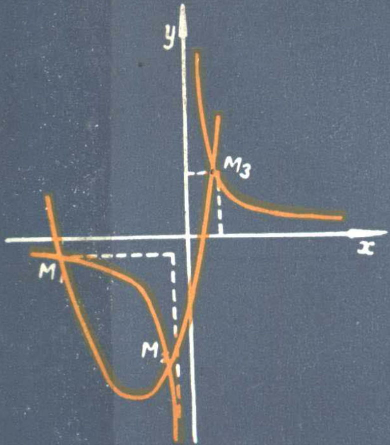

上册

余斯晟 主编

代数

中央广播电视大学出版社

代　　数

上　册

余斯晟　主编

中央广播电视大学出版社

代　　数
上　册
余斯晟　主编
*
中央广播电视大学出版社出版
新华书店北京发行所发行
西安新华印刷厂印装
*
开本 787×1092 1/32　印张 11.125　千字 228
1984 年 5 月第 1 版　1985 年 3 月第 1 次印刷
印数 1—51,000
书号：7300·14　定价：1.50元

前　言

一、这套初等数学自学丛书主要是为准备报考广播电视大学和为进入广播电视大学后继续学习有关课程的同志们使用的。它也可以作为一般职工自学初等数学或补习初等数学的教材。

考虑到使用本书的同志们大多数是在职的成年人，虽然他们对学习比较自觉，但是也存在各种不利的情况：如能够用于学习的时间较少；对过去所学的数学知识放置时间较长，遗忘较多；缺少专人辅导等等。因此我们编写时是从适合不同程度的成年人自学着眼的，对教材的编写企图尽力做到以下几点：

1.起点低，内容精练，各部分既避免重复，又不脱节。同时又包括基本的和足够为进一步学习电大课程的必要知识。

2.有启发性，在估计学员能够理解的部分，尽量启发学员自己提出问题，自己思考问题，解决问题，以符合成年人学习的特点，并逐步提高学员的自学能力。

3.知识的叙述力求做到细致、通俗易懂。

4.为了培养学员解决问题的能力，对于学员能够自己证明的定理和法则等内容，我们有意识地将它们的证明叙述得简略些，有的甚至省去了证明或做为习题处理，我们确信这样作是有利的。

习题的配备是本着以下几点：

1.本着巩固基本概念和基础知识安排习题。因此题目的难易应适度，所有的习题却应该是必作的，而且对完成本学科的学习是合宜的。习题一般不追求技巧性，当然少数的为明确各部分之间连系的题目虽然难些，但也是必要的。

2.为了检查学员的自学效果，在课程进行到一定阶段，配备有综合练习题，这是为了检查学习效果设置的，学员可以按要求独立解答它们。如果解答的不够顺利，希望把不够清楚的地方踏实地进行复习。一定要“宁少学些，但要学得好一些。”

3.为了学习能够自己检查，对习题和综合练习题都附有必要的习题答案和题解。当然希望学员在独立完成作业之后再去使用它们，争取少利用习题解答。

由于编者能力所限，客观上这部教材未必能完全反映出我们的主观意图。不过希望学员能了解我们的意图，在自学中发挥主观能动性，以免由于我们的失误，影响学员自学的积极性。我们相信学习的人不需太长自学的时间，就会收到予期的效果。

二、我们在编写本教材时，作了如下的设想与安排：

1.预想学员每周自学时间（包括作业）为9—12学时，一年以48周计算，应该有500学时左右。如果按初中毕业的程度起，按步就班自学完全部课程，约需一年半左右的时间。如系报考电大文科，教材中画有“*”号的内容可以免学，则所需的时间就可以更短。

2.在自学时，应该分代数→三角→代数，以及平面几何

→立体几何→解析几何两科齐头并进，这样，对大多数学员来说，可以完全避免几何、代数、三角之间的重复与脱节。

3.代数与三角部分应该与微积分直接衔接，为此我们把基本初等函数部分列入了代数下册最后。

4.解析几何部分的内容，不拘直线或二次曲线部分，它们对理工各科都是直接需要的，因此内容比较丰富。

5.平面几何部分，重点在于逻辑推理的表达形式，命题形式之间的关系，反证法，利用唯一性证明逆定理等等的训练。为此，我们结合几何知识，将上述内容由浅入深贯穿在各有关部分中反复强调，我们的看法是这些部分对于即使是不学理科的人也是必要的。所以平面几何部分中知识内容虽然不多，但是叙述的篇幅并不少，相信这样作对全局是有利的。

6.为了与微积分衔接，在立体几何中除了必须强调的空间的平行、垂直、相交等为培养学员空间思维能力的基本概念部分外，我们还适当对体积和（球）表面积的公式证明给予了足够的重视。

三、本教材系由中央广播电视大学组织的“中学数学基础”电视讲座的几位主讲教师北京师范学院的俞斯晟、刘增贤、王汇淳，还有聂镇南老师，以及中央电视大学组织讲座的郭星英老师共同编写的。由于编写的时间紧迫，错误缺点很难避免，希望各位同志们提出宝贵意见。

目　录

算术知识复习

为了更好地学代数，先把算术里的重点知识简单地复习一下。这里主要复习整数和分数的概念以及它们的四则运算。

一、算术数的概念

（一）整数的概念

先复习什么是自然数。在数数时，我们数出一，二，三，四，五，等等，表示物体的个数（或第几个）的一，二，三，四，五，…叫自然数。用数字1，2，3，4，5，…表示。自然数有两种不同的含义，既可以表示多少个，也可以表示第几个。如5可以表示五个，也可以表示第五个。

按照数数的顺序，把自然数依次写下来，就得到自然数列：

1，2，3，4，5，6，7，8，…

观察自然数列，它有下面的特性：

1.开始的数是单位1；

2.每一个数加一个单位（加1），就得到一个后继的数；

3.自然数列是无限的。

没有物体，用数字“0”表示。在算术里，0和自然数总称为整数。

思考：0是自然数吗？0是整数吗？自然数是整数吗？

（二）分数的概念

由于测量和等分的需要，需把一个单位再进行细分成若干等分，这样得出来的一份或若干份叫做分数。如$\frac{1}{2}$，$\frac{37}{60}$，…。

分数可以用$\frac{m}{n}$（其中m是自然数，n是大于1的自然数）表示。分数可以假定是最简分数。（即m，n之间没有1以外的公约数。）分数可以用分母除分子化为小数，可化为有限小数如$\frac{1}{2}=0.5$；或化为无限循环小数如$\frac{37}{60}=0.61\dot{6}$。

为了方便，以后把算术里学过的整数和分数称为算术数。整数可以看作分母是1的分数，即规定整数$a=\frac{a}{1}$。这样，算术数就都可以用记号$\frac{m}{n}$（m是整数，n是自然数，m，n之间没有1以外的公约数）来表示了。

二、算术数的运算

（一）四则运算和基本运算律

对算术数，学过它们的加、减、乘、除四则运算，加法和乘法是不受限制的。减法要受到减数不能大于被减数的限

---

*例如$5\div0$就是要求一个数和0相乘等于5．因为0和任何数相乘都是0，不可能等于5，故$5\div0$的商是没有的．又如$0\div0$就是要求一个数和0相乘等于0．因为任何数和0相乘都是0，故$0\div0$没有确定的值，所以0不能作除数．

制，除法中除数不能是零*。在运算能实施的情况下，减、除分别是加、乘的逆运算，而且加法和乘法有下面的运算律。

1.加法运算律

交换律：$a+b=b+a$

结合律：$(a+b)+c=a+(b+c)$

它们可以推广到多个数相加上去。

2.乘法运算律

交换律：$a\times b=b\times a$

结合律：$(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$

它们可以推广到多个数相乘上去。

分配律：$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$

它可以推广到多个加数上去。

以上的字母a，b，c都代表算术数。

（二）混合运算的算式的运算顺序

规定乘除法为二级运算，加减法为一级运算。一个算式中的同级运算按由左至右的次序进行，不同级运算要先做二级（高级）运算，后做一级（低级）运算。有括弧的算式，应从里面的括弧起逐层计算。

例1 $64.5+76-112.5$（同级运算）

$=140.5-112.5$

$=28$

例2 $425\div 3\frac{2}{5}+4\frac{7}{12}\times 2\frac{2}{11}-10\frac{5}{24}$（不同级运算）

$=425\div\frac{17}{5}+\frac{55}{12}\times\frac{24}{11}-10\frac{5}{24}$

$=425\times\frac{5}{17}+\frac{55\times24}{12\times11}-10\frac{5}{24}$（先算二级，后算一级）

$=125+10-10\frac{5}{24}$

$=124\frac{19}{24}$

例 3　$[1.9+190\%\times(4\frac{8}{10}-3.8)]\div(2\frac{9}{10}-1.9)$

（先算小括弧中的算式）

$=[1.9+\frac{190}{100}\times1]\div1$（再算中括弧中的算式）

$=[1.9+1.9]\div1$

$=3.8\div1$

$=3.8$

例 4　$[(1\frac{1}{2}+2\frac{2}{3})\div3\frac{3}{4}-\frac{2}{5}]\div8\frac{8}{9}+\frac{1}{4}$

$=[\frac{25}{6}\div\frac{15}{4}-\frac{2}{5}]\div8\frac{8}{9}+\frac{1}{4}$

$=[\frac{25}{6}\times\frac{4}{15}-\frac{2}{5}]\div8\frac{8}{9}+\frac{1}{4}$

$=[\frac{10}{9}-\frac{2}{5}]\div8\frac{8}{9}+\frac{1}{4}$

$=\frac{32}{45}\times\frac{9}{80}+\frac{1}{4}$

$=\frac{2}{25}+\frac{1}{4}=\frac{33}{100}$

注意：

1.分母不同的分数相加、减时，要先通分化成同分母的分数再进行加、减。

2.算式中的带分数可先化成假分数进行运算，最后运算的结果如果是假分数，要化成带分数。

3.作分数除法是把除数的分子分母颠倒（除数的倒数）和被除数相乘。

习　　题

1.设$a=2$，$b=3$，$c=5$，验证乘法分配律

$$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$$

成立。

2.计算下列各题：

（1）$7\div1\frac{1}{5}+2\frac{1}{12}\times\frac{11}{25}-\frac{17}{24}$；

（2）$\left(4\frac{1}{3}+5\frac{1}{7}-\frac{1}{2}\right)\div\left(2\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}\div\frac{5}{6}\right)$；

（3）$3\frac{1}{8}\div\left[\left(4\frac{5}{12}-3\frac{13}{24}\right)\times\frac{4}{7}+\left(3\frac{1}{18}-2\frac{7}{12}\right)\times1\frac{10}{17}\right]$；

（4）$\left[\left(\frac{5}{6}-\frac{3}{8}\right)\div\frac{3}{4}-\left(\frac{3}{8}+\frac{7}{20}\right)\div1\frac{9}{20}\right]\div\frac{1}{50}$。

有理数

这部分是在算术数的基础上引进负有理数，把算术数的概念进行扩充。建立有理数的概念，研究它的运算。

一、有理数的概念

（一）用数表示相反意义的量

为什么要把算术数的概念进行扩充呢？我们常常看到这样的报导：

某一天的最高温度是零上5度，最低温度是零下5度；

甲地高于海平面5.2米，乙地低于海平面3.6米等等。

这里的零上5度和零下5度，高于海平面5.2米和低于海平面3.6米，都是具有相反意义的量。为了区分相反的意义，可以把其中一种意义规定为正，和它相反的意义规定为负。正的量用算术里的数前面添上“+”（读做正）号表示，如零上5°用$+5°$表示；负的量就用算术里的数前面添上“-”（读做负）号表示，如零下5°就用$-5°$表示。同样，高于海平面5.2米用+5.2米表示，低于海平面3.6米用-3.6米表示。

思考：试举出几个具有相反意义的量的例子，并用添“+”、“-”号的数表示它们。

（二）正有理数和负有理数

象+5，+5.2这样带有“+”号的数（“+”号也可以省略不写，也就是算术里除掉零的数）都叫正有理数（也

简称正数）。-5，-3.6这样带有“$-$”号的数（也就是算术里除掉零的数前面添上了“$-$”号）叫负有理数（也简称负数）。零是一个特殊的数，它既不是正数也不是负数。

（三）有理数

正有理数（也就是算术里的正整数和正分数），负有理数（也就是负整数和负分数），还有数零，统称为有理数。

有理数包括的那些数可以用下面的表表示：

$$\text{有理数}\begin{cases}\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{正分数}\end{cases}\\ \text{零}\\ \text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{cases}$$

在有理数范围内，也把正负整数和零叫整数，把正负分数叫分数，因此也可以用另一个表写出有理数包括的那些数：

$$\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{cases}$$

思考：有理数比算术数多了什么数？

从上面可以看到，有理数只是比算术数多了负有理数*。

---

*有理数只是比算术数多了负有理数．算术数$\frac{m}{n}$是$m \div n$所得的商，用分母n除分子m，可以把$\frac{m}{n}$化成有限小数或无限循环小数（整数也可以看成有限小数或无限循环小数，如$3=3.0$或$3=3.\dot{0}$）．故有理数只是比算术数多了负的有限小数或无限循环小数．即有理数可化为有限小数或无限循环小数；反之，有理数或无限循环小数是有理数．

为了方便，可以用字母a，b，c，…表示有理数。今后出现的字母，它不仅可以代表正有理数和零，并且它还可以代表负有理数。

思考：字母a一定表示正有理数吗？一定表示整数吗？

（四）数轴和它上面表示有理数的点

在一条东西方向的直路上，你问别人邮局在哪边，他会告诉你从你所在地点向东走50米或向西走30米，这就是用数学上数轴的概念帮助你找到邮局的位置。

什么叫数轴呢？画一条直线（一般画成水平直线），在上面取定一点O作为计算的起点，表示数零，叫作原点；规定这条直线上的一个方向为正方向（一般取从左到右的方向为正方向），画出箭头表示，那么相反的方向就是负方向；再取定一条线段的长作为单位长度。象这样取定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴，如图1。

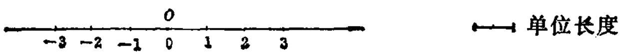

图1

于是所有的有理数都可以用数轴上的点表示出来。

例1 用数轴上的点表示2，－2，－3.5，3.5，5。

解

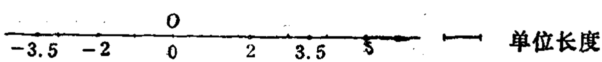

图2

例 2 下面数轴上的点A，B，C，D，E各表示的是什么数？

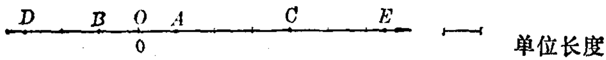

图 3

解 A，B，C，D，E各点分别表[illegible]

4，－3，6.5。

（五）相反数和绝对值

1.相反数

从上面例1的图可以看到，表示＋2（或说2）和－2这一对数的点，分别在原点两旁且和原点距离相等，同样，＋3.5和－3.5这一对数也是如此。

我们把只有符合不同的一对数叫做互为相反的数。如＋2的相反数是－2，－2的相反数是＋2。一个数的相反数，用在这个数前面添写“－”（负）号表示。如＋2的相反数是－2，可以写成－（＋2）＝－2；－2的相反数是＋2，可以写成－（－2）＝＋2。

零是一个特殊的数，它既不是正数也不是负数，我们规定零的相反数是零。零的相反数也用零前面添写“－”（负）号表示，即用－0表示零的相反数，零的相反数是零，记为－0＝0。

从上面所说的可以知道，在一个数前面添上“－”(负)号，就表示这个数的相反数*。

例　$-(-0.5)=?$　　$-(+1.87)=?$　　$-0=?$

解　$-(-0.5)=0.5$

$-(+1.87)=-1.87$

$-0=0$

思考：a表示有理数，a的相反数$-a$是什么数？$-a$能是正数吗？

应该注意如果字母a表示有理数，$-a$也就一定代表有理数，a可以是正数、负数或零，那么a的相反数$-a$就可以是负数、正数或零。当a是负数时，$-a$就是正数。

2.绝对值

正负数是由表示相反方向的量的需要引进来的，有时对于这样有方向的量，只需考虑它的大小而不考虑它的方向，这就需要绝对值的概念。如汽车向东行驶了20公里和向西行驶35公里，把向东的方向规定为正，则向东行驶20公里就应该记为+20公里，向西行驶35公里就应该记为−35公里。如果只看汽车行驶的距离而不管行驶的方向，那么汽车行驶的距离就分别是20公里和35公里。

如图4，在数轴上表示+20的点和原点的距离就是它本身20，表示−35的点和原点的距离就是它的相反数35。下面

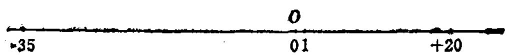

图 4

*注意在此处的“−”号代表取相反的数，这种规定是合理的．读者可以对照下面有理数的四则运算部分体会．