

数学标准化 考试测试题集



翟连林 俞颂萱 陈炽欣 编

教育科学出版社

5
-2

高 考 数 学

标准化考试测试题集

翟连林 俞颂萱 陈炽欣 编

教育科学出版社

高考数学标准化考试测试题集

教育科学出版社出版

(北京北环西路10号)

北京市新华书店发行

河北省保定市第一中学印刷厂印刷

开本 787×1092 毫米 $1/32$ 印张10.63 字数239千字

1985年12月第一版 1985年12月第一次印刷

书号: 7232·290 定价: 1.91元

谈谈数学标准化考试

考试，就是对考核对象所具有的知识和能力水平作出评估的过程。它是教育测量的研究对象。从教育测量的观点来看，任何一次考试都是测量考生学习成绩的一把尺子，然而这把尺子造得怎样，测量的结果准不准，不能凭主观臆断，必须有一个统一而客观的标准。

标准化考试是20世纪初期在西方，首先是在美国、随着当时所谓“教育科学化运动”而发展起来的一种考试形式。当前，它在国际上是很流行的。人们所熟知的“托福考试”就是美国教育测验服务社所举办的大型标准化考试。由于生产和科学技术的日益发展；由于教育学、心理学、数学与统计学等基础学科不断深入；由于电子技术的广泛使用，标准化考试在理论和方法上更加成熟起来。为了促进我国考试制度与方法的改革，实现考试的现代化、科学化，我们必须认真研究标准化考试的理论和方法。

一、标准化考试的含义

大家熟悉的传统式考试，就是考试前临时建立一个由几个教师组成的命题组，命题组成员按主观愿望和对教材的理解出题，然后按心目中的标准提出批改给分意见。学生作答后由教师评阅。这种考试有如下缺点：

1. 试题少、智能覆盖面窄、得分机遇性大。
2. 解答复杂、书写任务重、限制了考生思考力的发挥，也限制了试题的题量。
3. 由于有的试题解法并不唯一、因此评分受阅卷者主

观因素影响严重。

4. 没有常模（总平均分和标准差），得分多少不好解释，缺乏历次考试的可比性。

传统式考试在阅卷过程中出现的误差较为普遍，影响了学生学业成绩的真实性，测验学家斯达克和埃里欧特（Starch·P and Elo·E·C）曾经将同一份英语试题答卷以百分制记分法，请142位教师评定。结果出现了从50分到98差分的差异，得分不等。就连得分可以一致的几何试题答卷经114位教师评分，也竟然出现了从80分至92分这样惊差异。可见评分客观化是一个十分值得重视的问题。

传统式考试，由于缺乏对试题的研究，对于题目的难度、范围、数量的确定都缺乏客观标准。1984年高考，上海理科录取分数线是470分，而1985年则是430分。两年考题难度差别悬殊，孰是孰非，其说不一。没有一个科学的判定标准，难以很好地总结教学工作中的经验和教训。

所谓标准化考试是和考试科学化联系在一起的，它是从考试大纲、命题类型、考试方法、试题布局、试题复盖面、评分办法等各个环节努力减少或避免各种误差，按比较科学的客观性的标准要求来进行的，从而达到考出考生比较真实成绩的目的。

标准化考试的基本原则是：

客观性：准确、客观、尽量避免误差；

科学性：有一套完整的控制办法和科学的理论根据；

实践性：实践上能反映一个学生的客观实际水平。

标准化考试的内容是：

试题标准化、答案标准化、评分标准化、记分标准化、实测过程标准化。

标准化考试具有五个因素：

1. 必须有考试大纲或考试指导书，用以规定考试的范围、内容、要求、方式、题型以及评分和计分的方法等。如规定了考试的要求——各部分内容的比重；方式——是开卷闭卷、还是操作、实验；题型——如选择题、判断题、填空题或论文题等等；方法——考试组织方法，评分计分方法。

2. 命题必须标准化。在命题时，要依照考试大纲制定“命题双向细目表”（这是一种考查目标和考查内容的列联表，表中各细格具体规定了每项考查目标与内容的比例，然后据此来命题）。

根据命题双向细目表编制出成套试题后，要将试题逐个分析和检查，并编制成一个“试题分类表”。从而考察“试题分类表”适切“双向细目表”的程度；适切程度愈高，则考试的内容效度愈好。

3. 试题必须经过预测或调试的程序，并计算出各题的难度和区分度，进而估计整份试卷的信度和效度。

4. 考试实测过程必须统一而规范，考试的时间和进程必须统一，答案的步骤和给分标准必须严格规定。

5. 必须提供为解释考试分数之用的常模（总平均分和标准差）。常模作为标准用，能代表一个团体水平的平均数值。

因此，标准化考试与传统式考试相比，有如下优点：

1. 试题是审慎地编拟，试题取样范围大，题量多，复盖面广，以选择题为主，有共同的唯一答案；

2. 试题经过试测，反复修订，试题的难度、效度、区分度、信度等技术质量指标都达到一定的要求；

3. 施测和记分严格统一、规范化，尽量控制了无关因

素的干扰，保证了评分的客观性；

4. 考试结果高度数量化，分数实现了标准化，由于取得了常模，编制了评分量表，分数可比，因此，分数高低好解释。

5. 由于答案唯一，可借用电子计算机评分，节约了大量人力、物力和财力。

二、评价试题质量的几个指标

如何评价试题的质量，教育测量学为我们提出了信度、效度、难度和区分度等科学性指标。这是我们研究试题科学性和命题标准化的理论依据。

1. 效度：这是衡量试题质量好坏的第一个指标。它是教育测量学里的一个概念，所谓试题的效度是指该试题能够测出学生实际水平的程度。例如，一套好的几何试题对测试几何知识和技能是有效的，但对测试地理知识是无效的。一套好的语文试题对测试语文基础知识和技能是有效的，但对测试外语知识是无效的。表面看来这似乎是个显而易见的标准，其实违反这个标准的错误常有发生。如某年理科数学附加题，按有关规定，它的成绩将作为准备录取全国重点院校的考生参考成绩，那年在某省招收全国重点院校名额是2215名，按理附加题应有多于2215人来做，才有参考价值，而实际上这个省的考生对此题下手动笔的寥寥无几，不能达到衡量尖子学生的实际水平的目的，因此它的效度是极低的。所以一套试题如果要有高效度，就必须严格按数学教学大纲。超过大纲规定，难度不当的试题，显然是违反效度标准的，用它来考察学生成绩是无效的。

估计效度，是考虑实得分数的方差中，条件误差的方差所占的比重，即

$$r_s = \frac{S_x^2 + S_{SE}^2}{S_T^2}$$

式中, S_x^2 为真实分数的方差, S_{SE}^2 为条件误差的方差, S_T^2 为实得分数的方差的方差。

从式中可看到, 影响效度的主要原因是条件误差, 也就是说, 那些与考试目的无关的因素越少, 考试的有效性就越高。效度值最高为1, 说明数学试题完全反映考生的实际水平; 效度值为0, 说明这套数学试题考后的成绩和考生的实际水平毫无关系; 效度值最低为-1, 即考试后的成绩同考生实际水平恰恰相反。目前, 美国大学入学考试的效度都在0.4~0.7之间。

北京师大心理学系测验研究小组根据我国16所大学24个数学班的资料, 计算了1978、1979两年高考的效度, 其中数学学科的情况是:

理科1978年			理科1979年		
学 校	人 数	效 度	学 校	人 数	效 度
清华大学	31	0.201	中国医科大学	26	0.2985
长沙铁道学院	28	0.19	云南大学	22	0.187
西北大学	20	0.034	长沙铁道学院	37	0.35
上海水产学院	39	0.061	甘肃天水师专	52	0.027

提高效率的主要措施是: 试题内容不超纲、不超教材; 考查内容应体现教学的重点和主要知识, 不出偏题、怪题; 试题中尽量去掉与考试目的无关的成分; 试题的难度要适当, 切忌知识奇重、奇轻现象。

2. 信度: 这是反映试题的稳定性和可靠性的指标, 它即

用试题考察学生成绩前后一致程度。它表明一个考试在反映应试者实际水平时的稳定程度，也即应试者的考试成绩不受偶然因素影响的程度。例如，试题的取样不好，难易不当，题意不清，学生临场紧张，身体不适，评分标准不科学、评分掌握不一致等，这些偶然因素都会影响应试者的成绩。所以，偶然因素对应试者成绩影响越大，成绩的稳定性越差，信度也就越低。如果在相同的条件下，几次考试的结果，其分数大致相同，那么这次考试的信度就高。反之，信度高的试题，学生成绩始终如一。一般要求信度在0.9以上，常达0.95，这就要求命题者在命题时慎之又慎。

鉴定试题的信度的公式是：在实得分数的差中，随机误差的方差所占的比重，即

$$r_R = \frac{S_x^2 + S_{RE}^2}{S_T^2}$$

式中， S_x^2 为真实分数的方差， S_{RE}^2 为随机误差的方差， S_T^2 为实得分数的方差。

由式中可见，如果随机误差控制得好，实得分数就很接近于真实分数，这种考试先后实施所得的分数就会很一致，分数的可靠性就大，考试的信度就高。信度值最高为1，表示考试完全反映了应试者的稳定水平；最低值为0，表示考生的得分完全是随机性的，而与应试者本身知识水平无关。

提高考试信度的主要措施是：试题要处理好重点知识和一般知识的关系，知识与能力的关系，试题形式与内容的关系；试题的难度要适中，题意要明确、清晰；试题的考查范围要大，即适当增加试题的数量；试题的评分方法要有客

观而统一的标准,克服评卷中个人的偏见;考场的环境要好,消除应试者的紧张心理状态。

3. 难度:这是评价试题质量的一个重要指标.所谓难度就是应试者在某试题上正确解答的困难程度的一种估计.好的数学试题应有适当的难度,难度过高或过低对于鉴别考生水平是不起作用的.在高考中要求试题难度适中,即大多数题目难度在0.3~0.7之间,少数题目难度在这一范围两边,大体相当,使整个试卷的平均难度为0.5左右(0.45~0.55之间).因为只有适中的题目难度,才能使试题产生最大的区分不同程度考生的效果.1984年全国高考理科数学第八题是一道难度很大的试题,据某省抽样统计,此题难度值为0.19平均每人得2.24分,这样的试题难以考察应试者的实际水平。

通常根据每道试题正确答对的比率来估计难度.题目的答对比率称为难度指数,作为此题的难度指标值.在数量上,可定义为正确作答率对于一的余数,或者说就是失分率,如果试题按答对为1,答错为0评分,则难度是:

$$H = \left(1 - \frac{R}{N}\right) 100\%.$$

其中, H 为难度, R 为答对此试题的人数, N 为实测样本总人数。

如果试题按答对为 K 分 ($K \neq 1$), 答错酌情扣分, 全错为 0 的办法计分, 则难度是:

$$H = \left(1 - \frac{x}{K}\right) 100\% \quad \text{或}$$

$$H = \left(1 - \frac{\frac{\sum X}{N}}{K}\right) 100\% = \left(1 - \frac{\sum X}{NK}\right) 100\%$$

其中： $\bar{x}$ 为此试题的平均得分值， K 为满分值， $\sum \bar{x}$ 为所有应试者在此题上得分的总和， N 为总人数。

作为标准性考试，题目的难度值分布最好能接近正态分布，即难度适中的试题要多一些，较难、较容易的题目少一些，这样可使学生成绩的分布呈正态分布，有利于提高考试的信度。下面是北京师范大学心理学系测验研究小组提出的我国1979年至1981年高考数学试题的难度分析表：

1979年(理科)

题目	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
难度	0.84	0.68	0.49	0.92	0.54	0.42	0.84	0.47	0.46	0.81
区分度	0.445	0.897	0.686	0.184	0.682	0.690	0.739	0.605	0.512	0.888

1980年(理科)

题目	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
难度	0.95	0.905	0.68	0.70	0.58	0.26	0.545	0.416	0.174	—
区分度	0.255	0.405	0.627	0.187	0.577	0.507	0.607	0.696	0.640	—

1981年(理科)

题目	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
难度	0.880	0.709	0.758	0.785	0.785	0.898	0.640	0.447	0.894	0.092
区分度	0.084	0.849	0.858	0.298	0.857	0.450	0.554	0.716	0.680	0.548

与1979年、1980年相比，1981年的试题在难度方面有所改进，过难或过容易的题目较少。

避免难度不当的方法主要是命题者要很好地了解学生实际。“吃透两头”：一是“吃透”中学数学教学大纲和教材。不明确什么是“纲内”，什么是“纲外”，不理解什么叫中学统编教材所能达到的难度，往往会出现偏易或偏难的试卷；二是“吃透”学生水平，过高或过低地估计学生，就无法考出学生的实际成绩。

4. 区分度：这是表示试题对于应试者水平区分能力的指标。如果学习优秀的学生，在该题上能得到高分，而学习差的学生，在该题上只能得低分，那么该试题的区分度当然是高的；假如学习优秀的学生在某题上反而得低分，学习差的学生在某题上反而得高分，那么该题的区分度就很差了。区分度是衡量试题质量的一个主要指标。

估计区分度的办法，可以使用求所有应试对象在该题上实际得分，与他们在整个试卷上的总分间的积差相关的办法来进行，即

$$D = \frac{\Sigma xy - \frac{\Sigma x \Sigma y}{N}}{\sqrt{\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{N}} \sqrt{\Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{N}}}$$

其中， D 为区分度， X 为应试对象在该试题上的得分， Y 为同一应试对象在整个试卷上的总分， N 为总人数。

为便于实际计算，还可使用求高分组与低分组正确答率的差的办法来估出区分度，即

$$D = \frac{R_{\text{高}}}{N_{\text{高}}} - \frac{R_{\text{低}}}{N_{\text{低}}} \quad \text{或} \quad D = \frac{x_{\text{高}}}{K} - \frac{x_{\text{低}}}{K}$$

其中， D 为区分度， $R_{\text{高}}$ 和 $R_{\text{低}}$ 分别是按1,0办法计时高分组与低分组中通过该题的人数， $N_{\text{高}}$ 和 $N_{\text{低}}$ 分别是高分组与

低分组的人数； $x_{\text{高}}$ 和 $x_{\text{低}}$ 分别是按 $K, 0$ 办法计时该题高分组与低分组的平均得分值， K 为满分值。

所谓高分组与低分组，就是将所有被考核对象在整个试卷上的得分，按总分的高低加以排列，取其中得分最高的27%的应试者与最低的27%的应试者所组成。可以看出，区分度有时出现负值，其取值范围为 $(-1, 1)$ 。区分度在数值表现上不同于难度，难度无负值，取值范围为 $(0, 1)$ 。

一般来说，优秀试题的区分度 D 常在0.4以上，若区分度在0.29以下应当淘汰或加以改进。请看下表：

区 分 度	评 价
0.40 以上	非常良好
0.30~0.39	良好，如能再改进更好
0.20~0.29	尚可，用时需改进
0.19 以下	劣，必须淘汰或改进后提高区分度才可使用

在标准考试中，试题经过测试，按上述所述的效度、信度、难度、区分度四大质量指标逐个鉴定，将达到既定要求的试题分门别类地建立题库，需要时从题库取出试题组成标准化试卷，以期达到预先制定的“常模”。

目 录

谈谈数学标准化考试.....	(4)
第一套 测试题.....	(1)
第一套 测试题解答.....	(5)
第二套 测试题.....	(9)
第二套 测试题解答.....	(14)
第三套 测试题.....	(18)
第三套 测试题解答.....	(22)
第四套 测试题.....	(26)
第四套 测试题解答.....	(31)
第五套 测试题.....	(35)
第五套 测试题解答.....	(40)
第六套 测试题.....	(44)
第六套 测试题解答.....	(48)
第七套 测试题.....	(53)
第七套 测试题解答.....	(59)
第八套 测试题.....	(65)
第八套 测试题解答.....	(71)
第九套 测试题.....	(75)
第九套 测试题解答.....	(80)
第十套 测试题.....	(85)
第十套 测试题解答.....	(92)
第十一套 测试题.....	(97)
第十一套 测试题解答.....	(104)
第十二套 测试题.....	(110)

第十二套	测试题解答	(117)
第十三套	测试题	(123)
第十三套	测试题解答	(130)
第十四套	测试题	(138)
第十四套	测试题解答	(140)
第十五套	测试题	(150)
第十五套	测试题解答	(157)
第十六套	测试题	(163)
第十六套	测试题解答	(169)
第十七套	测试题	(174)
第十七套	测试题解答	(180)
第十八套	测试题	(186)
第十八套	测试题解答	(192)
第十九套	测试题	(199)
第十九套	测试题解答	(206)
第二十套	测试题	(212)
第二十套	测试题解答	(218)
第二十一套	测试题	(225)
第二十一套	测试题解答	(232)
第二十二套	测试题	(238)
第二十二套	测试题解答	(245)
第二十三套	测试题	(251)
第二十三套	测试题解答	(257)

附录

1985年广东省高等学校招生统一考试数学试题及解答

I 文史类试题、解答及评分标准 (263)

II 理工类试题解答、及评分标准 (277)

1985年江西省数学标准化考试测试题及答案 (298)

1985年广州市数学标准化考试

第一次测试题及答案 (309)

1985年广州市数学标准化考试第二次测试题 (318)

第一套 测试题

第一卷

本卷共两道大题，满分65分。

一、填空题（本题满分20分）

本题共10个小题，每小题满分2分。

(1) 方程 $9^{-3x+1} = \frac{1}{27}$ 的解为_____。

(2) 不等式 $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 1$ 的解集是区间_____。

(3) 已知复数， $z = \sqrt{3}i - 1$ ，则 $|z| =$ _____。
 $\overline{z} =$ _____。

(4) 已知 $\lg x + \lg y = 1$ ，则 $\frac{2}{x} + \frac{5}{y}$ 的最小值为_____。

(5) 正方形的边长为1，以一边为轴旋转一周，所得旋转体的侧面积为_____。

(6) 将边长分别为4和7的矩形铁皮卷成圆柱，则最小的圆柱体积是_____。

(7) 直线上两点到平面的距离相等是直线与平面平行的_____条件。

(8) 如果 $\operatorname{tg} \alpha = m$ ，则 $\operatorname{csc} \alpha =$ _____。

(9) 过点 $(0, 3)$ 且垂直于直线 $2x = y + 1$ 的直线方程是_____。