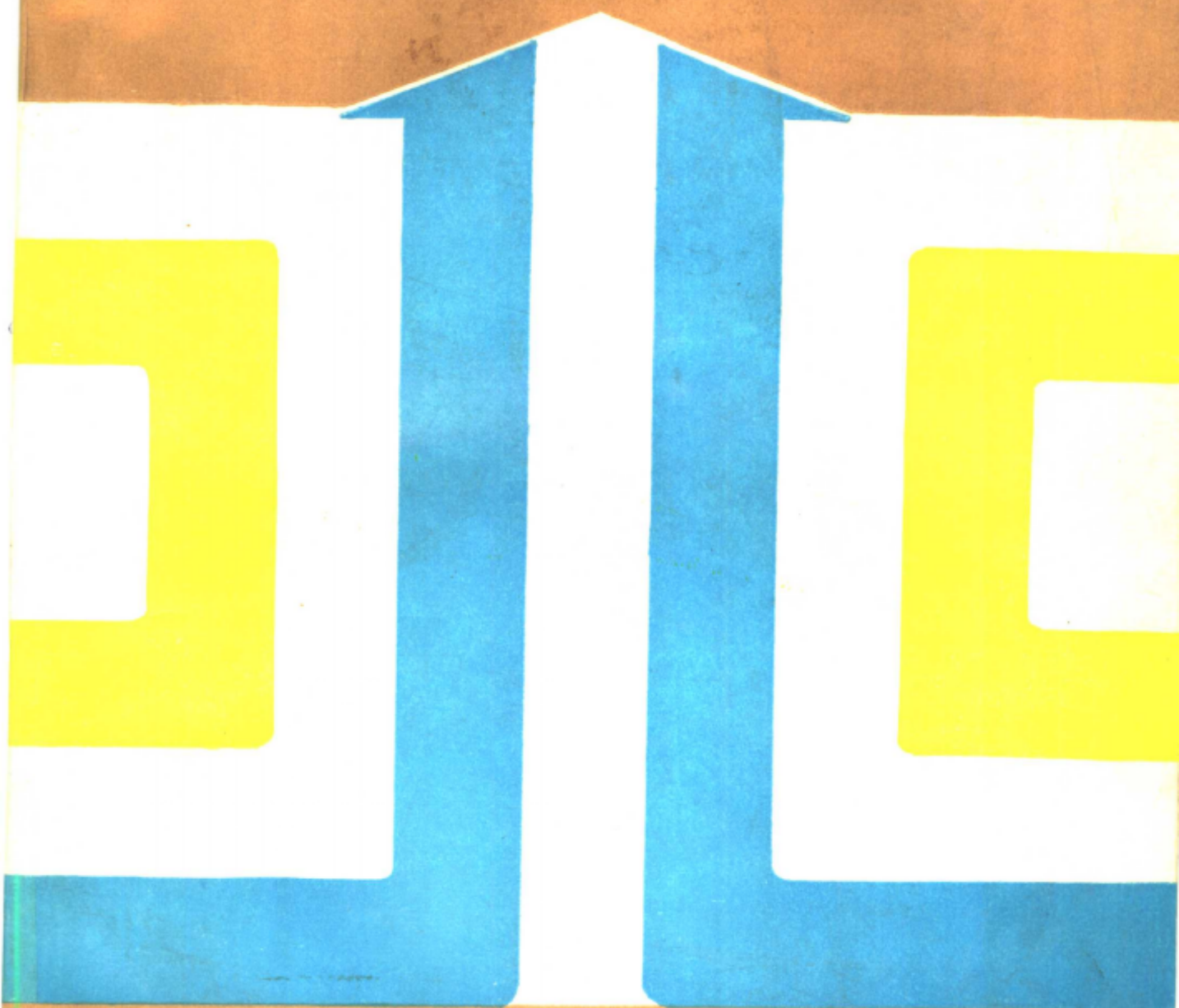


王尚毅 顾元桢 郭传镇 著

河口工程 泥沙数学模型



海洋出版社

河口工程泥沙数学模型

王 尚 毅
顾 元 桢 著
郭 传 镇

海 洋 出 版 社

1990年·北京

内 容 简 介

本书以冲积河流动力学规律为基础,针对河口动力因素的特点,提出解决河口泥沙工程问题的数学模型的理论体系和各种计算模式。

全书共分十章。第一章为绪论,简述了河口的定义及数学模型试验在解决和研究河口工程泥沙问题中的作用;第二章、第三章为水力模型的基本概念和理论,介绍了近代国内外的常用计算格式;第四章至第八章为泥沙计算的基本概念和理论以及一些相应的验证资料;第九章为模型理论和三种模型试验方法的介绍;第十章为模型试验方法的应用,综述了三种方法的特点和相互之间的联系以及解决实际河口工程泥沙问题的具体步骤和范例。

本书可供从事河口海岸工程和其他有关专业人员,以及大专院校师生参考。

责任编辑 赵士青

责任校对 刘兴昌

河口工程泥沙数学模型

王尚毅 顾元桢 郭传镇 著

*

海洋出版社出版(北京市复兴门外大街1号)

新华书店北京发行所发行 国防科委印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 16.625 字数: 400千字

1990年5月第一版 1990年5月第一次印刷

印数: 1—1000

ISBN 7-5027-0569-4/TV·10 ¥: 8.50元

前 言

泥沙数学模型是计算数学、水力学和泥沙学综合起来的一门新兴的边缘性学科,随着海岸带资源开发利用和电子计算机技术的发展普及,使我们有必要和可能采用河口泥沙数学模型试验来解决工程中的泥沙问题。

本书综合介绍作者所提出的河口工程泥沙的数学模型。全书计分十章。第一章为绪论,简述了河口的定义及数学模型试验在解决和研究河口工程泥沙问题中的作用。第二章为明渠非恒定流的数值解,着重论述了一维非恒定流的特征理论、近代国内外常用计算格式,并对二维水流的计算问题作了概括性的介绍。第三章为具有岔道支流的明渠非恒定流的计算,综述了现行一些计算方法的基本思想,应用不等距差分格式并结合司托克分岔条件,构造了一种连续计算格式。第四章为细颗粒泥沙。提出细颗粒泥沙在静水中沉降和水流中起动的流体力学的涵义,并考虑结合工程应用的一些已有习惯,给出了计算细颗粒泥沙粒径的标准。第五章为浑水的特性,讨论了细颗粒泥沙在分散体系和集成体系中,组合静水沉速的计量标准,从絮凝作用的影响出发,分析解释了细颗粒泥沙在静水中沉降的一般规律,最后讨论了在各种条件下沉速计算的参考公式。第六章为冲积河流河床的稳定性条件及其计算,介绍了作者提出的河床抗冲引力的普遍规律,并进一步论述了塑性床面与固性床面的不冲引力与不淤引力理论和计算方法。最后列举了一些资料的验证结果。第七章为泥沙有效悬浮功原理及其应用,采用“势能速度”概念,解释了泥沙有效悬浮功原理,进一步提出了解决挟沙明流中“流速分布”、“造床质与非造床质”以及“流移质”等项课题的存在问题和研究成果。第八章为明渠水流的挟沙能力,阐明了水流的挟沙能力系指水流对泥沙的“运载”能力,并提出了运载能力的确定方法,修正了E.W.Lane和A.A.Kalinske的研究成果,以及H.A.Einstein的床面层厚度的规定,并对所得成果进行了初步验证。第九章介绍了模型试验的三种方法及其系统的理论依据。第十章为模型试验方法的应用,给出解决实际河口工程泥沙问题的具体步骤和实例。

本书由王尚毅、顾元棣、郭传镇三人合著。第二章至第三章由顾元棣主要执笔,第十章由郭传镇主要执笔,其余各章由王尚毅主要执笔。郭传镇还负责各章节的制图工作,全书最后由王尚毅统一修改定稿。

本书由国家海洋局梁其荀总工程师,浙江省河口海岸研究所李光炳高级工程师以及南京水利科学院刘家驹等高级工程师审阅,并提出许多宝贵意见。大连工学院邱大洪教授对本书的编写和出版工作给予关怀和支持。谨此一并表示衷心感谢。

由于工程泥沙数学模型是一门综合边缘性学科,许多问题均处于探索发展过程中,因此书中难免有不妥之处,恳请读者予以批评指正。

本书可作水力学及河流动力学、海岸工程学、地质、地理等有关专业的大学生和研究生的教材和教学参考书,亦可作为与上述专业有关的设计、科研和教学人员的参考书。

目 录

第一章 绪论	(1)
1.1 河口及河口泥沙问题	(1)
1.1.1 河口	(1)
1.1.2 河口工程泥沙问题	(1)
1.1.3 一维河口泥沙问题分析	(2)
1.2 数学模型及数学模型试验	(3)
第二章 明渠非恒定流的数值解	(5)
2.1 导论	(5)
2.2 明渠非恒定流的基本方程组及特征理论	(6)
2.2.1 明渠非恒定流的基本方程组	(6)
2.2.2 水力学方程组的特征理论	(7)
2.3 特征线方法	(14)
2.3.1 特征网格法	(17)
2.3.2 哈屈利 (Hartree) 方法	(22)
2.3.3 司托克 (Stoker) 方法	(25)
2.3.4 二维流的特征线法	(26)
2.4 差分方法	(29)
2.4.1 显式格式	(35)
2.4.2 隐式格式	(47)
2.5 数值解中的几个问题	(70)
2.5.1 稳定性准则	(71)
2.5.2 收敛准则	(72)
2.5.3 精度准则	(73)
2.5.4 效率和方便的问题	(73)
第三章 具有岔道支流的明渠非恒定流的计算	(77)
3.1 非恒定流方程组的不等距偏心插值特征线格式	(77)
3.1.1 等距偏心插值特征线格式	(77)
3.1.2 不等距偏心插值特征线格式	(79)
3.2 不等距差分法用于具有分岔支流河道的非恒定流计算	(81)
3.3 计算中的一些实际资料的处理	(83)
3.3.1 断面模化	(83)
3.3.2 水流的边界条件	(84)
3.3.3 计算中的调试系数	(84)
3.4 实际计算例子	(85)
3.4.1 纵向断面的划分	(85)
3.4.2 间距和时间步长	(86)

3.4.3	边值	(86)
3.4.4	岔道支流	(86)
3.4.5	调试系数	(86)
3.4.6	计算结果说明	(86)
3.4.7	计算框图	(86)
3.4.8	测站的计算和实测水位, 流量过程线	(87)
第四章	细颗粒泥沙	(90)
4.1	单一颗粒泥沙在静水中的沉降运动	(90)
4.1.1	单一颗粒泥沙的静水沉速	(90)
4.1.2	单一颗粒泥沙在静水沉降中的临界粒径	(91)
4.2	散粒体泥沙的起动	(91)
4.2.1	散粒体泥沙的起动规律	(91)
4.2.2	散粒体泥沙在起动中的临界粒径	(92)
4.3	细颗粒泥沙的界说	(93)
4.3.1	细颗粒泥沙在流体力学上的含义	(93)
4.3.2	细颗粒泥沙的粒径大小	(93)
4.4	泥沙的命名与分类	(94)
第五章	浑水的特性	(96)
5.1	浑水的粘滞性系数的计算	(96)
5.1.1	非牛顿流体——浑水	(96)
5.1.2	μ 值的计算公式	(96)
5.2	浑水的极限含沙浓度	(97)
5.2.1	淤泥的结构及其最大孔隙率 ε_m	(97)
5.2.2	浑水的最高含沙浓度 C_m	(99)
5.3	单一颗粒泥沙的静水沉速(数值资料)	(100)
5.4	细颗粒泥沙在静水中的群体沉降运动	(101)
5.4.1	细颗粒泥沙组合静水沉速的计量标准	(101)
5.4.2	影响细颗粒泥沙静水沉降的一些因素	(102)
5.4.3	细颗粒泥沙静水沉降一般规律的分析	(106)
第六章	泥质冲积河流河床的稳定性条件及其计算	(111)
6.1	河床	(111)
6.2	床面的抗冲引力	(112)
6.2.1	固性床面泥沙起动规律	(112)
6.2.2	泥沙起动规律的延伸	(114)
6.2.3	固性床面泥沙起动规律总结	(116)
6.2.4	塑性床面的抗冲引力	(117)
6.3	床面的不冲条件	(119)
6.3.1	固性床面的不冲引力	(119)
6.3.2	塑性床面的不冲引力	(120)
6.4	床面的不淤条件	(120)
6.4.1	水槽试验资料的分析	(120)

6.4.2	床面的不淤引力	(122)
6.5	冲积河流河床的稳定性指标	(122)
6.5.1	河床的最小活动性原理	(122)
6.5.2	河床的稳定性指标	(122)
6.6	一些实测资料的验证	(123)
6.6.1	黄河的渠系资料	(123)
6.6.2	黄河下游某站资料	(123)
6.6.3	黄河下游某测段资料	(124)
6.6.4	黄河“揭底冲刷”资料	(124)
6.6.5	长江中下游资料	(126)
第七章	泥沙有效悬浮功原理及其应用	(131)
7.1	引言	(131)
7.2	基本概念	(131)
7.3	初步应用	(132)
7.3.1	原理的近似计算	(132)
7.3.2	挟沙明流中流速的分布公式	(133)
7.3.3	造床质与非造床质	(139)
7.3.4	挟沙明流中流移质运动	(143)
7.3.5	高含沙明渠水流中挟沙能力规律问题的初步认识	(144)
7.3.6	黄河“揭底冲刷”问题的分析	(145)
7.3.7	美国Rio Puerco河流泥沙问题的分析	(146)
7.4	结语	(147)
第八章	明渠水流的挟沙能力	(149)
8.1	恒定均匀明流中的流速分布公式	(149)
8.1.1	清水明流中流速分布公式	(149)
8.1.2	挟沙明流中的流速分布公式	(150)
8.2	挟沙明流中的床面层	(151)
8.2.1	床面	(151)
8.2.2	床面层的厚度	(151)
8.3	含沙量分布公式	(152)
8.3.1	造床质与非造床质	(152)
8.3.2	E.W.Lane和A.A.Kalinske理论	(153)
8.3.3	E.W.Lane和A.A.Kalinske理论的修正	(154)
8.3.4	含沙量分布计算	(155)
8.4	水流挟沙能力	(158)
8.4.1	悬移质输沙率积分	(158)
8.4.2	底沙输沙率的计算公式	(160)
8.4.3	总输沙率公式	(161)
8.4.4	水流挟沙能力公式	(161)
8.4.5	公式的初步验证(示例)	(162)
8.5	非恒定非均匀水流的挟沙能力	(165)

8.5.1	圣维南的水流运动方程式	(165)
8.5.2	泥沙的“运载”因素概念	(166)
8.5.3	挟沙能力公式	(166)
8.5.4	波浪作用下水流的挟沙能力计算问题	(167)
第九章	数学模型试验及其理论基础	(169)
9.1	基本方程式	(169)
9.1.1	工程问题的分析	(169)
9.1.2	主要方程组	(169)
9.1.3	辅助方程组	(170)
9.1.4	床面稳定边界条件	(170)
9.2	计算框图	(172)
9.3	两个调试系数	(172)
9.3.1	水力调试系数 A_*	(172)
9.3.2	泥沙调试系数 A_s	(173)
9.4	三种模型试验方法	(173)
9.4.1	理论模型试验方法	(174)
9.4.2	变通模型试验方法 (I)	(174)
9.4.3	变通模型试验方法 (II)	(175)
第十章	泥沙数学模型的应用	(177)
10.1	泥沙数学模型的应用框图	(177)
10.2	曹娥江泥沙有关问题的分析计算	(177)
10.2.1	水力分段及断面模化	(178)
10.2.2	计算时间步长的确定	(179)
10.2.3	模型试验方法的选择	(179)
10.2.4	模型的调试与验证	(180)
10.3	甬江泥沙有关问题的分析计算	(185)
10.3.1	水力分段及断面模化	(186)
10.3.2	挟沙性质分析	(186)
10.3.3	计算时间步长	(187)
10.3.4	模型的调试与验证	(187)
10.4	清河河口工程泥沙数学模型试验	(189)
10.4.1	概述	(189)
10.4.2	水力分段及断面模化	(190)
10.4.3	模型试验方法的选择	(192)
10.4.4	模型的建立过程	(193)
10.4.5	工程泥沙问题的预报	(200)
10.5	某港工程泥沙问题的分析研究	(215)
10.5.1	某港泥沙回淤问题及其研究方法	(215)
10.5.2	某港BB断面以里泥沙回淤量的估算与验证	(222)
10.5.3	某港AA断面以里泥沙回淤量的估算与验证	(226)
10.5.4	堵塞北堤缺口工程泥沙效益的估算	(232)

10.5.5	某港延伸防波堤后入港泥沙回淤量的估算	(233)
10.5.6	某港合理化港域面积的探讨	(236)
10.6	永定新河泥沙淤积问题分析	(237)
10.6.1	问题的提出及其研究方法	(237)
10.6.2	永定新河河床淤积临界断面位置的分析	(239)
10.6.3	永定新河泥沙回淤数量的估算	(242)
10.7	大港电厂引海水冷却渠系泥沙数学模型解析	(244)
10.7.1	工程泥沙问题	(244)
10.7.2	进排水渠泥沙问题解析	(244)
10.7.4	工程运用问题分析	(251)
10.8	广东省汕头港冷库港池泥沙回淤过程的估算与验证	(252)
10.8.1	港池冲淤过程的一般分析	(252)
10.8.2	汕头渔港“冷库”港池泥沙回淤过程分析	(253)
附 录		(256)

第一章 绪 论

1.1 河口及河口泥沙问题

1.1.1 河 口^[1,2]

广义的河口系指河流与受水体相衔接的区域。由于海洋、湖泊、水库和河流等受水体的不同,可将河口区分为入海河口、支流河口和入库、入湖河口等。甚至内陆河的干旱三角洲亦属河口范畴;狭义河口多指入海河口而言。这是因为支流河口和入库河口,习惯上均被列入河床演变和水库问题的研究范畴。

河口的范围一般应包括受水体影响的河段和受河流影响的受水体的全部区域。对于入海河口而言,河流与海洋相互影响的过渡地区,均应属于河口范围。

综合考虑河口的动力因素、水文特性、冲淤变化规律和河口的平面形态对入海河口影响的差异,可将河口划分“河流近口段”、“河流河口段”和“口外滨海”三大部分。河流近口段与河流河口段的界点,可依据喇叭口的起点,尾闾河段扇面的轴点或网河主要分叉点作为标志。口外滨海区则为河口沙滩到参与造床活动的陆相或海相泥沙所涉及的海岸带部分。

1.1.2 河口工程泥沙问题

我国海岸线长达一万二千多公里,江河很多,北起鸭绿江、辽河、海河、黄河,中部的长江、钱塘江、闽江,直至南部的韩江、珠江等有大中型入海河流数十条。各河口均存在着不同程度的泥沙问题,特别是随着我国经济建设事业的发展,对河口治理提出一系列的新课题。诸如河口航深的改善和维持、河口海涂的围垦、河口港的扩建、河口三角洲的整治、河口建闸以及渔业和石油的开发等等。这些都会导致严重的河口泥沙问题。

我国各河口基本上都处在潮汐动力不平衡的作用之下,落潮动力较涨潮为弱,加之迳流往往不能平衡落潮动力的不足,因此多数河口在天然条件下,都存在着不同程度的泥沙淤积问题,尤其是河口建闸之后,加剧了涨潮落潮动力因素的对比差异,致使泥沙淤积问题更为严重。

辽河河口建闸后河床形态变化剧烈^[3]。辽河六间房以下河口段河道系人工改造所形成,至今不过百年历史。建闸前尚未发育完全,主槽下切加宽,滩地淤积,河道横向演变剧烈。建闸后,加剧了闸下河床的演变。拦河闸至北坨岗河段,主槽大幅度淤积,水面宽度缩窄,河底抬高,纵比降变陡,宽深比加大,滩槽高差减小。主槽过水面积由 $664^{+2}-2615\text{m}^2$ 演变为 $378-1527\text{m}^2$,平均过水面积缩小48.4%;主槽水面宽由 $270-980\text{m}$ 演变为 $150-740\text{m}$,平均缩窄107m;最低河底抬高 $0.83-8.58\text{m}$,平均淤高4.13m;淤积趋势由上而下递减。纵比降由0.062‰演变为0.108‰;宽深比由 $2.28-15.37$ 演变为 $4.40-17.6$;滩槽高差由

4.06—11.48m演变为2.90—6.70m。北坨岗至河口河段，水面宽度缩窄，河底冲深，主槽过水面积缩小，纵比降变陡，宽深化缩小，滩槽高差加大。主槽水面宽由550—1300m演变为334—1035m，平均缩窄216m；河床冲深1.06—2.13m，平均冲深1.18m；主槽过水面积由2217—4721m²演变为1917—3525m²，平均缩小19.3%；纵比降由0.029‰演变为0.191‰；宽深比由5.08—9.93演变为3.10—9.40；滩槽高差由5.10—8.78m演变为5.78—10.91m。

泥沙淤积量，依据1965年、1980年两次实测断面资料推算，闸下49.17km的河段共淤积38994×10³m³。各河段淤积量及淤积强度见表1-1。

表1-1 1965—1980年闸下各河段淤积量及淤积强度对比结果

河 段	闸址—陆家 L51—L33	陆家—绕阳河口 L33—L17	绕阳河口—北坨岗 L17—L12	北坨岗—孙家流子 L12—L3	闸址—孙家流子 L51—L3
河段长度 (km)	11.94	19.62	5.74	11.87	49.17
淤积量 (×10 ⁴ m ³)	660.0	1776.9	542.0	920.5	3899.4
淤积强度 (10 ⁴ m ³ /km)	55.3	90.6	94.4	77.5	79.3

与上述情况类似，海河河口建闸后，闸上下游河床均出现严重的泥沙淤积现象。根据有关资料¹⁾，自1958年至1973年15年间，闸上游泥沙淤积总量为1482×10⁴m³，平均每年约为1×10⁶m³左右。与此同时，闸下游泥沙淤积量更为严重，大大地降低了海河的行洪和航运能力。

此外，天津地区多处河口建闸后均出现了严重的泥沙淤积问题。金钟河河口建闸，由于施工期间对泥沙淤积的严重性认识不足，没有采取相应的清淤措施，致使泥沙淤死闸门，全部工程报废。

另外永定新河至屈家店分洪闸下游的河口段内，若以过去泥沙淤废速度每年3—4km估计，可以想象，全长60km的河口段，将仅有不足20年的寿命。

全国各河口段建闸后的情况与上述情况大同小异。前车之鉴，已经引起许多河口规划工程负责者的重视，并将泥沙问题的研究工作和必要的一些防御措施，列为规划工程中的不可缺少的前期工作。

1.1.3 一维河口泥沙问题分析

为了解决河口工程泥沙问题，首先要掌握在河口动力因素作用的条件下，泥沙的力学规律和河床的演变规律。从学科角度谈，以一维水流为例，通常是在一定边界条件（包括上下游边界条件和河床的泥沙组成）和初始条件下，求解以下8个变数：断面平均流速 u ，断面输沙率 Q_T ，泥沙级配（ $p-d$ ）曲线，断面平均宽度 B ，断面平均水深 h ，水位 Z ，断面输沙能力 Q_s 及水力阻力（谢才）系数 C_s 。上述8个变数都是断面坐标 x 及时间 t 的函数。当 Q_T 与 Q_s 不相适应时，即出现河床的冲淤现象。

求解上述8个变数，需要8个独立方程式。它们是：水流的连续方程式，水流（一维）运动方程式，河床演变（或泥沙连续）方程式，输沙率方程式，河相关系方程式，泥沙分选方程式，输沙能力方程式及水力阻力方程式。

更具体的讨论上述方程式的建立和应用情况将在本书的相应各章中加以介绍。

1) 水电部水利科学研究所等，一九五七年海河行洪能力计算，天津市水利局，1975年。

1.2 数学模型及数学模型试验

如果以蒸汽机的应用作为欧洲产业革命的开始,那么电子计算机的诞生和发展可以认为是现代工业革命的主要标志。从第一代计算机的诞生直到现在发展到第四、第五代计算机30年内,每项重大科学技术的发展和革新,无不和计算机技术的发展有着不可分割的紧密联系。而用计算机解决科学技术问题,必须首先要建立数学模型,它是对实际问题进行高度抽象和模型化的过程。因此,一般说来数学模型的理论基础是描述实际问题的物理方程式以及建立这些方程所用到的有关理论。至于用数学模型解决实际问题,除建立模型方程外,尚需根据数学模型方程提出求解的数值计算方法,因此还须涉及关于数值计算的理论。随着人们对于河口泥沙运动规律认识的逐步深化和电子计算机技术的迅猛发展,数学模型这一新的方法在解决研究河口工程泥沙问题中亦得到相应的发展和应用。

由于实际河口工程泥沙问题的复杂性,在建立模型方程后,往往无法采用直接的数值计算方法来求得实际问题的解答,这是河口工程泥沙问题的数学模型和其他某些问题的数学模型不同的地方。对此还需要通过调试计算的数学模型试验以求得解答。

可以说数学模型试验和物理(或比尺)模型(physical or scale model)试验有着一个共同的特点,都是以现场资料作为试验的基础。由于数学模型试验不受比尺的限制,因此在某些方面较之物理模型试验有其独特的优点。在目前解决河口工程泥沙方面已成为一种与物理模型相辅相成的试验方法。

一个值得注意的问题是,和物理模型试验一样,数学模型试验的结果是否正确,不能单着眼于模型的调试阶段。因为在该阶段工作中,通过调试,使模型结果与现场资料相吻合是容易的,更重要的阶段工作应是模型的验证试验。

在建立物理方程和有关数学理论的研究中,除了前人的工作之外,我们引用了自己的学术观点和一些研究成果。诸如,具有大支流岔道非恒定流的连续计算格式,泥沙有效悬浮功原理及其应用,冲积河流河床的稳定性条件,以及水流挟沙理论和其间的“运载能力”概念等等。在模型试验中,结合实际问题的性质和可能提供的现场资料,提出和采用以下三种模型试验方法:

(1)理论模型试验方法:针对非恒定非均匀水流(包括分岔河流及波浪的影响)的非平衡挟沙问题;

(2)变通模型试验方法(I):在难于确切提供挟沙过程的边界条件下,对一些潮汐水力因素变化比较缓慢的河口地区,可以采用这一平衡挟沙的近似模型试验方法;

(3)变通模型试验方法(II)(或称“半潮平均模型试验方法”):方法的实质是将变通模型试验方法(I)的水力和泥沙的时间步长加大,使之接近潮段(涨潮段或落潮段)的历时。该方法业经由李光炳^[1]和窦国仁早期提出^[4],可用于缺乏水力泥沙过程资料的弱潮河口地区。

本书在有关章节中,分别介绍了上述三种方法在研究和解决以下工程泥沙问题中的应用情况:

(1)清河河口泥沙数学模型试验;

1) 李光炳,钱塘江河口潮流输沙经验公式的探求,浙江水利科学研究所,1963。

- (2) 某港工程泥沙问题的验证与预报^[5];
- (3) 永定新河泥沙问题的研究^[5];
- (4) 曹娥江河口(落潮同步)资料验证^[5];
- (5) 大港电厂引海水冷却工程中渠系泥沙问题的分析预报^[5];
- (6) 广东省汕头渔港港池泥沙回淤过程的预报与验证^[6]。

参 考 文 献

- [1] 陈吉余, 海岸与河口学的发展趋势, 自然杂志, 1, 2, 1978。
- [2] N.B.萨莫依洛夫, 河口演变过程的理论及其研究方法, 科学出版社, 1956。
- [3] 辽宁省水利勘测设计院规划室泥沙组, 辽河河口建闸后河床演变, 全国海岸带和海涂资源综合调查、海岸工程学术会议论文集(上集), 海洋出版社, 1982。
- [4] 窦国仁, 平原河流及潮汐河口的河床动态, 水利学报, 4, 1964。
- [5] 王尚毅, 泥质冲积河流及河口泥沙问题的一种数学模型, 天津大学学报, 2, 1978。
- [6] 王尚毅、顾元棣、王文介、宋朝景, 港池泥沙回淤过程的估算, 海洋科学, 5, 1983。

第二章 明渠非恒定流的数值解

2.1 导 论

在水利工程中,明渠非恒定流的问题是一个引人注目的研究课题。1871年法国圣维南(de Saint Venant)根据Boussinesq所提出的缓变流的定义建立了著名的非恒定流方程(即圣维南水力方程组)。很长的一段时期,这一问题由于方程的非线性性质,而使工程技术人员在使用时感到迷惑困难。19世纪末,比利时的Massau发表了关于非线性方程的特征理论,并用以解决明渠非恒定流。之后求解圣维南方程组的特征方法由此兴起,当时Massau是用图解积分的特征方法。这种方法在分析非恒定流方面的假设条件并不超过当时工程技术人员对恒定流实际采用的假设条件,可是由于这一方法是针对数学工作者解双曲型方程所提出的,所以一般工程技术人员对这些条件应用在水力方程组上理解就比较困难。直到50年代初还未能被重视和广泛采用。诚然,在这期间亦有不少人对此方法作了注释和种种改进。如D.R.Hartree在1952年曾有专著讨论用特征线法计算非恒定压缩流的问题。我国著名的水力学家林秉南教授在美国也曾先后发表了几篇文章,对Massau的理论和方法作了在水力计算上的发展。回国后,在水力学报创刊号上发表了“明渠不恒定流的解法和验证”。此文至今还被国内外从事水力计算研究工作者引用和参考。

总而言之,明渠非恒定流的理论和方法的确立,并作为数学方程的形式加以模型化应该说较早的。但作为动态模型应用于实际工程求数值解(亦即定量),只是在快速数字计算机出现之后二三十年的事。至于数值计算技术用于解这方程组,应该说也是比较早的,可是非恒定流的实际问题都必须进行大量的计算,因此有些计算技术方法在这里无法广泛应用。

1953年,美国纽约大学J.J.Stoker教授根据圣维南方程组构造了第一个河流的数学模型,并用以对美国俄亥俄河的水力要素作了研究。他可以说是使用电子计算机技术研究非恒定流的首创者。之后,Isaacson和Troesch等亦相继作了水力数值解的研究工作。他们所采用的方法是通常所称的显式特征线方法;由于方法比较简单,使用又较方便,因而被人们所重视。在1957年以后,特征线方法有很大发展。美国的C.Lai及丹麦的M.B.Abbott,都发表了关于特征线法的专题文章。在法国Preissmann Thirriot, Cunge, Guyot和Faure等亦都做了大量工作。在60年代初,双曲型偏微分方程组的数值解的特征线法已经形成一个比较完整的数值计算方法,而被广泛使用在气动力学和水力学的数值计算上。当时《数字计算机上用的数学方法》一书中就登载有玛丽·利斯特(Mary Lister)的“双曲型偏微分方程数值解的特征线法”一文,不仅对特征线方法作了论述,并且极为详细地介绍了框图和计算程序。1965年,中国科学院计算所金旦华等同志发表的“一维涌潮计算”一文,在用特征线法计算涌潮方面也是有较明显的参考价值。近年来,浙江河口海岸研究所(原钱塘江工程管理局)在林炳南教授的指导下对非恒定流问题作了多方面的研究,他们利用特征线法在对钱塘江的水力计算方面作了不少颇有成效的工作。

此外, 与特征线方法并存的另一种方法是有限差分法。这是直接将水力偏微分方程组化成差分方程求数值解的方法。在数学上, P.D.Lax曾对这种方法作过不少研究工作, 现在大家所熟悉的Lax-Wendroff两步显式差分法就是在50年代所提出的一种差分方法。由于快速电子计算机的迅猛发展, 差分方法的应用极为广泛。因此在明渠非恒定流的计算方面, 差分方法已成为一种主要的方法, 并且格式繁多, 如Leap-Frog(蛙跳)显式差分法, Ameen的四点隐式差分法以及Preissmann隐式方法等不下十余种格式。

在60年代, 有限元方法问世。因此在非恒定流方面, 亦有不少人用有限元方法作数值计算。如D.H.Kennung应用有限元法解一维明渠水流, 其结果还是令人满意的。70年代, J. Davis对海域、湖泊的二维流问题用有限元法作数值计算。在国内, 北京水电科学院和南京水科院亦有用有限元方法解河口海岸的二维水流的问题。

本章简单地阐述有关水力学方程组的特征理论并就国外一些研究动态和工作成果作综合性的介绍。以J.A.Liggett和J.A.Cunge的“Numerical Methods of Solution of the Unsteady Flow Equation”一文为基本素材, 参阅其他有关资料汇编而成。

2.2 明渠非恒定流的基本方程组及特征理论

2.2.1 明渠非恒定流的基本方程组

Boussinesq在引入缓变流的定义时, 曾经对缓变流作了几点解释:

- (1) 明渠中的水流具有小坡度和稍微弯曲的轴线;
- (2) 明渠中的过水断面可以是任意形状, 但渠底和自由水面与水平轴线仅有较小的倾角;
- (3) 水流随时间的变化比较缓慢, 因此非恒定、非均匀的特性并非显而易见。
- (4) 水流的速度几乎和渠轴平行, 流层的曲率亦是相当小的。

这些条件是圣维南关于非恒定流方程组的建立的基本假设。于1871年公布于世的著名的圣维南水力方程组的假设总结起来有以下几点:

(1) 水流是一维流, 亦即过水断面的流速是均匀分布的, 渠道的曲率所产生的离心力是可以忽略的。

(2) 过水断面处的压力可以认为是静水压力, 亦即铅直方向的加速度忽略不计, 并且流体的密度是均匀不变的, 因而横方向的水流表面是水平的。

(3) 边界阻力以及湍流所产生的效应均作为阻力处理。

根据以上假设, 圣维南建立了描述缓变非恒定流的两个方程: 一是连续方程, 一是动力方程。

连续方程

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2-1)$$

动力方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial (gZ + \frac{1}{2}u^2)}{\partial x} = -g \frac{u|u|}{C_s^2 R} \quad (2-2)$$

其中 x 为水流方向的空间坐标, t 是时间坐标, u 是沿 x 方向的流速, F 为过水断面面积, $Q = F \cdot u$ 表示流量, Z 是水流表面的水位, g 是重力加速度, C_s 是谢才(Chezy)系数, R 是水力半径。

在明渠非恒定流的计算中, 首先必须对河床断面作矩形模化。断面模化后, 可将水流表面河宽(即断面模化河宽)记作 $B = B(x)$, 这样断面面积为 $F = F(x, t) = B \cdot H = B(Z - Z_0)$, 其中 H 为水深, Z_0 为河底高程。因此对 $F(x, t)$ 求导, 可得

$$\frac{\partial F}{\partial t} = B \frac{\partial H}{\partial t} = B \frac{\partial (Z - Z_0)}{\partial t} = B \frac{\partial Z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = B \frac{\partial H}{\partial x} + H \frac{\partial B}{\partial x} = B \frac{\partial Z}{\partial x} - B i_0 + H \frac{dB}{dx}$$

其中

$$i_0 = \frac{\partial Z_0}{\partial x} = \frac{dZ_0}{dx}$$

于是连续方程又可表示为

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

或

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + u \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{F}{B} \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{u}{B} H \frac{dB}{dx} + u i_0$$

因此水力方程组是一含有两个自变量、两个未知函数的一阶拟线性双曲型的偏微分方程组。这类方程组区别于线性方程组的基本特点是, 甚至在充分光滑的初始条件下, 其解也会出现间断(在水力学中, 此类间断即是涌潮的现象)。对于这类间断解的理论研究涉及拟线性方程组理论中一些重要问题, 到目前为止还在探讨中, 自然不是本章所要研讨的内容。不过, 下面除简单地阐述一维流的特征理论外, 对涌潮和间断解的关系从特征理论角度作概括性的论述。

2.2.2 水力学方程组的特征理论

一、特征线及其对应的特征方程

一维流的水力学方程组是含有两个独立变量的拟线性双曲型偏微分方程组, 因此方程组复杂之处即在于含有两个方向的微商。如果考虑简化, 那就得设想将它化成含有一个方向的微商的方程组, 即常微分方程组。这就是数学上引进关于方程组的特征概念的基本思想。对于两个独立变量的水力学方程组, 它的特征是曲线, 即所谓特征曲线(简称特征线); 方程组中未知函数沿特征线所满足的方程称为特征方程。利用特征线方程及特征方程即可求得水力学方程组的解, 故特征线及特征方程在偏微分方程组的研究以及在其解的数值计算中, 都起着极为重要的作用。

水力学方程组的特征线方程和特征方程的推导有许多方法。现从数学的柯西问题的解的角度推出上述水力学方程组的特征线方程和特征方程。

将水力学方程组(2-1), (2-2)写成矩阵形式如下:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + A \frac{\partial U}{\partial x} = \Phi \quad (2-3)$$

其中

$$U = \begin{pmatrix} Z \\ u \end{pmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} u & \frac{F}{B} \\ g & u \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{pmatrix} -\frac{u}{B} H \frac{dB}{dx} + u i_0 \\ -\frac{gu|u|}{C_s^2 R} \end{pmatrix}$$

现在 t - x 平面内的一条光滑曲线 Γ 上给出初值, 则问题是能否由此初值并通过方程(2-3)来唯一地确定 $\partial U/\partial t$ 及 $\partial U/\partial x$ 在 Γ 上的值。由于 $\partial U/\partial x$ 、 $\partial U/\partial t$ 除满足方程(2-3)外, 它们沿曲线 Γ 还必须满足

$$I dt \frac{\partial U}{\partial t} + I dx \frac{\partial U}{\partial x} = dU \quad (2-4)$$

其中 $U = \begin{pmatrix} Z \\ u \end{pmatrix}$, I 是二阶单位矩阵, 这样式(2-3)和(2-4)组成含有四个未知数 $\partial Z/\partial t$, $\partial Z/\partial x$, $\partial u/\partial t$ 及 $\partial u/\partial x$ 的四个方程的线性方程组。方程组能否有唯一确定的解, 当取决于行列式

$$\Delta = \begin{vmatrix} I & A \\ I dt & I dx \end{vmatrix} = |I dx - A dt| = \begin{vmatrix} dx - u dt & -\frac{F}{B} dt \\ -g dt & dx - u dt \end{vmatrix}$$

是否为0。如果曲线 Γ 上每点的方向 dt 、 dx 都使 $\Delta = 0$, 则此方程组或者无解, 或者有解但解不唯一。因而说明沿曲线 Γ , $\partial U/\partial t$ 、 $\partial U/\partial x$ 不能唯一地解出。可是沿曲线 Γ , $\partial U/\partial t$ 、 $\partial U/\partial x$ 满足式(2-4), 而 U 又是式(2-3)的解(当然假设是存在的), 那么 $\partial U/\partial t$ 、 $\partial U/\partial x$ 必然存在, 因此方程(2-3)、(2-4)不能是矛盾方程组, 所以可以确定地说, 在 $\Delta = 0$ 时, 方程组必定有解, 只是解不唯一而已。此外, 由于在 Γ 上给出 U 的值, 所以说虽然式(2-3)是一偏微分方程组, 但在曲线 Γ 上它只能给出 U 沿此曲线的变化情况, 而不能告诉我们 U 在曲线周围的变化情况。因此式(2-3)在曲线 Γ 上给出初值时, 只能沿着曲线 Γ 求解。基于以上分析不难看到, 曲线 Γ 的重要特征, 那就是它能使方程(2-3)化为常微分方程。这样的曲线称为特征线, 而特征线所满足的微分方程 $\Delta = 0$, 即是特征方程。现可求之, 令特征曲线的方向场为

$$\frac{dx}{dt} = \lambda(x, t, Z, u)$$

代入 $\Delta = 0$ 得

$$\begin{vmatrix} u - \lambda & \frac{F}{B} \\ g & u - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

这是关于 λ 的一个二次方程, 将等式左端展开得方程

$$(u - \lambda)^2 - g \frac{F}{B} = 0$$

再令

$$C^2 = g \frac{F}{B} \quad \text{即} \quad C = \sqrt{g \frac{F}{B}}$$

因此得方程的根

$$\lambda_1 = u + C$$

$$\lambda_2 = u - C$$