1979

高考复习资料

数学

SHUXUE

（下）

江西人民出版社

高考复习资料

数　　学

（下　册）

一九七九年高考复习资料
数　学
（下　册）
江西省中小学教材编写组
·
江西人民出版社出版
（南昌百花洲3号）
江西新华印刷厂印刷　江西省新华书店发行
·
开本787×1092　1/32　印张12 7/8
1979年2月第1版　1979年2月第1次印刷
印数：1—100,000
书号：7110·556　　定价：1.02元

目　　录

代数复习题解答

复习题一……………………………………………………（1）
复习题二……………………………………………………（6）
复习题三……………………………………………………（15）
复习题四……………………………………………………（24）
复习题五……………………………………………………（52）
复习题六……………………………………………………（67）
复习题七……………………………………………………（82）
复习题八……………………………………………………（102）

平面几何复习题解答

复习题一……………………………………………………（121）
复习题二……………………………………………………（126）
复习题三……………………………………………………（152）

立体几何复习题解答

复习题一……………………………………………………（173）
复习题二……………………………………………………（195）
复习题三……………………………………………………（219）

三角复习题解答

复习题一……………………………………………………(237)
复习题二……………………………………………………(256)
复习题三……………………………………………………(276)
复习题四……………………………………………………(297)

平面解析几何复习题解答

复习题一……………………………………………………(321)
复习题二……………………………………………………(353)
复习题三……………………………………………………(386)

复 习 题 一

1　x 为何值时，$\frac{|x|}{x}$的值是1？是 -1？没有意义？

答：(1) 当$x>0$时，$\frac{|x|}{x}=1$；

(2) 当 $x<0$时，$\frac{|x|}{x}=-1$；

(3) 当 $x=0$时，$\frac{|x|}{x}$没有意义。

2　a为何值时，(1) a的相反数比a大？(2) a的相反数比a小？(3) a的相反数与a相等？

答：(1) 当a是负数时，a的相反数比a大；

(2) 当a是正数时，a的相反数比a小；

(3) a等于0时，a的相反数与a相等。

3　a为何值时，(1) a的倒数比a大？(2) a的倒数比a小？(3) a的倒数与a相等？(4) a没有倒数？

答：(1) 当$0<a<1$或$a<-1$时，a的倒数比a大；

(2) 当$-1<a<0$或$a>1$时，a的倒数比a小；

(3) 当$a=\pm1$时，a的倒数与a相等；

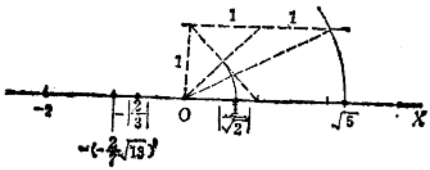
(4) 当$a=0$时，a没有倒数。

4　在数轴上把下列各数表示出来，并按从小到大的顺序

用不等号把它们连接起来：

$$\left|-\frac{1}{\sqrt{2}}\right|,\ -\left|\frac{2}{3}\right|,\ -2,\ 0,\ \sqrt{5},\ -\left(-\frac{2}{7}\sqrt{13}\right)^0.$$

解：



在数轴上表示题中各数的点如上图．并且

$$-2<-\left(-\frac{2}{7}\sqrt{13}\right)^0<-\left|\frac{2}{3}\right|<0<\left|-\frac{1}{\sqrt{2}}\right|<\sqrt{5}.$$

5 计算：

(1) $-\left|-\frac{2}{3}\right|-\left|-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right|-\left|\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right|-\left|-2\right|$；

(2) $5\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{6}{11}\right)+0.25-(-2)^3\div\left(-2\frac{2}{3}\right)^2$；

(3) $-1-[1-(1-0.5\times0.\dot{3})]\times[2-(-3)^2]$．

解：(1) 原式 $=-\frac{2}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-2$

$=-3$．

(2) 原式 $=-3+\frac{1}{4}+8\cdot\frac{9}{8^2}$

$=-3+\frac{1}{4}+1\frac{1}{8}=-1\frac{5}{8}$．

(3) 原式 $=-1-\left[1-\left(1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)\right]\times(2-9)$

$=-1-\frac{1}{6}\times(-7)$

$=\frac{1}{6}$．

6 在整数范围内，下列方程是否有解？为什么？

(1) $x-2=5$；　　(2) $x+5=2$；

(3) $3x+1=5$；　　(4) $5x-4=8-3x$；

(5) $5x+4=4$；　　(6) $4x-5=7$。

解：(1) 由原方程解得 $x=7$，7 是整数，

$\therefore$ 原方程在整数范围内有解。

(2) 由原方程解得 $x=-3$，-3 是整数，

$\therefore$ 原方程在整数范围内有解。

(3) 由原方程解得 $x=\frac{4}{3}$，$\frac{4}{3}$不是整数，

$\therefore$ 原方程在整数范围内无解。

(4) 由原方程解得 $x=\frac{3}{2}$，$\frac{3}{2}$不是整数，

$\therefore$ 原方程在整数范围内无解。

(5) 由原方程解得 $x=0$，0 是整数，

$\therefore$ 原方程在整数范围内有解。

(6) 由原方程解得 $x=3$，3是整数，

$\therefore$ 原方程在整数范围内有解。

7 在有理数范围内，下列方程是否有解？为什么？

(1) $5x+4=-3$；　　(2) $3x^2-2=0$；

(3) $4x^2-4x+1=0$；　　(4) $x^2+x-1=0$。

解：(1) 由原方程解得 $x=-\frac{7}{5}$，$-\frac{7}{5}$是有理数，

$\therefore$ 原方程在有理数的范围内有解。

(2) 由原方程解得 $x=\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$，$\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$不是有理数，

$\therefore$ 原方程在有理数的范围内无解。

(3) 由原方程解得 $x_1=x_2=\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$是有理数，

∴ 原方程在有理数的范围内有解。

(4) 由原方程解得 $x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$，$\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$不是有理数，

∴ 原方程在有理数的范围内无解。

8 在实数范围内，方程 $ax^2+b=0$（a、b 都是实数）何时有解？何时无解？

解：当 a、b 异号时，方程 $ax^2+b=0$ 在实数范围内有解.

当 $a\neq 0$，$b=0$ 时，这个方程在实数范围内也有解.

当 a、b 都为零时，方程 $ax^2+b=0$ 的解为任意实数.

当 a、b 同号时，方程 $ax^2+b=0$ 在实数范围内无解.

当 $a=0$，$b\neq 0$ 时，方程 $ax^2+b=0$ 无解.

9 试证，n 为自然数时，(1) 11^n-1 可被10整除；(2) n^3+5n 可以被 6 整除.

证明：(1) ∵ n 为自然数时，11^n 的个位是 1，

∴ 11^n-1 的个位是 0，即11^n-1 可被10整除.

(2) $n^3+5n=(n^3-n)+6n$

$=n(n+1)(n-1)+6n$.

∵ n 是自然数，

∴ $n(n+1)(n-1)$ 是三个连续自然数的乘积，必定可以被 6 整除，又 $6n$ 也可以被 6 整除，

∴ n^3+5n 可以被 6 整除.

10 试证：任意奇数的平方被 8 除必余 1．

证明：
$$(2n-1)^2=4n^2-4n+1$$
$$=4n(n-1)+1.$$

∵ n 是任意整数时，$n(n-1)$ 是两个连续整数的积，$n(n-1)$ 可被 2 整除，所以 $4n(n-1)$ 可以被 8 整除，

∴ 任意奇数的平方被 8 除必余 1．

11 证明连续三个自然数的立方和一定是 9 的倍数．

证明：设这连续的三个自然数依次为 $(x-1)$、x、$(x+1)$，其中 x 是大于 1 的自然数，则

$$(x-1)^3+x^3+(x+1)^3$$
$$=3x^3+6x$$
$$=3x(x^2+2)$$
$$=3x(x^2-1+3)$$
$$=3x(x-1)(x+1)+9x.$$

$x(x-1)(x+1)$是 6 的倍数，6 的倍数和 3 的乘积一定能被 9 整除，而后面一项也是 9 的倍数，所以连续三个自然数的立方和一定是 9 的倍数．

复 习 题 二

1 已知 $\sqrt{3a+1}+|b-1|=0$（a、b 为实数），求 $-a^3-b^{100}$ 的值．

解：∵ $\sqrt{3a+1}+|b-1|=0$，

∴ $\begin{cases}3a+1=0,\\ b-1=0.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-\dfrac{1}{3},\\ b=1.\end{cases}$

∴ $-a^3-b^{100}=-\left(-\dfrac{1}{3}\right)^3-1^{100}=\dfrac{1}{27}-1=-\dfrac{26}{27}$.

2 已知分式 $\dfrac{x^2-1}{(1+xy)^2-(x+y)^2}$，问在什么情况下：

(1) 有意义？(2) 为正值？(3) 为负值？(4) 能否等于 0？

解：(1) ∵ $(1+xy)^2-(x+y)^2$

$=(1+xy+x+y)(1+xy-x-y)$

$=[(1+x)+y(1+x)][y(x-1)-(x-1)]$

$=(x+1)(y+1)(x-1)(y-1)$，

∴ 当 $x\neq\pm1$，$y\neq\pm1$ 时，原分式有意义．

(2) ∵ $\dfrac{x^2-1}{(1+xy)^2-(x+y)^2}$

$=\dfrac{(x+1)(x-1)}{(x+1)(y+1)(x-1)(y-1)}$

$=\dfrac{1}{(y+1)(y-1)}$，

∴ 当$(y+1)(y-1)>0$，即$y<-1$或$y>1$时，原分式为正值．

(3) 当 $(y+1)(y-1)<0$时，$-1<y<1$，

∴ 当$-1<y<1$时，原分式为负值．

(4) 当原分式的分子$x^2-1=0$时，$x=\pm1$．这时分母的值也为0，将使原分式无意义，

∴ 原分式不可能等于0．

3 计算：

(1) $\{3x-[x-1-(2x+1)+3]-3\}+(x+1)$；

(2) $\left(\frac{3}{4}a^4b^7-0.5a^3b^8-\frac{1}{9}a^2b^6\right)\div\left(-\frac{1}{3}ab^3\right)^2$；

(3) $(x+y-z)^2+(x-y-z)(x+y-z)$；

(4) $(x-1)(x+1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)$．

解：(1) 原式$=\{3x-[x-1-2x-1+3]-3\}+(x+1)$

$$=[3x-(-x+1)-3]+x+1$$

$$=3x+x-1-3+x+1$$

$$=5x-3.$$

(2) 原式$=\left(\frac{3}{4}a^4b^7-0.5a^3b^8-\frac{1}{9}a^2b^6\right)\div\frac{1}{9}a^2b^6$

$$=\frac{27}{4}a^2b-\frac{9}{2}ab^2-1.$$

(3) 原式$=(x+y-z)[(x+y-z)+(x-y-z)]$

$$=(x+y-z)(2x-2z)$$

$$=2[(x-z)+y](x-z)$$

$$=2[(x-z)^2+y(x-z)]$$

$$=2x^2-4xz+2z^2+2xy-2yz.$$

或原式$=x^2+y^2+z^2+2xy-2xz-2yz$

$+[(x-z)-y][(x-z)+y)]$

$=x^2+y^2+z^2+2xy-2xz-2yz$

$+x^2-2xz+z^2-y^2$

$=2x^2+2z^2+2xy-4xz-2yz.$

(4) 原式$=[(x+1)(x^2-x+1)][(x-1)(x^2+x+1)]$

$=(x^3+1)(x^3-1)$

$=x^6-1.$

4　已知 $m+\dfrac{1}{m}=3$，求

(1) $m^2+\dfrac{1}{m^2}$；　　　(2) $m^3+\dfrac{1}{m^3}$.

解：(1) $m^2+\dfrac{1}{m^2}=\left(m+\dfrac{1}{m}\right)^2-2m\cdot\dfrac{1}{m}$

$=3^2-2=7.$

(2) $m^3+\dfrac{1}{m^3}=\left(m+\dfrac{1}{m}\right)^3-3m^2\cdot\dfrac{1}{m}-3m\cdot\dfrac{1}{m^2}$

$=\left(m+\dfrac{1}{m}\right)^3-3\left(m+\dfrac{1}{m}\right)$

$=3^3-3\cdot3=18.$

5　如果最简根式 $\sqrt[3a+2]{4a+3b}$ 和 $\sqrt[b+4]{2a-b+6}$ 是同类根式，求 a、b 的值。

解：根据同类根式的意义得

$\begin{cases}3a+2=b+4,\\4a+3b=2a-b+6.\end{cases}$　解得 $\begin{cases}a=1,\\b=1.\end{cases}$

∴　当 $a=1$、$b=1$ 时，

$\sqrt[3a+2]{4a+3b}$ 和 $\sqrt[b+4]{2a-b+6}$ 是同类根式.

6 计算：

(1) $\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}-\frac{2ab}{b^2-a^2}$；

(2) $\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-a)(b-c)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}$，

(3) $a-a\div\left\{\frac{a^2-b^2}{a^3+b^3}\left[\left(a-\frac{a^2+b^2}{b}\right)\div\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)\right]\right\}$，

(4) $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{6}}\left(\frac{24}{\sqrt{8}}-4\sqrt{1.25}\right)+\sqrt{1\frac{3}{5}}\div\sqrt{1\frac{1}{5}}$

$-2\sqrt{4.5}\times\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$；

(5) $\sqrt{4x^2-12x+9}-\sqrt{1-4x+4x^2}$；

(6) $\frac{1}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}$；

(7) $\frac{a+b+\sqrt{a^2-b^2}}{a+b-\sqrt{a^2-b^2}}$；

(8) $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}-\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$。

解：(1) 原式$=\frac{a(a+b)-b(a-b)+2ab}{(a+b)(a-b)}$

$=\frac{a^2+2ab+b^2}{(a+b)(a-b)}$

$=\frac{a+b}{a-b}$。

(2) 原式$=-\frac{1}{(a-b)(c-a)}-\frac{1}{(a-b)(b-c)}$

$-\frac{1}{(c-a)(b-c)}$

$=\frac{-(b-c)-(c-a)-(a-b)}{(a-b)\ (b-c)\ (c-a)}$

$=0$。

(3) 原式 $=a-a\div\left[\dfrac{a^2-b^2}{a^3+b^3}\cdot\dfrac{ab-a^2-b^2}{b}\div\dfrac{b-a}{ab}\right]$

$$=a-a\div\left[\frac{(a+b)(a-b)}{(a+b)(a^2-ab+b^2)}\right.$$

$$\left.\cdot\frac{-(a^2-ab+b^2)}{b}\cdot\frac{ab}{-(a-b)}\right]$$

$$=a-a\div a=a-1.$$

(4) 原式 $=8\cdot\sqrt{\dfrac{1}{2\times3}\times\dfrac{1}{2^3}}-\dfrac{4}{3}\sqrt{\dfrac{1}{6}\times\dfrac{5}{4}}+\sqrt{\dfrac{8}{5}\times\dfrac{5}{6}}$

$$-\frac{4}{3}\sqrt{\frac{9}{2}\times\frac{2}{3}}$$

$$=\frac{2}{3}\sqrt{3}-\frac{1}{9}\sqrt{30}+\frac{2}{3}\sqrt{3}-\frac{4}{3}\sqrt{3}$$

$$=-\frac{1}{9}\sqrt{30}.$$

(5) 原式 $=\sqrt{(2x-3)^2}-\sqrt{(1-2x)^2}$

$$=|2x-3|-|2x-1|$$

$$=\begin{cases}-(2x-3)+(2x-1)=2\left(x<\dfrac{1}{2}\right);\\[2ex]-(2x-3)-(2x-1)=4-4x\left(\dfrac{1}{2}\leqslant x<\dfrac{3}{2}\right);\\[2ex](2x-3)-(2x-1)=-2\left(x\geqslant\dfrac{3}{2}\right).\end{cases}$$

(6) 原式 $=\dfrac{\sqrt{3}+1+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+1-\sqrt{2})(\sqrt{3}+1+\sqrt{2})}$

$$=\frac{\sqrt{3}+1+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+1)^2-(\sqrt{2})^2}$$

$$=\frac{[(\sqrt{3}+1)+\sqrt{2}](\sqrt{3}-1)}{2(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$$

$$=\frac{2+\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}.$$

(7) 原式 $=\dfrac{\sqrt{a+b}\,(\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b})}{\sqrt{a+b}\,(\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b})}$

$$=\frac{(\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b})^2}{(\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b})(\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b})}$$

$$=\frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{b}.$$

(8) 设 $A=\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}-\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$，则

$$A^3=(\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7})^3-3\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}$$
$$\cdot\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}\,(\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}$$
$$-\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7})-(\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7})^3$$
$$=5\sqrt{2}+7-3\sqrt[3]{(5\sqrt{2}+7)(5\sqrt{2}-7)}$$
$$\cdot A-5\sqrt{2}+7$$
$$=14-3A.$$

$\therefore\quad A^3+3A-14=0,$

$A^3-8)+(3A-6)=0,$

$(A-2)(A^2+2A+4)+3(A-2)=0,$

$(A-2)(A^2+2A+7)=0.$

由 $A-2=0$ 得 $A=2$;

而 $A^2+2A+7=0$ 没有实数根.

$\therefore\quad \sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}-\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}=2.$

7 化简:

(1) $\sqrt{\sin^2 x-4\sin x+4}$;

(2) $\sqrt{(1-a)^2}+\sqrt{(a-7)^2}$，其中 $|a-3.5|<1.5$;

(3) $\sqrt{3+2\sqrt{5+12\sqrt{3+2\sqrt{2}}}}$;

(4) $\dfrac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^3+\dfrac{2x^2}{\sqrt{x}}+y\sqrt{y}}{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}+\dfrac{3\sqrt{xy}-3y}{x-y}$。

解：(1) 原式 $=\sqrt{(\sin x-2)^2}=2-\sin x$。

(2) 由 $|a-3.5|<1.5$ 得 $2<a<5$。

$\therefore$ 原式 $=|1-a|+|a-7|=a-1+7-a=6$。

(3) 原式 $=\sqrt{3+2\sqrt{5+12\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}}}$

$=\sqrt{3+2\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$

$=\sqrt{3+2\sqrt{9+2\sqrt{8\times 9}+8}}$

$=\sqrt{3+2\sqrt{(\sqrt{9}+\sqrt{8})^2}}$

$=\sqrt{3+2(3+\sqrt{8})}=\sqrt{9+2\sqrt{8}}$

$=\sqrt{(\sqrt{8}+1)^2}=\sqrt{8}+1=2\sqrt{2}+1$。

(4) 原式 $=\dfrac{x\sqrt{x}-3x\sqrt{y}+3\sqrt{x}\cdot y-y\sqrt{y}+2x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}$

$+\dfrac{3\sqrt{y}(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}$

$=\dfrac{3x\sqrt{x}-3x\sqrt{y}+3\sqrt{x}y}{(\sqrt{x})^3+(\sqrt{y})^3}+\dfrac{3\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

$=\dfrac{3\sqrt{x}(x-\sqrt{xy}+y)}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x-\sqrt{xy}+y)}$

$+\dfrac{3\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

$=\dfrac{3\sqrt{x}+3\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

$=3$。

8 试证：如果 $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}=0$，那么 $(a+b+c)^3=27abc$。