0_2, {}^0_3, \dots {}^0_n \dots, {}^0\frac{1}{0}.$$

$${}^1_0, {}^1_1, {}^1_2, {}^1_3 \dots, {}^1_n \dots, {}^1\frac{1}{0}.$$

完整地表达是: