



执业资格考试丛书

一级注册结构工程师 基础考试复习教程

(第四版)

按《注册工程师(房屋结构)执业资格考试基础考试大纲》编写

同济大学 编

李国强 陈以一 王 从 主编

执业资格考试丛书

一级注册结构工程师基础考试 复 习 教 程

(第四版)

按《注册工程师(房屋结构)执业资格考试基础考试大纲》编写

同济大学 编

李国强 陈以一 王 从 主编

中国建筑工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

一级注册结构工程师基础考试复习教程/李国强, 陈以一, 王从主编. —4 版. —北京: 中国建筑工业出版社, 2006

(执业资格考试丛书)

ISBN 7-112-08180-7

I. 一… II. ①李…②陈…③王… III. 建筑结构-工程师-资格考核-自学参考资料 IV. TU3

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 011011 号

执业资格考试丛书
一级注册结构工程师基础考试
复 习 教 程

(第四版)

按《注册工程师 (房屋结构) 执业资格考试基础考试大纲》编写

同济大学 编

李国强 陈以一 王 从 主编

*

中国建筑工业出版社出版、发行 (北京西郊百万庄)

新华书店经销

北京市安泰印刷厂印刷

*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 87 $\frac{3}{4}$ 字数: 2135 千字

2005 年 4 月第四版 2006 年 3 月第十二次印刷

印数: 53501—59500 册 定价: 150.00 元

ISBN 7-112-08180-7

(14134)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

本社网址: <http://www.cabp.com.cn>

网上书店: <http://www.china-building.com.cn>

本书为一级注册结构工程师基础考试部分复习教程（第四版），是按新大纲及新规范编写而成，全书共分十九章，分别对注册结构工程师基础考试各科目进行简明扼要的介绍，既符合考试大纲所规定的深度和广度要求，又与当前教学内容相结合，是考生复习备考必需的复习资料。此次修订增加了自测题的数量，并对各别章节进行了调整、补充；根据新考纲要求，“工程经济”一章进行了重写；“计算机应用基础”一章重新改写。供考生复习时参考。

本书可指导、帮助参加结构工程师基础考试人员全面、系统地进行复习备考，也可供高校土建专业学生学习、参考。

* * *

责任编辑：王 跃 赵梦梅

责任设计：郑秋菊

责任校对：刘 梅 王金珠

第 四 版 前 言

本次版本是按照全国勘察设计注册工程师管理委员会 2003 年 5 月公布的《注册工程师（房屋结构）执业资格考试基础考试大纲》要求，对第三版教程作了以下改动：

一、为便于读者学习，本版次根据上、下午段的考试科目，将第七章土木工程材料与第十章计算机应用基础对调，这样一至九章是上午考试科目，十至十九章是下午考试科目；

二、根据新考纲要求对“工程经济”一章，进行了重写；

三、“计算机与数值方法”一章，按考试大纲规定改为“计算机应用基础”，删除了数值计算内容，并对计算机操作系统一节按 Windows 98 操作系统重新改写；

四、“土木工程材料”这一章，根据考试大纲要求，增加了木材、石材和黏土的内容；

五、“高等数学”及“职业法规”两章，略有修改；

六、根据读者要求，本版次增加了自测题的数量，总题量约为 580 余题。

七、本版本编写人员略有调整：

主编：李国强、陈以一、王从

第一章 邱伯驹 何迎晖

第二章 王少杰

第三章 施宪法

第四章 徐妙新 李 岚

第五章 周润玉

第六章 樊纪湘 方 平

第七章 苏小卒

第八章 唐九妹 石人珠

第九章 邢爱芳 邵颖红

第十章 朱伯钦

第十一章 颜德姮

第十二章 陈扬骥 陈以一

第十三章 范家骥

第十四章 胡中雄

第十五章 张 雄

第十六章 顾孝烈

第十七章 赵志缙 徐 伟 马锦明

第十八章 姚振纲

第十九章 何秀杰

主 编

第三版前言

本书第二版出版于 2003 年，但由于钢结构新规范的颁布，本书亦需随之相应修改。

在此次第三版中主要有以下改动：

一、钢结构一章根据新规范要求进行了重写；

二、为便于读者在学习后能进行自我检测，本次各章均增加了“自测题”一节，自测题数量均为考题量的一倍，或一倍以上，全书共增自测题 400 余道；

三、由于二版是新排本，三版时各章均进行了全面的校对，更正了一些错误。部分章节根据学科发展的情况，适当增、删、改了一些内容；

四、编写人员中，除钢结构一章改由陈扬骥、陈以一教授重写外，其余各章均无变化。

主 编

2004.2

第二版前言

本书第一版出版至今已有五年余，五年来我国建筑科学技术有了很大的进步，为适应需要，诸多学科的设计、施工规范均已作了修订，技术标准也有了许多调整，因此，本书一版中若干内容必须与时俱进地作相应的修改。

这次本书再版中，我们的修改主要在以下几方面：

文字上和符号上作了比较认真的校对和更正；

涉及有新规范、新标准的学科，均按新规范、新标准的要求，作了较多的改动，部分章节还进行了重写；

根据考纲，重新审阅了内容，各章均在字数上作了适量删减，以突出主要内容；

在主编和各章编写人员中，也进行了一些调整。

本次版本的主编是：李国强、陈以一、王从

各章的编写人员是：

第一章 邱伯驹 何迎晖

第二章 王少杰

第三章 施宪法

第四章 徐妙新 李 岚

第五章 周润玉

第六章 樊纪湘 方 平

第七章 张 雄

第八章 唐九妹 石人珠

第九章 邢爱芳 陈建国

第十章 苏小卒

第十一章 朱伯钦

第十二章 胡中雄

第十三章 顾孝烈

第十四章 颜德姮

第十五章 宗听聪 陈以一

第十六章 范家骥

第十七章 赵志缙 徐 伟 马锦明

第十八章 姚振纲

第十九章 何秀杰

主 编

2003年4月

第一版前言

实行注册结构工程师执业制度,是适应社会主义市场经济体制建立的需要,参照国际发达国家的作法,所进行的一项工程设计管理体制和人事管理体制的配套改革。注册结构工程师资格,必须经过全国统一考试取得。

一级注册结构工程师的考试分为基础考试和专业考试两个阶段。基础考试主要测试应考者是否掌握结构工程师必须具备的基础知识和专业理论,专业考试则侧重于实际工程设计能力。

为了配合全国一级注册结构工程师资格考试,建设部执业资格注册中心委托上海同济大学组织近三十名教授、副教授编写了这本教程。该书可指导、帮助参加基础考试人员按照考试大纲的要求,全面地、系统地进行复习备考,也可作为高等院校土建专业毕业生学习参考用书。

本教程的主编者是王从、颜德姮、干国华。各章分别由下列人员编写:

第一章 邱伯驹 骆承钦 何迎晖

第二章 王少杰

第三章 石振球

第四章 徐妙新 李 岚

第五章 周润玉

第六章 樊纪湘 方 平

第七章 张 雄

第八章 唐九妹 石人珠

第九章 邢爱芳 陈建国

第十章 苏小卒 陈以一

第十一章 朱伯钦

第十二章 胡中雄

第十三章 顾孝烈

第十四章 颜德姮 范家骥

第十五章 宗听聪

第十六章 范家骥

第十七章 赵志缙 徐 伟

第十八章 姚振纲

第十九章 何秀杰

建设部执业资格注册中心聘请孙芳垂、杨晓同志对教程进行了校审。

由于时间仓促、工作量大,在编写过程中难免有疏漏之处,敬请读者指正。

建设部执业资格注册中心

1997年4月3日

目 录

第一章 高等数学	1
第一节 空间解析几何	1
第二节 微分学	9
第三节 积分学	31
第四节 无穷级数	50
第五节 微分方程	58
第六节 概率与数理统计	64
第七节 向量分析	78
第八节 线性代数	81
第九节 自测题	100
第二章 普通物理	109
第一节 气体分子动理论	109
第二节 热力学基础	119
第三节 机械波	131
第四节 波动光学	139
第五节 自测题	156
第三章 普通化学	161
第一节 化学反应的基本规律	161
第二节 稀溶液的依数性	175
第三节 溶液中的酸碱平衡	177
第四节 多相离子平衡	183
第五节 氧化还原反应与电化学	185
第六节 原子结构和周期律	194
第七节 化学键、分子结构和晶体结构	203
第八节 有机化合物	208
第九节 有机高分子化合物	214
第十节 自测题	219
第四章 理论力学	222
第一节 静力学	222
第二节 运动学	241
第三节 动力学	259
第四节 自测题	298
第五章 材料力学	309

第一节	绪论	309
第二节	轴向拉伸与压缩	309
第三节	剪切	315
第四节	扭转	319
第五节	截面图形的几何性质	322
第六节	弯曲内力	326
第七节	弯曲应力	333
第八节	弯曲变形	338
第九节	应力状态分析和强度理论	343
第十节	组合变形	352
第十一节	压杆稳定	361
第十二节	自测题	366
第六章	流体力学	378
第一节	流体的主要物理性质	378
第二节	流体静力学	381
第三节	流体动力学	391
第四节	流动阻力和水头损失	404
第五节	孔口、管嘴出流,有压管道恒定流	416
第六节	明渠恒定均匀流	426
第七节	渗流	430
第八节	相似原理和量纲分析	435
第九节	流体运动参数的测量	441
第十节	自测题	444
第七章	计算机应用基础	450
第一节	计算机基础知识	450
第二节	Windows 操作系统	452
第三节	计算机程序设计语言	459
第四节	自测题	477
第八章	电工电子技术	482
第一节	电场与磁场	482
第二节	直流电路	486
第三节	正弦交流电路	492
第四节	RC 和 RL 电路的暂态过程	510
第五节	变压器与电动机	513
第六节	半导体二极管及整流、稳压电路	520
第七节	半导体三极管及基本放大电路	526
第八节	运算放大器	534
第九节	门电路和触发器	538
第十节	自测题	547

第九章 工程经济..... 553

第一节 现金流量构成与资金等值计算 553

第二节 投资经济效果评价方法和参数 567

第三节 不确定性分析 580

第四节 投资项目的财务评价 584

第五节 价值工程 604

第六节 自测题 615

附表 618

第十章 土木工程材料..... 630

第一节 建筑材料的基本性质 630

第二节 建筑钢材 639

第三节 气硬性无机胶凝材料 654

第四节 水泥 660

第五节 混凝土 674

第六节 沥青 698

第七节 木材 706

第八节 石材和黏土 706

第九节 自测题 708

第十一章 结构力学..... 711

第一节 平面体系的几何组成分析 711

第二节 静定结构受力分析和特性 714

第三节 静定结构位移计算 726

第四节 超静定结构的受力分析及特性 735

第五节 影响线 750

第六节 结构动力特性及动力反应 761

第七节 自测题 780

第十二章 土力学与地基基础..... 788

第一节 土的物理性质及工程分类 788

第二节 土中应力 798

第三节 地基变形 807

第四节 土的抗剪强度 819

第五节 土压力、地基承载力和边坡稳定 827

第六节 岩土工程勘察 842

第七节 浅基础 847

第八节 深基础 855

第九节 地基处理 863

第十节 自测题 869

第十三章 工程测量..... 873

第一节 工程测量基本概念 873

第二节	水准测量	879
第三节	角度测量	885
第四节	距离测量	893
第五节	测量误差基本知识	899
第六节	控制测量	903
第七节	地形图测绘	912
第八节	地形图应用	918
第九节	建筑工程测量	921
第十节	自测题	930
第十四章	钢筋混凝土结构	932
第一节	材料性能	932
第二节	基本计算原则	938
第三节	承载能力极限状态计算	943
第四节	正常使用极限状态验算	977
第五节	预应力混凝土	982
第六节	构造规定	1001
第七节	梁板结构	1002
第八节	单层厂房	1018
第九节	多层及高层房屋	1033
第十节	抗震设计要点	1062
第十一节	自测题	1072
第十五章	钢结构	1077
第一节	钢结构的材料	1077
第二节	钢结构的构件	1087
第三节	钢结构的连接	1105
第四节	钢屋盖	1121
第五节	自测题	1135
第十六章	砌体结构	1142
第一节	材料性能	1142
第二节	基本设计原则	1148
第三节	承载力	1150
第四节	混合结构设计	1172
第五节	房屋部件	1182
第六节	抗震设计要点	1198
第七节	自测题	1206
第十七章	土木工程施工与管理	1210
第一节	土石方工程	1210
第二节	桩基础工程	1218
第三节	混凝土工程与预应力混凝土工程	1221

第四节 砌体工程 1241
 第五节 结构吊装工程..... 1243
 第六节 屋面防水工程..... 1246
 第七节 装饰工程 1248
 第八节 项目管理规划..... 1252
 第九节 自测题 1270
 第十八章 结构试验 1272
 第一节 结构试验设计..... 1272
 第二节 结构试验的荷载设备和量测仪器 1280
 第三节 结构单调加载静力试验 1304
 第四节 结构低周反复加载静力试验 1316
 第五节 结构动力试验..... 1325
 第六节 结构非破损检测技术 1338
 第七节 结构模型试验..... 1348
 第八节 自测题 1355
 第十九章 职业法规 1358
 第一节 建设法规 1358
 第二节 技术标准规范体系 1371
 第三节 职业道德 1376
 第四节 自测题 1380
 附录 注册结构工程师（房屋结构）执业资格考试基础考试大纲 1383

第一章 高等数学

第一节 空间解析几何

一、向量代数

(一) 向量及其线性运算

既有大小又有方向的量,如位移、速度、力等这类量,称为向量,向量 a 的大小称为向量 a 的模,记作 $|a|$ 。

向量的加减法、向量与数的乘法统称为向量的线性运算。

向量 a 与向量 b 的和 $a+b$ 是一个向量 c ,利用平行四边形法则或三角形法则可得向量 c ,如图 1-1-1, 1-1-2 所示。

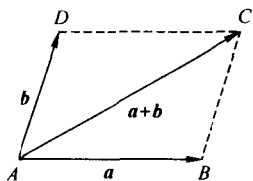


图 1-1-1

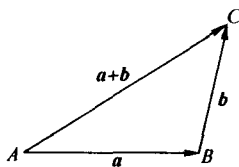


图 1-1-2

向量的加法符合下列运算规律:

①交换律 $a+b=b+a$

②结合律 $(a+b)+c=a+(b+c)$

向量 b 与向量 a 的差 $b-a$ 定义为向量 b 与 a 的负向量 $-a$ 的和,即

$$b-a=b+(-a)$$

由向量加法的三角形法则可知:

$$|a+b|\leq|a|+|b|, |a-b|\leq|a|+|b|$$

向量 a 与实数 λ 的积记作 λa ,它是一个向量,它的模

$$|\lambda a|=|\lambda||a|$$

它的方向当 $\lambda>0$ 时,与向量 a 相同;当 $\lambda<0$ 时,与向量 a 相反。

向量与数的乘积符合下列运算规律:

①结合律 $\lambda(\mu a)=\mu(\lambda a)=(\lambda\mu)a$

②分配律 $(\lambda+\mu)a=\lambda a+\mu a$

$$\lambda(a+b)=\lambda a+\lambda b$$

由向量与数的乘积的定义,可得以下定理:

定理 设向量 $a\neq 0$,那么,向量 b 与向量 a 平行的充分必要条件是:存在惟一的实数 λ ,使 $b=\lambda a$ 。

(二) 向量的坐标

设有空间直角坐标系 $O-xyz$, i, j, k 分别表示沿 x, y, z 轴正向的单位向量, $\vec{a} = \overrightarrow{M_1M_2}$ 是以 $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 为起点, $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 为终点的向量, 则向量 $\vec{a}$ 可表示为

$$\vec{a} = \overrightarrow{M_1M_2} = (x_2 - x_1)i + (y_2 - y_1)j + (z_2 - z_1)k$$

或

$$\vec{a} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1) \textcircled{*}$$

其中 $x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1$ 称为向量 $\vec{a}$ 的坐标。

利用向量的坐标, 可得向量的加法、减法以及向量与数的乘法运算如下:

设 $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z), \vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$

则

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (a_x - b_x, a_y - b_y, a_z - b_z)$$

$$\lambda \vec{a} = (\lambda a_x, \lambda a_y, \lambda a_z)$$

nonzero 向量 $\vec{a}$ 与三条坐标轴正向的夹角 α, β, γ 称为它的方向角。向量的模、方向角与坐标之间有如下关系:

$$a_x = |\vec{a}| \cos \alpha, a_y = |\vec{a}| \cos \beta, a_z = |\vec{a}| \cos \gamma$$

其中 $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ 称为向量 $\vec{a}$ 的方向余弦。

利用向量的坐标可得向量的模与方向余弦如下:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}, \cos \beta = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}, \cos \gamma = \frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$$

(三) 数量积 向量积

设向量 $\vec{a}$ 和向量 $\vec{b}$ 的夹角为 θ ($0 \leq \theta \leq \pi$), 向量 $\vec{a}$ 和向量 $\vec{b}$ 的数量积为一个数量, 记作 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, 其大小为 $|\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$, 即

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

向量 $\vec{a}$ 在轴 u 上的投影 (记作 $\text{Prj}_u \vec{a}$) 等于向量 $\vec{a}$ 的模乘以轴与向量 $\vec{a}$ 的夹角 φ 的余弦, 即

$$\text{Prj}_u \vec{a} = |\vec{a}| \cos \varphi$$

利用向量在轴上的投影, 可将数量积表为

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \text{Prj}_a \vec{b} = |\vec{b}| \text{Prj}_b \vec{a}$$

向量 $\vec{a}$ 和向量 $\vec{b}$ 的向量积为一个向量 $\vec{c}$, 记作 $\vec{a} \times \vec{b}$, 即 $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{c}$ 的模

$$|\vec{c}| = |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$$

$\vec{c}$ 的方向垂直于 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 所决定的平面, $\vec{c}$ 的指向按右手法则确定。

设向量 $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z), \vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$, 则

① 在高等数学第三版中, 记作 $a = |x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1|$, 现在按国家标准花括弧改成圆括弧。

$$\begin{aligned} \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} &= a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \\ \mathbf{a} \times \mathbf{b} &= (a_y b_z - a_z b_y, a_z b_x - a_x b_z, a_x b_y - a_y b_x) \end{aligned}$$

或

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

(四) 例题

【例 1-1-1】 设已知两点 $M_1(2, 2, \sqrt{2})$ 和 $M_2(1, 3, 0)$, 计算向量 $\overrightarrow{M_1 M_2}$ 的模、方向余弦和方向角。

【解】 $\overrightarrow{M_1 M_2} = (1-2, 3-2, 0-\sqrt{2}) = (-1, 1, -\sqrt{2})$

$$|\overrightarrow{M_1 M_2}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + (-\sqrt{2})^2} = 2$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{2}, \quad \cos \beta = \frac{1}{2}, \quad \cos \gamma = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{3}, \quad \beta = \frac{\pi}{3}, \quad \gamma = \frac{3\pi}{4}$$

【例 1-1-2】 设质量为 100kg 的物体从点 $M_1(3, 1, 8)$ 沿直线移动到点 $M_2(1, 4, 2)$ 。计算重力做功 (长度单位为 m, 重力方向为 z 轴负方向)。

【解】 重力 $\mathbf{P} = (0, 0, -mg) = (0, 0, -980)$,

位移向量 $\overrightarrow{M_1 M_2} = (-2, 3, -6)$ 。

按数量积的物理意义, 重力做功 W 即为向量 $\mathbf{P}$ 和向量 $\overrightarrow{M_1 M_2}$ 的数量积, 故

$$W = \mathbf{P} \cdot \overrightarrow{M_1 M_2} = (-980)(-6) = 5880 \text{ (J)}$$

【例 1-1-3】 已知三角形 ABC 的顶点是 $A(1, 2, 3)$, $B(3, 4, 5)$ 和 $C(2, 4, 7)$ 。求三角形 ABC 的面积。

【解】 根据向量积的定义, 可知三角形 ABC 的面积

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \sin \angle A = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}|$$

而
故

$$\overrightarrow{AB} = (2, 2, 2), \quad \overrightarrow{AC} = (1, 2, 4)$$

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 4\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |4\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 2\mathbf{k}| = \frac{1}{2} \sqrt{4^2 + (-6)^2 + 2^2} = \sqrt{14}$$

【例 1-1-4】 设 $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ 均为向量, 下列命题中错误的是

- (A) $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ 的充分必要条件是存在实数 λ , 使 $\mathbf{b} = \lambda \mathbf{a}$ 。
- (B) $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ 的充分必要条件是 $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0}$ 。
- (C) $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ 的充分必要条件是 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ 。
- (D) $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ 的充分必要条件是 $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{b}) = |\mathbf{a}|^2 - |\mathbf{b}|^2$ 。

【解】 命题 (A)、(B)、(C) 都是正确的, 而等式

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{b}) = |\mathbf{a}|^2 - |\mathbf{b}|^2,$$

根据向量的数量积的运算规律,对一般的向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 均成立。

因此这等式不能成为向量 $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$ 的充分必要条件,故应选 (D)。

二、平面

(一) 平面的方程

设平面 Π 过点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$, 它的一个法向量 $\boldsymbol{n} = (A, B, C)$, 则平面 Π 的方程为

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

此方程称为平面的点法式方程。

平面的一般方程为

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

其中 $\boldsymbol{n} = (A, B, C)$ 为该平面的法向量。

设一平面与 x 、 y 、 z 轴分别交于 $P(a, 0, 0)$ 、 $Q(0, b, 0)$ 和 $R(0, 0, c)$ 三点 (其中 $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$), 则该平面的方程为

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

此方程称为平面的截距式方程, a 、 b 、 c 依次称为平面在 x 、 y 、 z 轴上的截距。

对于一些特殊的三元一次方程, 应该熟悉它们的图形的特点。

如, 在方程 $Ax + By + Cz + D = 0$ 中, 当 $D = 0$ 时, 方程表示一个通过原点的平面; 当 $A = 0$ 时, 方程表示一个平行于 x 轴的平面; 当 $A = B = 0$ 时, 方程表示一个平行于 xOy 面的平面。类似地, 可得其他情形的结论。

(二) 两平面的夹角

两平面的法向量的夹角称为两平面的夹角 (通常指锐角)。设有平面 $\Pi_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ 和平面 $\Pi_2: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$, 则 Π_1 和 Π_2 的夹角 θ 由下式确定:

$$\cos \theta = \frac{|\boldsymbol{n}_1 \cdot \boldsymbol{n}_2|}{|\boldsymbol{n}_1| |\boldsymbol{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

由此可得

Π_1 与 Π_2 互相垂直相当于 $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$

Π_1 与 Π_2 平行相当于 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$

空间一点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ 到平面

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

的距离, 有以下公式:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

(三) 例题

【例 1-1-5】 求过三点 $M_1(2, -1, 4)$ 、 $M_2(-1, 3, -2)$ 和 $M_3(0, 2, 3)$ 的平面的方程。

【解】 先找出平面的法向量 $\boldsymbol{n}$, 可取 $\overrightarrow{M_1M_2} = (-3, 4, -6)$ 与 $\overrightarrow{M_1M_3} = (-2,$