

# S & TR

CAEP - Report -  
EMS - 0001 (1994)

Science and Technology Report

纯剪应力状态下球穴附近应力集中问题的光弹性实验研究  
Photoelastic Experimental Investigation on the Stress  
Concentration Around Spherical Hole at the  
State of Pure Shear Stress

# 科技報告



China Academy of Engineering Physics

中国工程物理研究院

## 中国工程物理研究院科技系列报告

科技系列报告编辑部编辑

强激光与粒子束杂志社出版发行

(成都市 511 信箱 5 分箱, 610003)

中物院曙光印刷厂印刷

☆

开本 787×1092 1/16 · 印张 1/2

1994 年 12 月 第一版 · 1994 年 12 月 第一次印刷

(统) 新登字 2272      每册定价: 1.50 元

## 1 引

在  
影响其  
者的关  
在  
法的  
研究  
近应  
仅给  
衰  
在  
应

2

2



李志民:现在中国工程物理研究院结构力学研究所工作,实验力学工程师,一九八七年七月硕士毕业于江苏农学院应用数学专业。

Zhimin Li, Serving a Engineer of Experimental Mechanics in The Structural Mechanics Institute of China Academy of Engineering Physics, Was Graduated as Master From The Applied Mathematics speciality of Jiangsu Agricultural College in July, 1987 .

# 纯剪应力状态下球穴附近 应力集中问题的光弹性实验研究

李志民

(中国工程物理研究院结构力学研究所, 成都 521 信箱 610003)

**摘要** 用光弹性三维应力冻结切片法研究了纯剪应力状态下球穴附近应力集中问题, 包括在特定平面上的正应力  $\sigma$ 、剪应力  $\tau$  沿球穴边缘的分布及其沿空载轴方向的衰减规律。文中根据对实验数据的曲线拟合和假设测验等统计处理, 证明了实验与理论结果符合一致, 从而验证了理论计算的可靠性。同时, 还介绍了含球穴的三维光弹模型的尺寸确定、浇注工艺和实现纯剪应力状态及大面积均匀拉伸加载的方法。

**关键词** 光弹性实验 球穴附近应力集中 应力分析 统计测验

## 1 引言

在结构内部存在气泡、夹杂物等缺陷时, 由于缺陷附近的应力集中, 会严重影响其强度。因此, 在各种复杂应力状态下的应力集中问题, 一直受到结构设计者的关注。

在纯剪应力状态下球穴附近的应力集中问题, 文献 [1、2] 有弹性力学应力解法的结果。在金属材料抗氢脆强度研究中, 中国工程物理研究院结构力学研究所研究员韦日演又用弹性力学位移解法得到了一系列关于复杂应力状态下球穴附近应力集中的解答, 除一些新的结果外, 都与文献 [1、2] 一致。韦日演的解不仅给出了球穴表面应力分布和应力集中系数, 而且还有沿球穴远离方向的应力衰减规律。然而, 对这些三维问题解的实验验证, 至今未查到。本文的目的, 在于补此不足而应用光弹性三维应力冻结切片法, 研究纯剪应力状态下球穴附近应力集中, 以验证理论结果的可靠性。

## 2 实验方法

### 2.1 模型及其制作

实验模型是正中含一球穴的长方体。在确定模型尺寸时, 考虑了两个因素: 应力集中衰减梯度要求模型最小尺寸不小于三倍球穴直径; 实际载荷可能产生的不均匀性影响。实际制作、加工后的模型见图 1。

模型所用的环氧树脂与固化剂顺丁烯二酸酐的重量比为 100:30。

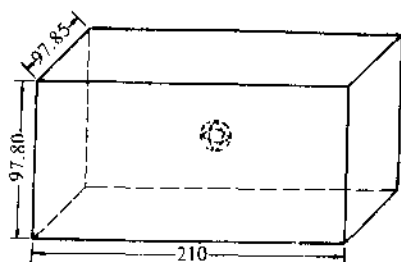


图 1 模型示意图

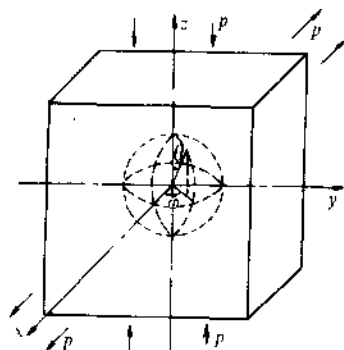


图 2 分析坐标系示意图

由于模型正中含有一规则球穴，并要求在端面较大面积上均匀受拉，故需对模型浇注工艺作精心选择。模具两端用均匀分布有36个M6螺纹孔的厚铝板作挡板，其余三面用涂有脱膜剂的玻璃作挡板，正上面敞开浇注材料用。球穴用空心硅橡胶球壳作模具，用细尼龙线固定在长方体模具正中，并使尼龙线不在拟要分析的截面上。先在铝板上浇出15mm厚的长方体，并在60℃下固化。最后浇出整个模型，60℃固化后升温至120℃固化。浇注出的模型表面再进行机械精加工。用这种方法制作的模型，大大减少了铝板与环氧树脂接触造成的固化初应力对模型内部的影响。球穴周围光滑无气泡。

## 2.2 加载、应力冻结和切片

建立图2所示的坐标系。沿x轴平行方向施加均匀对称的拉伸载荷  $\sigma_x^x = p = P_1/S_1$ ；沿z轴平行方向施加均匀对称的压载荷  $\sigma_z^z = -p = P_2/S_2$ 。其中， $P_1$ 、 $P_2$ 分别为拉、压外载荷， $S_1$ 、 $S_2$ 分别为拉、压载荷的作用面积， $p$ 为载荷密度。

应施加的外载荷估计为：

$$P_i = (n_{max} f / 2\delta) \{ (7 - 5\nu) / 15 (1 - \nu) \} S_i \quad (i=1, 2) \quad (1)$$

其中， $n_{max}$ 为设定的最高条纹级数， $\delta$ 为切片厚度， $\nu$ 为材料泊松比。

用模型两端的厚铝挡板作拉伸载荷夹具，拉伸载荷作用面积为模型的横截面积，即  $S_1 = 9.785 \times 9.780 = 95.70 \text{cm}^2$ 。压载荷夹具用尺寸为  $15 \times 9.785 \text{cm}^2$  的厚铝板，压载荷作用面积为  $S_2 = 146.78 \text{cm}^2$ ，取  $f = 0.33$  (9.81 N/cm级)， $\nu = 0.47$ ；设  $\delta = 0.1 \text{cm}$  时， $n_{max} = 1.5$  级；得到实验载荷为：

$$P_1 = 138.57 \times 9.81 \text{ N}, \quad P_2 = 212.80 \times 9.81 \text{ N}$$

在实验中，压载荷利用应力冻结箱内固有的精密杠杆来实现，拉伸载荷则由滑轮引出箱体用简易杠杆来实现。为了保证单位面积上的拉、压载荷密度相等，先施加拉伸载荷  $P_1$ ，然后根据其单位面积的载荷密度  $p$  施加压载荷  $P_2$ 。这样得到实际载荷为： $P_1 = 153.5 \times 9.81 \text{ N}$ 、 $P_2 = 235.5 \times 9.81 \text{ N}$ ， $p = 1.6040 \times 9.81 \text{ N/cm}^2$ 。

实验的加载系统如图3所示。压载荷的下部夹板置于支撑架上，上部夹板置于模型上。在上部夹板上的过渡部件与杠杆的加载杆之间用一钢球连接，以保证杠杆施加的压载荷垂直向下。由于拉伸夹板的表面粗糙并均匀分布36个M6螺纹孔，增加了它与模型材料的接触表面，可保证整个截面受拉均匀和完整。拉伸夹板用钢丝绳连接，一端固定在箱体侧面承力架上，一端连接一个监测拉伸载荷的中温拉力传感器后，经滑轮引出箱体，以简易杠杆实现拉伸载荷。在模型的支撑架上设置了一个微调装置，用以调整载荷使之始终处于水平方向。

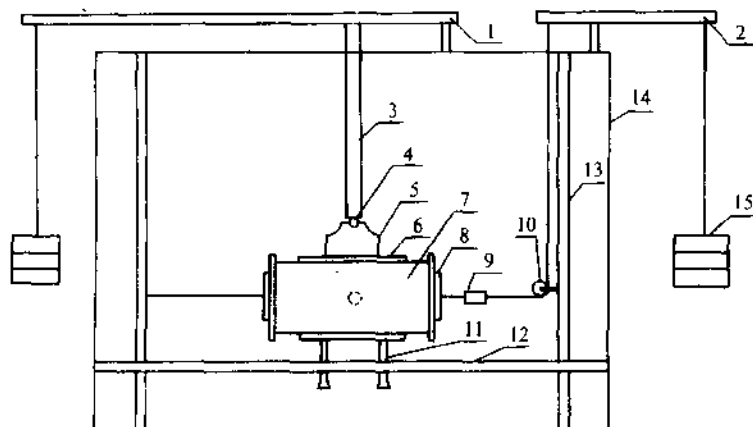


图3 加载系统示意图

1. 压缩加载杠杆；2. 拉伸加载杠杆；3. 加载支杆；4. 钢球；5. 过渡件；6. 压载荷夹板；  
7. 模型；8. 拉载荷夹板；9. 中温拉力传感器；10. 滑轮；11. 高度微调器；12. 支撑架；  
13. 承力架；14. 箱体；15. 砝码

根据模型厚度与加载前后保温时间的关系<sup>[3]</sup>，制定了图4所示的应力冻结温度—时间控制曲线。按此曲线可使模型热透和应力条纹出齐。

切片和测量方法，按常规光弹性试验方法<sup>[4]</sup>和检测理论应力分布要求进行。

### 3 理论计算结果

根据中物院市日演的理论计算，在本实验条件 ( $p=1.6040 \times 9.81 \text{ N/cm}^2$ ,  $\nu=0.47$ ) 下，应力分布如下。

在  $yo_z$  平面上，沿球穴边缘：

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta}(\theta) &= -p[15(1-\nu)/(7-5\nu)] + p[15/(7-5\nu)]\cos^2\theta \\ &= (-2.7423 + 5.1742\cos^2\theta) \times 9.81 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\phi}(\theta) &= -p[15(\nu-1)/(7-5\nu)] + p[15\nu/(7-5\nu)]\cos^2\theta \\ &= (2.7423 + 2.4319\cos^2\theta) \times 9.81 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \tau_{\theta\phi}(\theta) &= p[15(1-\nu)/(7-5\nu)] - p[15(1-\nu)/2(7-5\nu)]\cos^2\theta \\ &= (2.7423 - 1.3712\cos^2\theta) \times 9.81 \end{aligned} \quad (4)$$

在沿  $y$  轴 (空载轴) 方向上:

$$\begin{aligned} \sigma_x(R) &= p + p[5(1-2\nu)/(7-5\nu)](R_0/R)^3 + p[3/(7-5\nu)](R_0/R)^5 \\ &= [1.6040 + 0.1035(R_0/R)^3 + 1.0346(R_0/R)^5] \times 9.81 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \sigma_z(R) &= -p - p[5(1-2\nu)/(7-5\nu)](R_0/R)^3 - p[3/(7-5\nu)](R_0/R)^5 \\ &= [-1.6040 - 0.1035(R_0/R)^3 - 1.0346(R_0/R)^5] \times 9.81 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xz}(R) &= [\sigma_x(R) - \sigma_z(R)]/2 \\ &= [1.6040 + 0.1035(R_0/R)^3 + 1.0346(R_0/R)^5] \times 9.81 \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $R_0$  为球穴半径,  $R$  为  $y$  轴上各测点距球穴中心的距离。

显然, 剪应力  $\tau_{xz}$  的最大应力集中系数  $\alpha$ , 就是最大的  $\tau_{xz}$  值与  $p$  的比值, 即

$$\begin{aligned} \alpha &= (\tau_{xz})_{\max} / p \\ &= 2.7423 \times 9.81 / 1.6040 \times 9.81 \\ &= 1.7097 \end{aligned}$$

其位置在  $R=R_0$  处。

由公式 (2)~(4) 得出的理论值见表 1 与图 6~图 8 中的虚线; 由公式 (5)~(7) 得出的理论值见表 2 与图 9~图 11 中的虚线。

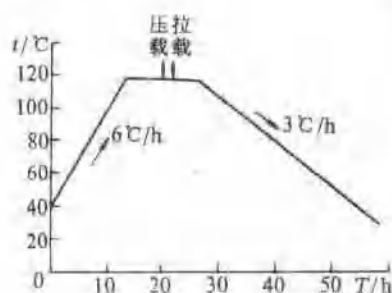


图 4 应力冻结温度-时间控制曲线

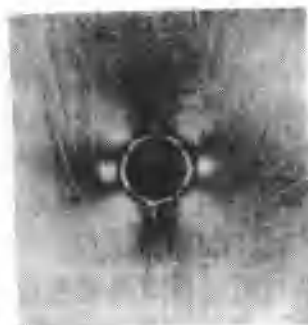


图 5  $yoz$  切片暗场等差线条纹图

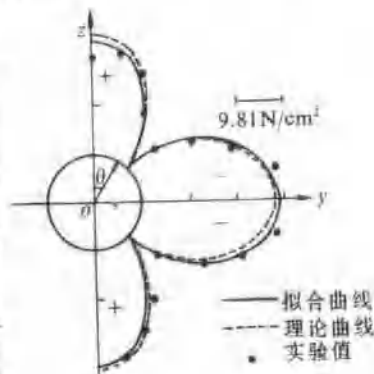


图 6  $\sigma_x$  沿球穴边缘的应力分布图

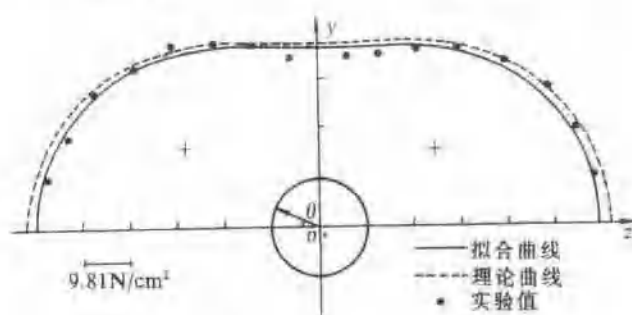


图 7  $\sigma_y$  测球穴边缘的应力分布图

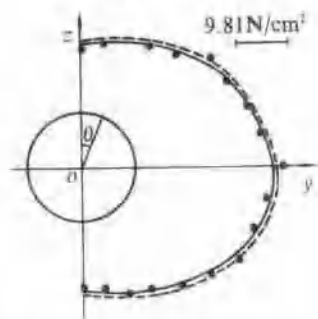


图 8  $\tau_{xz}$  沿球穴边缘的应力分布图

表 1 YOZ平面上应力沿球穴边缘的分布表

角度	$\sigma_y/9.81\text{N}\cdot\text{cm}^{-2}$			$\sigma_\phi/9.81\text{N}\cdot\text{cm}^{-2}$			$\tau_{y\phi}/9.81\text{N}\cdot\text{cm}^{-2}$		
	实验值	拟合值	理论值	实验值	拟合值	理论值	实验值	拟合值	理论值
0°	2.2753	2.3611	2.4319	4.8699	4.9847	5.1742	1.2973	1.3111	1.3711
10°	2.0487	2.2049	2.2759	4.8163	4.9136	5.1009	1.3838	1.3537	1.4124
20°	1.6308	1.7550	1.8266	4.5423	4.7090	4.8897	1.4558	1.4764	1.5315
30°	1.1101	1.0658	1.1384	4.4250	4.3959	4.5662	1.6575	1.6643	1.7139
40°	0.3158	0.2204	0.2940	4.0631	4.0108	4.1694	1.8737	1.8944	1.9376
50°	-0.6044	-0.6799	-0.6044	3.8309	3.6014	3.7471	2.2177	2.1402	2.1758
60°	-1.3138	-1.5248	-1.4488	3.3548	3.2168	3.3503	2.3343	2.3708	2.3995
70°	-2.0487	-2.2140	-2.1370	2.9404	2.9032	3.0268	2.4946	2.5587	2.5819
80°	-2.8021	-2.6639	-2.5863	2.5382	2.6986	2.8156	2.6644	2.6814	2.7010
90°	-2.9653	-2.8021	-2.7423	2.6867	2.6275	2.7423	2.8360	2.7240	2.7423
100°	-2.8202	-2.6639	-2.5863	2.5231	2.6986	2.8156	2.6717	2.6914	2.7010
110°	-2.2753	-2.2140	-2.1370	2.7256	2.9032	3.0268	2.5005	2.5587	2.5819
120°	-1.5230	-1.5248	-1.4488	3.1556	3.2168	3.3503	2.3393	2.3708	2.3995
130°	-0.6881	-0.6794	-0.6044	3.7423	3.6014	3.7471	2.2177	2.1402	2.1758
140°	0.3158	0.2204	0.2940	4.1289	4.0108	4.1694	1.9066	1.8944	1.9376
150°	1.2986	1.0658	1.1384	4.5747	4.3954	4.5662	1.6381	1.6643	1.7139
160°	1.7651	1.7550	1.8266	4.8199	4.7090	4.8897	1.5207	1.4764	1.5315
170°	2.2241	2.2049	2.2759	4.9167	4.9136	5.1009	1.3462	1.3537	1.4124
180°	2.2753	2.3611	2.4319	4.8362	4.9847	5.1742	1.2805	1.3111	1.3711

#### 4 实验结果

在完成应力冻结后，切出 $yo z$ 切片，其在圆偏振光暗场下的光弹条纹图见图5。从此图可见等差条纹分别对称于 $y$ 轴和 $z$ 轴。这正是同时施加相互垂直、载荷密度为 $p$ 的拉、压载荷所期望的结果，它表明纯剪应力状态得以正确实现。

进一步切出各类切片，在偏光显微镜下测出有关条纹级次和主应力方向的数据，按有关公式<sup>[4]</sup>计算出各类应力的测量值。其中 $\sigma_\theta$ 、 $\sigma_\phi$ 和 $\tau_{\theta\phi}$ 的测量值列于表1，其散点图分别用图6~图8中的小圆点表示； $\sigma_x$ 、 $\sigma_z$ 、 $\tau_{xz}$ 的测量值列于表2，其散点图分别用图9~图11中的小圆点表示。

关于 $\tau_{xz}$ 的最大应力集中系数 $\alpha$ ，由实验值和(8)式可得

$$\begin{aligned} \alpha &= (\tau_{xz})_{\max}/p \\ &= 2.8873 \times 9.81 / 1.6040 \times 9.81 \\ &= 1.8001 \end{aligned}$$

其位置在 $R=R_0$ 处。



表 2 应力沿Y轴方向的分布

测点距球心距 R/mm	$\sigma_x/9.81\text{N}\cdot\text{cm}^{-2}$			$\sigma_z/9.81\text{N}\cdot\text{cm}^{-2}$			$\tau_{xz}/9.81\text{N}\cdot\text{cm}^{-2}$		
	实验值	拟合值	理论值	实验值	拟合值	理论值	实验值	拟合值	理论值
7	2.8093	2.8393	2.7423	-2.9653	-2.9860	-2.7423	2.8873	2.9125	2.7423
8	2.3589	2.2779	2.2040	-2.4061	-2.3345	-2.2040	2.3825	2.3061	2.2040
9	1.9907	2.0019	1.9471	-1.9760	-2.0221	-1.9471	1.9834	2.0120	1.9471
10	1.8260	1.8536	1.8134	-1.8573	-1.8586	-1.8134	1.8417	1.8561	1.8134
11	1.7390	1.7681	1.7386	-1.7421	-1.7668	-1.7386	1.7406	1.7674	1.7386
12	1.7084	1.7159	1.6944	-1.6970	-1.6965	-1.6944	1.7027	1.7140	1.6944
13	1.6817	1.6824	1.6670	-1.6750	-1.6781	-1.6670	1.6784	1.6802	1.6670
14	1.6558	1.6600	1.6493	-1.6529	-1.6559	-1.6493	1.6544	1.6580	1.6493
15	1.6264	1.6446	1.6373	-1.6529	-1.6410	-1.6473	1.6397	1.6428	1.6373
16	1.6264	1.6336	1.6292	-1.6529	-1.6307	-1.6292	1.6397	1.6321	1.6292
17	1.6308	1.6296	1.6235	-1.6308	-1.6233	-1.6235	1.6308	1.6245	1.6235
18	1.6264	1.6256	1.6193	-1.6308	-1.6180	-1.6193	1.6286	1.6188	1.6193
19	1.6264	1.6151	1.6162	-1.6308	-1.6140	-1.6162	1.6286	1.6145	1.6162
20	1.6264	1.6115	1.6139	-1.6090	-1.6110	-1.6139	1.6177	1.6113	1.6139
21	1.6064	1.6088	1.6121	-1.6090	-1.6087	-1.6121	1.6077	1.6087	1.6121
22	1.6064	1.6066	1.6107	-1.6090	-1.6069	-1.6107	1.6077	1.6067	1.6107
23	1.6064	1.6048	1.6096	-1.6090	-1.6054	-1.6096	1.6077	1.6051	1.6096
24	1.6064	1.6033	1.6088	-1.6090	-1.6043	-1.6088	1.6077	1.6038	1.6088
25	1.6064	1.6021	1.6081	-1.6090	-1.6034	-1.6081	1.6077	1.6028	1.6081
26	1.6064	1.6012	1.6075	-1.5872	-1.6026	-1.6075	1.5968	1.6019	1.6075
27	1.6018	1.6003	1.6070	-1.5872	-1.6020	-1.6070	1.5945	1.6012	1.6070
28	1.6018	1.5996	1.6063	-1.5872	-1.6015	-1.6063	1.5945	1.6005	1.6063

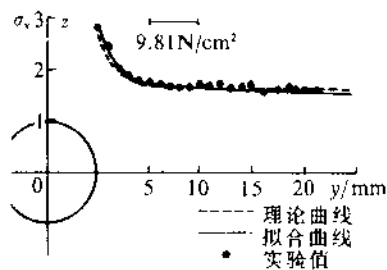


图 9  $\sigma_x$  沿 Y 轴的应力分布图

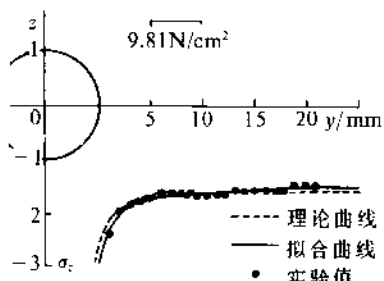


图 10  $\sigma_z$  沿 Y 轴的应力分布图

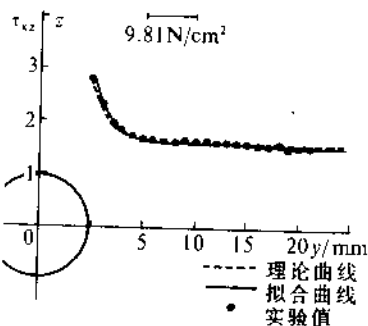


图 11  $\tau_{xz}$  沿 Y 轴的应力分布图

## 5 统计测验

从测量值和散点图可以直观地看出: 实验值与理论值是接近的, 但实验值与理论值仍存在着一定的差异, 其散点并不都在理论曲线上。这种差异究竟是由实验随机误差所致, 还是实验值与理论值确实存在一定的本质差异呢? 仅直观分析

是无法给予确切答复的。为此，下面我们根据概率统计学原理<sup>[5,6]</sup>，以理论方程为模型，从实验数据拟合出相应实验统计方程，然后用显著性假设测验（如  $t$  测验）检验实验方程与理论方程的一致性，来回答上述问题。

首先将理论方程线性化。对于 (2)~(4) 式，设  $X = \cos^2\theta$ ，并用  $\beta_{ij}$  ( $i=1, 2, 3; j=0, 1$ ) 代表其系数，对于 (5)~(7) 式，设  $X_1 = (R_0/R)^3$ ， $X_2 = (R_0/R)^5$ ，并用  $\gamma_{kl}$  ( $k=1, 2, 3; l=0, 1, 2$ ) 代表其系数。从而，(2)~(7) 式分别转换成：

$$\sigma_\theta(X) = \beta_{10} + \beta_{11}X \quad (9)$$

$$\sigma_\Phi(X) = \beta_{20} + \beta_{21}X \quad (10)$$

$$\tau_{\theta\Phi}(X) = \beta_{30} + \beta_{31}X \quad (11)$$

$$\sigma_x(X_1, X_2) = \gamma_{10} + \gamma_{11}X_1 + \gamma_{12}X_2 \quad (12)$$

$$\sigma_z(X_1, X_2) = \gamma_{20} + \gamma_{21}X_1 + \gamma_{22}X_2 \quad (13)$$

$$\tau_{xz}(X_1, X_2) = \gamma_{30} + \gamma_{31}X_1 + \gamma_{32}X_2 \quad (14)$$

在拟合实验方程时，用  $b_{ij}$  和  $g_{kl}$  分别表示  $\beta_{ij}$  和  $\gamma_{kl}$  的估计值。

然后，将  $b_{ij}$  与  $\beta_{ij}$ 、 $g_{kl}$  与  $\gamma_{kl}$  比较，作差异显著性测验。对  $b_{ij}$  设立无效假设  $H_0: b_{ij} = \beta_{ij}$ ，及备测假设  $H_A: b_{ij} \neq \beta_{ij}$ ；对  $g_{kl}$  设  $H_0: g_{kl} = \gamma_{kl}$ ， $H_A: g_{kl} \neq \gamma_{kl}$ ；则下述值：

$$t_{ij} = (b_{ij} - \beta_{ij}) / (S_b)_{ij} \quad (i=1, 2, 3; j=0, 1) \quad (15)$$

$$t'_{kl} = (g_{kl} - \gamma_{kl}) / (S_g)_{kl} \quad (k=1, 2, 3; l=0, 1, 2) \quad (16)$$

将遵从自由度为  $u = n - m - 1$  的  $t$  分布。其中， $(S_b)_{ij}$  和  $(S_g)_{kl}$  分别为  $b_{ij}$  和  $g_{kl}$  的标准误， $n$  为测点数， $m$  为变数个数。

当  $t_{ij}$  或  $t'_{kl} \leq t_{\alpha, u}$  ( $t_{\alpha, u}$  为自由度  $u$ 、概率水平  $\alpha = 0.05$  或  $\alpha = 0.01$  时的  $t$  分布临界值)，则接受  $H_0$ ，也就是说实验方程的  $b_{ij}$  或  $g_{kl}$  与相应理论方程的  $\beta_{ij}$  或  $\gamma_{kl}$  无显著差异。当一个实验方程所有系数与相应理论方程的系数均无显著差异时，这个实验方程则与相应理论方程是一致的，其差异仅为实验随机误差所致。反之，若  $t_{ij}$  或  $t'_{kl} > t_{\alpha, u}$  时，则拒绝  $H_0$  而接受  $H_A$ ，表明实验方程与相应理论方程有本质的差异。

实验数据的统计测验结果如下：(其中应力数据  $\bar{\sigma} = \sigma / 9.81$ ， $\sigma$  的单位为  $N/cm^2$ )。

(1) 关于  $\tilde{\sigma}_\theta$

$$\tilde{\sigma}_\theta(X) = -2.8201 + 5.1812X$$

$$(S_b)_{10}^2 = 2.63 \times 10^{-3}, \quad (S_b)_{11}^2 = 6.448 \times 10^{-3}$$

$t_{10} = 1.5175$ ， $t_{11} = 8.6722 \times 10^{-2}$ 。 $t_{10}$ 、 $t_{11}$  均小于  $t_{0.05, 17} = 2.110$ ，故接受  $H_0: b_{ij} = \beta_{ij}$  ( $j=0, 1$ )。

(2) 关于  $\tilde{\sigma}_\Phi$

$$\tilde{\sigma}_{\Phi}(X) = 2.6275 + 2.3572X$$

$$(S_b)_{20}^2 = 3.1284 \times 10^{-3}, (S_b)_{21}^2 = 7.6898 \times 10^{-3}$$

$t_{20} = 2.0522, t_{21} = 0.8524$ 。  $t_{20}, t_{21}$  均小于  $t_{0.05, 17} = 2.110$ ，故接受  $H_0: b_{2j} = \beta_{2j}$  ( $j=0, 1$ )。

(3) 关于  $\tilde{\tau}_{\theta\Phi}$

$$\tilde{\tau}_{\theta\Phi}(X) = 2.7240 - 1.4128X$$

$$(S_b)_{30}^2 = 3.7132 \times 10^{-4}, (S_b)_{31}^2 = 9.1036 \times 10^{-4}$$

$t_{30} = 0.9503, t_{31} = 1.3781$ 。  $t_{30}, t_{31}$  均小于  $t_{0.05, 17} = 2.110$ ，故接受  $H_0: b_{3j} = \beta_{3j}$  ( $j=0, 1$ )。

(4) 关于  $\tilde{\sigma}_x$

$$\tilde{\sigma}_x(X_1, X_2) = 1.5942 + 0.2869X_1 + 0.9582X_2$$

$$(S_g)_{10}^2 = 6.2892 \times 10^{-5}, (S_g)_{11}^2 = 7.7852 \times 10^{-3}, (S_g)_{12}^2 = 8.8217 \times 10^{-3}$$

$t'_{10} = 1.2417, t'_{11} = 2.0781, t'_{12} = 0.8139$ 。  $t'_{10}, t'_{11}, t'_{12}$  均小于  $t_{0.05, 19} = 2.0930$ ，故接受  $H_0: g_{1l} = \gamma_{1l}$  ( $l=0, 1, 2$ )。

(5) 关于  $\tilde{\sigma}_z$

$$\tilde{\sigma}_z(X_1, X_2) = -1.5978 - 0.1571X_1 - 1.2311X_2$$

$$(S_g)_{20}^2 = 6.4160 \times 10^{-5}, (S_g)_{21}^2 = 7.9421 \times 10^{-3}, (S_g)_{22}^2 = 8.9989 \times 10^{-3}$$

$t'_{20} = 0.7801, t'_{21} = 0.6009, t'_{22} = 2.0712$ 。  $t'_{20}, t'_{21}, t'_{22}$  均小于  $t_{0.05, 19} = 2.0930$ ，故接受  $H_0: g_{2l} = \gamma_{2l}$  ( $l=0, 1, 2$ )。

(6) 关于  $\tilde{\tau}_{xz}$

$$\tilde{\tau}_{xz}(X_1, X_2) = 1.5960 + 0.2221X_1 + 1.0944X_2$$

$$(S_g)_{30}^2 = 5.4960 \times 10^{-5}, (S_g)_{31}^2 = 6.8033 \times 10^{-3}, (S_g)_{32}^2 = 7.7086 \times 10^{-3}$$

$t'_{30} = 1.0854, t'_{31} = 1.4381, t'_{32} = 0.6819$ 。  $t'_{30}, t'_{31}, t'_{32}$  均小于  $t_{0.05, 19} = 2.0930$ ，故接受  $H_0: g_{3l} = \gamma_{3l}$  ( $l=0, 1, 2$ )。

从上述测验可见：应力  $\sigma_{\theta}, \sigma_{\Phi}, \tau_{\theta\Phi}, \sigma_x, \sigma_z$  和  $\tau_{xz}$  的实验方程的所有  $b_{ij}$  或  $g_{kl}$  与相应的  $\beta_{ij}$  或  $\gamma_{kl}$  均无显著差异，表明所有实验方程与相应理论方程是一致的，实验值与理论值的差异是由随机误差所致。

根据实验方程所得的拟合值见表 1 和表 2 的相应列，其拟合曲线分别见图 6 ~ 图 11 中的实线曲线。

## 6 结 论

根据上述光弹性实验和统计测验，证明了中物院韦日演的理论计算结果；关于纯剪应力状态下，应力  $\sigma_{\theta}, \sigma_{\Phi}, \tau_{\theta\Phi}$  沿球穴边缘的分布公式和应力  $\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}$  沿远离球穴方向的衰减公式是可靠的，这些公式可供结构设计者直接应用。

致 谢 在本研究工作中, 得到韦日演研究员和高飞高级工程师的指导与高春生工程师在实验面的帮助, 在此谨表谢意。

### 参考文献

- 1 西田正孝, 应力集中, 李安定等译, 北京: 机械工业出版社, 1986
- 2 LUR'E A I, Translated by Mevean D B. Three-Dimensional Problems of the Theory of Elasticity. Interscience Publishers, 1964
- 3 天津大学材料力学教研室编译, 光弹性力学译文集, 北京: 科学出版社, 1964
- 4 天津大学材料力学教研室, 光弹性原理及测试技术, 北京: 科学出版社, 1982
- 5 中国科学院计算中心概率统计组, 概率统计计算, 北京: 科学出版社, 1979
- 6 陈希儒, 近代实用回归分析, 南宁: 广西人民出版社, 1984

## PHOTOELASTIC EXPERIMENTAL INVESTIGATION ON THE STRESS CONCENTRATION AROUND SPHERICAL HOLE AT THE STATE OF PURE SHEAR STRESS

Li Zhimin

(*Institute of structural mechanics, CAEP, P.O. Box 521, Chengdu,  
Sichuan, 610003, China*)

**ABSTRACT** This paper describes the photoelastic investigation on the stress concentration around spherical hole at the state of pure shear stress, including the normal stress  $\sigma$  and shear stress  $\tau$  distributions around spherical hole and their declining rules along the non-loading axis, by three-dimensional photoelastic method. The curve-fitting and statistical hypotheses tests are used to deal with the experimental data, which shows that there are no significant differences between the experimental and theoretical stress distribution equations and then proves that the theoretical stress equations are reliable. The casting technology for three-dimensional epoxy model with a spherical hole and the method realizing the pure shear stress state and well-distributed tensile loading on a large section are presented also in this paper.

**KEY WORDS** photoelastic experiment, stress concentration, statistical test

科技报告

SCIENCE AND TECHNOLOGY REPORT

中国工程物理研究院

This series of science and technology reports is published by China Academy of Engineering Physics (CAEP) and issued worldwide to expand domestic and international exchanges of science and technology. Permission is granted to quote from the reports for nonprofit use. Contributors include those from CAEP and those who do research in CAEP. Reports in this series are divided into 7 catalogues:

MCSP— Mechanics and Condensed State Physics

NPPP— Nuclear Physics and Plasma Physics

EMS— Engineering and Material Science

EPE— Electronics and Photoelectronics

CCE— Chemistry and Chemical Engineering

CCM— Computer and Computational Mathematics

OT— Other.

Available to the public from the High Power Laser and Particle Beams Magazine Corporation, P.O.Box 511-5, Chengdu, China, 610003

0343  
C2