

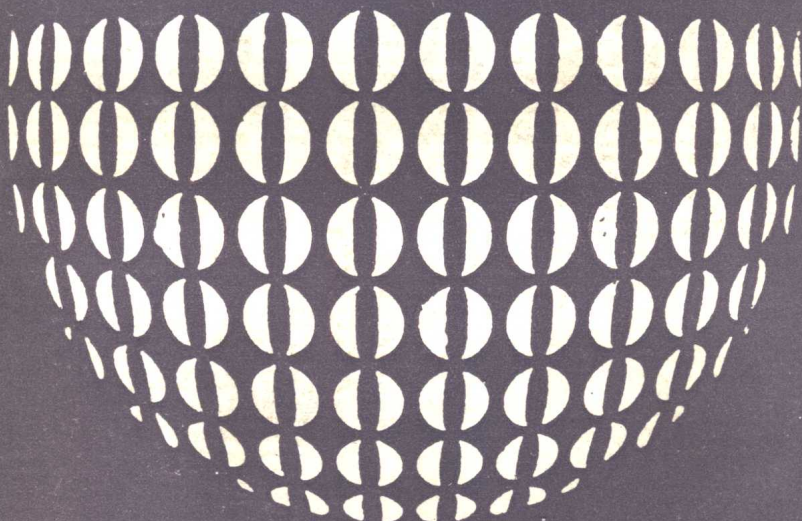
中学各种同步导学与智能训练丛书



中学数学

同步导学与智能训练

高一分册



学林出版社

中学各科同步导学与智能训练丛书

中学数学
同步导学与智能训练

高一分册

学林出版社

(沪)新登字 113 号

特约责任编辑：李 阳

封面设计：钱丽明 施 飞

中学数学同步导学与
智能训练(高一分册)

李振权 主编

学林出版社出版 上海文庙路 120 号

新华书店上海发行所发行 江苏省太仓印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张14.625 字数300千字

1993年8月第1版 1993年8月第1次印刷 印数1—8000册

ISBN 7-80510-805-6/G·198 定价：6.75 元

中学各科同步导学与智能训练丛书

总主编 施国良

本册主编 李振权

作 者 (按姓氏笔划为序)

王继源 韦奕昌 许志浩 李振权

张玉春 吴 静 陈百尧 邵再生

杨东坡 顾 敏 黄士森

前 言

随着教学改革的深入发展,有些问题,例如:如何切实提高课堂教学的效果,让学生有效地掌握知识,理解知识,如何培养学生的正确思维,提高学生分析问题解决问题的能力,如何改进训练方法,开拓学生的智能等等,显得愈来愈突出。本套丛书的编写,正是为了对上述问题的解决作出我们微薄的贡献。

《中学各科同步导学与智能训练丛书》各册主要从三个方面作了一些有意义的探索。一、基础知识的传授。力求突出重点,抓住关键,并注意贯通知识之间的联系,比较好地显示知识的科学性、重点性和系统性,有利于学生将基础知识掌握得扎实一点,牢固一点,灵活一点,真正做到举一反三,触类旁通。二、能力培养。着重培养学生辩证思维的能力、判断是非的能力和运用知识分析问题解决问题的能力。无论是例题的剖析,还是练习的设计,都力求让学生克服线性思维,善于从个别上升到一般,树立正确的思想方法和掌握灵活多变的技能技巧。三、教学指导。作为教学上的同步指导,《丛书》各分册都充分注意了教学上各个阶段的特殊性,从内容到形式,从体例的安排到特色的表现,都富有针对性,从而就增强了对教与学的辅导作用。

江苏省太仓县中施国良老师任《丛书》编委会主任,对《丛书》各分册的编写原则、结构体例以及编写特色负责指导,并统筹各项组织工作。各分册均由该册主编统稿。

在编写过程中，我们借鉴吸取了有关编著中的有益的东西，也溶进了我们自己的一些研究成果。由于我们水平有限，经验不足，缺点错误在所难免，愿望广大读者批评指正。

《中学各科同步导学与智能训练丛书》编委会

1990年8月

目 录

上篇 学习导引

高中代数上册

第一章 幂函数、指数函数和对数函数	(1)
一、集合	(1)
1.1 集合	(1)
1.2 子集、交集、并集、补集	(3)
二、映射与函数	(9)
1.3 映射	(9)
1.4 函数	(11)
三、幂函数	(16)
1.5 幂函数	(16)
1.6 函数的单调性	(20)
1.7 函数的奇偶性	(22)
1.8 反函数	(25)
1.9 互为反函数的函数图象间的关系	(27)
四、指数函数和对数函数	(30)
1.10 指数函数	(30)
1.11 对数函数	(33)
1.12 换底公式	(36)
1.13 指数方程和对数方程	(38)
专题论析	(42)

第二章 三角函数 (52)

一、任意角的三角函数 (52)

2.1 角的概念的推广 (52)

2.2 弧度制 (55)

2.3 任意角的三角函数 (58)

2.4 同角三角函数的基本关系式 (62)

2.5 诱导公式 (71)

2.6 已知三角函数值求角 (74)

二、三角函数的图像和性质 (76)

2.7 用单位圆中的线段表示三角函数值 (76)

2.8 正弦函数、余弦函数的图像和性质 (81)

2.9 函数 $Y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像 (90)

2.10 正切函数、余切函数的图像和性质 (98)

专题论析 (102)

第三章 两角和与两角差的三角函数 (115)

3.1 两角和与差的三角函数 (115)

3.2 二倍角的正弦、余弦与正切 (121)

3.3 半角的正弦、余弦和正切 (126)

3.4 三角函数的积化和差与和差化积 (133)

专题论析 (140)

第四章 反三角函数和简单三角方程 (156)

一、反三角函数 (156)

4.1 反正弦函数 (156)

4.2 反余弦函数 (162)

4.3 反正切函数与反余切函数 (168)

二、简单三角方程	(177)
4.4 三角方程	(177)
4.5 最简单的三角方程	(177)
4.6 简单的三角方程	(182)
专题论析	(191)

立体几何

第一章 直线与平面	(199)
一、平面	(199)
1.1 平面	(199)
1.2 平面的基本性质	(202)
1.3 水平放置的平面图形的直观图的画法	(207)
二、空间两条直线	(209)
1.4 两条直线的位置关系	(209)
1.5 平行直线	(212)
1.6 两条异面直线所成的角	(215)
三、空间直线和平面	(218)
1.7 直线与平面的位置关系	(218)
1.8 直线与平面平行的判定和性质	(218)
1.9 直线和平面垂直的判定和性质	(221)
1.10 斜线在平面内的射影, 直线与平 面所成的角	(224)
1.11 三垂线定理	(226)
四、空间两个平面	(229)
1.12 两个平面的位置关系	(229)
1.13 两个平面平行的判定和性质	(229)
1.14 二面角	(233)

1.15 两个平面垂直的判定和性质	(236)
专题论析	(241)
第二章 多面体和旋转体	(250)
一、多面体	(250)
2.1 棱柱	(250)
2.2 棱锥	(254)
2.3 棱台	(258)
二、旋转体	(262)
2.4 圆柱、圆锥、圆台	(262)
2.5 球	(267)
2.6 球冠	(270)
三、多面体和旋转体的体积	(273)
2.7 体积的概念与公理	(273)
2.8 棱柱、圆柱的体积	(273)
2.9 棱锥、圆锥的体积	(278)
2.10 棱台、圆台的体积	(282)
2.11 球的体积	(287)
2.12 球缺的体积	(287)
专题论析	(291)

下篇 智训集锦

智能训练

智能训练一(集合)	(299)
智能训练二(映射和函数)	(301)
智能训练三(幂函数)	(304)

智能训练四(指数函数和对数函数)	(307)
智能训练五(代数第一章)	(309)
智能训练六(任意角的三角函数)	(311)
智能训练七(三角函数的图象和性质)	(315)
智能训练八(代数第二章)	(319)
智能训练九(复角的三角函数)	(323)
智能训练十(和差化积与积化和差)	(325)
智能训练十一(代数第三章)	(327)
智能训练十二(反三角函数)	(329)
智能训练十三(简单三角方程)	(332)
智能训练十四(代数第四章)	(335)
智能训练十五(平面)	(339)
智能训练十六(空间两直线)	(341)
智能训练十七(空间直线和平面)	(345)
智能训练十八(空间的两个平面)	(348)
智能训练十九(立几第一章)	(352)
智能训练二十(多面体)	(356)
智能训练二十一(旋转体)	(359)
智能训练二十二(多面体与旋转体的体积)	(363)
智能训练二十三(立几第二章)	(365)
智能训练二十四(代数上册)	(369)
智能训练二十五(立几全册)	(375)
智能训练二十六(高一数学总复习)	(380)
智能训练二十七(高一数学总复习)	(384)

参 考 答 案

自测导训与巩固练习

高中代数上册 (389)

立体几何部分 (415)

智能训练参考答案

智能训练(一~十四) (426)

智能训练(十五~二十三) (442)

智能训练(二十四~二十七) (449)

代 数

第一章 幂函数、指数函数和对数函数

一、集 合

1.1 集合

• • • • •

§ 基础导学 §

• • • • •

知识要点	知 识 要 素	学 习 水 平			
		识记	理解	运用	综合
集合, 元素	集合是不定义的原始概念	✓			
集合的特性	确定性, 互异性, 无序性	✓	✓		
集合的分类	有限集、无限集	✓	✓		
集合的表示法	列举法、描述法	✓	✓	✓	
$\in$ 与 $\ni$	表示元素与集合间的关系	✓		✓	
常用集合记号	$N, Z, Q, R, R^+, R^-, \phi$	✓		✓	

• • • • •

§ 例题导示 §

• • • • •

例1 判断下列命题的真假

(1) $\{1, 2, 3, 1\}$ 是 4 个元素组成的集合

(2) $\{1, 2, 3\}$ 与 $\{3, 2, 1\}$ 是不同的集合

(3) 集合 $\left\{x \mid \frac{6}{3-x} \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{N}\right\}$ 是有限集

(4) 集合 $A: \{x \mid x \geq 2\}$, $B: \{(x, y) \mid x \geq 2\}$ 是相同的集合。

(5) $\{1, 2\} \in \{1, 2, 3, \}$

解析 (1) 由集合中元素的互异性知(1)中有三个元素, 命题假。

(2) 由集合中元素的无序性知(2)中两个集合是相同的集合, 命题假。

(3) 由 $\frac{6}{3-x} \in \mathbb{Z}$ 知 $3-x$ 为 6 的倍数, 它们是 $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$, 所以满足条件的 x 的集合用列举法表示为 $\{2, 4, 1, 5, 0, 6, -3, 9\}$ 是个有限集, 命题真。

(4) 集合 A 表示不小于 2 的一切实数, 集合 B 表示直角坐标平面内横坐标不小于 2 的一切点。 A 与 B 的元素不同, 不是相同的集合, 命题假。

(5) “ $\in$ ”记号表示元素与集合的关系, 不能表示集合与集合的关系, 命题假。

拓展 (1) 在描述法表示集合时要注意大括号内竖线左边的一般形式。如 $\{y \mid y = x^2\}$ 集合中的元素为实数, 集合表示非负实数集。 $\{(x, y) \mid y = x^2\}$ 集合中的元素为坐标平面上的点, 集合表示抛物线 $y = x^2$ 上的点集。

(2) 在用列举法表示集合时要注意集合的特性, 当元素为有序的实数对时, 不能把 $\{(2, 3)\}$ 写成集合 $\{(3, 2)\}$ 。

(3) “ $\in$ ”记号使用时应注意集合作为元素时的情况。如 $\{1,2\} \in \{\{1,2\},3\}$ 的写法是正确的。

• ~~~~~ •

§ 自测导训 §

• ~~~~~ •

1. 指出下列各题中哪些能构成集合？哪些不能？为什么？

- (1) 高一(1)班的男同学。
- (2) 高一(1)班身高接近 1.70 米的男同学
- (3) 高一(1)班的好同学。
- (4) 高一(1)班数学入学成绩不低于 80 分的同学。

2. 换一种形式来表示下列集合

- (1) {偶数}
- (2) $\{x \mid |x| \leq 3\}$
- (3) $\left\{\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \dots\right\}$
- (4) $\{(x,y) \mid x \cdot y = 6 \quad x, y \in \mathbb{Z}\}$

3. 判断下列各题中的两个集合是不是相同的集合？

- (1) $A: \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$, $B: \{x \mid x \in \mathbb{N} \quad \mathbb{N} \leq n\}$
- (2) $A: \{(2, -1)\}$, $B: \{(-1, 2)\}$
- (3) $A: \left\{x \mid \frac{6}{5-x} \in \mathbb{N} \quad x \in \mathbb{N}\right\}$, $B: \{2, 3, 4, -1\}$
- (4) $A: \{x \mid x = 2n - 1 \quad n \in \mathbb{Z}\}$, $B: \{y \mid y = 2n + 1 \quad n \in \mathbb{Z}\}$
- (5) $A: \{\pi\}$, $B: \{3.14\}$

1.2 子集、交集、并集、补集

1. 子集、交集

• • • • •

§ 基础导学 §

• • • • •

知识要点	知 识 要 素	学 习 水 平			
		识记	理解	运用	综合
子集	$x \in A \Rightarrow x \in B$ 则 $A \subseteq B$	✓	✓	✓	
真子集	$A \subseteq B$ 存在 $b \in B$ 而 $b \notin A$ 则 $A \subset B$	✓	✓	✓	
空集	$\emptyset \emptyset \subseteq A$	✓	✓		
相等的集合	$A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ 则 $A = B$	✓	✓		
交集	$A \cap B = \{x x \in A \text{ 且 } x \in B\}$	✓	✓	✓	✓
$\subset, =, \supseteq$ 等	表示集合与集合的关系符号	✓		✓	
关系式	$A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap B = B \cap A$	✓	✓		

• • • • •

§ 例题导示 §

• • • • •

例1 设 $A = \{a, b\}$, $B = \{x | x \in A\}$ $C = \{x | x \subseteq A\}$ 试写出 A 、 B 、 C 的关系。

解析 $\because B = \{x | x \in A\} \therefore B$ 中的元素都是 A 中的元素, 即 B 是 A 的非空子集。 $B = \{a\}$ 或者 $B = \{b\}$ 或者 $B = \{a, b\}$ 。

$\because C = \{x | x \subseteq A\} \therefore C$ 中的元素是 A 的子集, 即 C 是由 A 的子集构成。

$$C = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

比较 A 、 B 、 C 有 $A \supseteq B$, $A \in C$, $B \in C$

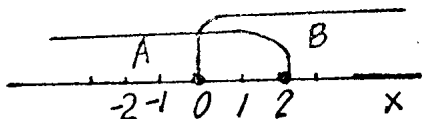
例2 集合 $A = \{x | y = \sqrt{2-x}\}$, $B = \{y | y = x^2 - 3x + 2\}$, 求 $A \cap B$ 。

解析 A 集是表示使 $\sqrt{2-x}$ 有意义的 x 值。

$$\therefore A = \{x | x \leq 2\}$$

B 集是由 $y=x^2-3x+2$ 的值域组成; 由于 $y=x^2-3x+2=(x-\frac{3}{2})^2-\frac{1}{4}$, 所以 $y \geq -\frac{1}{4}$

$$\therefore B = \{y | y \geq -\frac{1}{4}\}$$



$$\therefore A \cap B = \{x | -\frac{1}{4} \leq x \leq 2\}$$

拓展 (1) 例 1 中 $x \in A$ 与 $x \subseteq A$ 的区别提示我们解题时要充分注意“ $\in$ ”与“ $\subseteq$ ”符号的使用条件及含义。

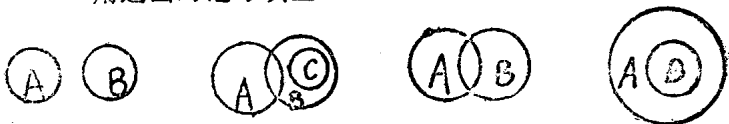
(2) 研究集合的子集时防止遗漏空集, 空集不能记为 $\{\phi\}$ 。

(3) 例 2 中若改为 $A = \{y | y = \sqrt{2-x}\}$
 $B = \{x | y = x^2 - 3x + 2\}$ 求 $A \cap B$ 如何解?

(4) 借助于图示能帮助我们理解集合之间的关系。

• • • • •
 § 自测导训 §
 • • • • •

1. 用适当的记号填空



ϕ $\{0\}$; 0 ϕ ; $\{\text{菱形}\}$ $\{\text{平行四边形}\}$

$A \cap B$ A ; $\{2\}$ N ; 2 N ; ϕ $A \cap B$

$\{x | |x| = 2\}$ N ,

$A \cap B$ $\emptyset$ ($A \cap B \cap C$) $A \cap B$ $A \cap B$ B $A \cap B$ B