

青年职工学习辅导丛书

高中代数第一册

一 课 一 练

(上册)

(供高一第一学期程度用)

梅向明 主编

电子工业出版社

青年职工学习辅导丛书

高中代数第一册

一 课 一 练

(上册)

(供高一第一学期程度用)

梅向明 主编

电子工业出版社

高中代数第一册
一 课 一 练(上)
梅向明 主编

*

电子工业出版社出版(北京市万寿路)
一二〇一工厂印刷
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

开本: 787×1092 1/16 印张: 8.25 字数: 186千字
1987年6月第1版 1987年6月第1次印刷
印数: 43200册 定价1.40元
统一书号: 7290·570

出版说明

当前我部广大青年职工的文化技术素质远不能满足电子工业迅速发展的需要,对他们进一步加强文化技术培训是当务之急。为配合这一工作,同时也为满足广大青年职工自学的要求,现据读者的反应和需要,本着少、精、活的原则,我们特编写了一套《青年职工学习辅导丛书》一课一练,旨在帮助读者在较短的时间内能高效地掌握基础知识和基本技能,得到应有的基本功训练。

本书的每次内容均包括预习要点、课堂练习、课外作业三部分。预习要点向读者指明了本课题的重点、难点,内容间的前后联系,以及解决难点的关键;练习和作业中编选了适量阶梯细密、突出双基、前后呼应、培养能力的习题。在每个单元和每章之后,又配备了适量的复习题和自我检查题,期望能对提高学习质量和检测自学效果起到良好的作用。

本书由中国数学学会普及委员会主任、北京师范学院副院长兼数学系主任梅向明教授主编。参加本书编写的有王建民、任光辉、姚印发、陆秉、周沛耕、李鸿元、朱传渝、戴志年、邴福林、李冰、郑学遐等数学教师。

诚恳欢迎广大读者对本书提出宝贵意见和建议。

编者

1987年3月于北京

月 日 第一章 第 1 次

课题：集合(一)

预习要点

1. 举例说明什么是集合。
2. 举例说明什么是集合中的元素。“元素”和“对象”有什么区别？它们又有什么联系？一个“对象”一定是某一个集合中的元素吗？
3. “有限集”中的“有限”指的是什么？“无限集”中的“无限”指的是什么？
4. 你理解“给定一个集合”的意义是什么？在“给定一个集合”中，是什么“给定”了？
5. “给定一个集合”后，就有元素的“确定性”和“互异性”，这是什么意思？你能举出实例分别加以说明吗？
6. 集合的表示方法有几种？什么是“列举法”？什么是“描述法”？“列举法”列举的是什么？“描述法”描述的是什么？你能用自己的语言把它们分别叙述清楚吗？

课堂练习

用列举法表示下列集合，指出这些集合是有限集还是无限集。

(1) 绝对值不大于 3 的全部整数。

(2) 20 以内的质数。

(3) 方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的解。

(4) 不等式 $2x - 3 < 7$ 的正整数解。

(5) 全体奇数组成的集合。

3. 用描述法表示下列集合, 并指出它们是有限集还是无限集.

(1) 不等式 $1 - \frac{x}{2} > 5$ 的解集.

(2) 直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 上的点.

(3) 函数 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的定义域.

(4) A 是三角形的内角, $\sin A = \frac{1}{2}$.

课外作业

1. 用列举法表示下列集合, 分别指出它们是有限集还是无限集.

(1) 1987年世界乒乓球锦标赛上我国取得冠军的项目.

(2) 绝对值不小于 2 又不大于 5 的全体整数.

(3) B 是三角形的内角, 且 $\cos B = -\frac{1}{2}$, 由 $\angle B$ 组成的集合.

(4) 数轴上 -3 右侧全部整数点组成的集合.

2. 用描述法表示下列集合, 并分别指出它们是有限集还是无限集.

(1) 平面直角坐标系内横轴上的点.

(2) 平面直角坐标系内横轴和纵轴的公共点.

(3) 函数 $y = \frac{\sqrt{2-x}}{x}$ 的定义域.

(4) 直线 $y = x - 2$ 与纵轴的交点

(5) 0 与 1 之间的全体实数.

3. 如果集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 1, 2\}$, $C = \{\text{小于 } 4 \text{ 的自然数}\}$, 那么 A, B, C 三个集合是不是相同的集合? 为什么?

思考题

“大于 2 的实数组成的集合”与“不小于 2 的实数组成的集合”有什么区别? 哪一个集合中的元素多? 多多少个? 是什么元素?

月 日 第一章 第 2 次

课题: 集合(二)

预习要点

1. 首先回忆一下什么叫做集合, 举例说明集合中的元素和对象有什么关系.
2. 对象、元素与集合的关系是什么? 用什么符号表示这种关系?
3. a 和 $\{a\}$ 的意义有什么区别?
4. 自然数集、整数集、有理数集、实数集各用什么符号表示?
5. Z^+ , Z^- , Q^+ , Q^- , R^+ , R^- 各表示什么意义?

课堂练习

1. 说出下列各集合的意义:

(1) $\{x | -2 < x < 3, x \in Z\}$.

(2) $\{(x, y) | x > 0 \text{ 且 } y > 0\}$.

(3) $\{x | 3x^2 + 5x + 2 = 0\}$.

(4) $\{a | 0^\circ < a < 90^\circ\}$.

课外作业

1. 用 $\in$ 或 $\notin$ 填空:

(1) 0 _____ $\{x | x^2 = 0\}$;

(2) 0 _____ $\{x | x^2 + 1 = 0, x \in R\}$;

(3) $(0, 0)$ _____ $\{(x, y) | y = kx, k \neq 0\}$;

(4) 方程 $x^2 - 2 = 0$ 的解 _____ Q ;

(5) π _____ R ;

(6) 60° _____ $\left\{ \alpha \mid \cos \alpha = \frac{1}{2} \right\}$.

2. 用描述法表示下列集合:

(1) {绝对值大于 5 的负整数}.

(2) {200以内除以 7 余 2 的自然数}.

(3) {平面坐标系内第二象限内的点}.

(4) {全体偶数}.

思考题

1. $\{0\}$ 与 $\{x \mid x^2 + 1 = 0\}$ 是相同的集合吗? 为什么?

2. 一个集合在什么情况下用列举法表示比较好, 在什么情况下用描述法表示比较好? 用描述法表示的集合一定能用列举法表示吗? 用列举法表示的集合一定能用描述法表示吗?

月 日 第一章 第 3 次

课题: 子集

预习要点

1. 两个集合 A 和 B 所含的元素具备什么条件时, 就说一个集合是另一个集合的子集?
2. 用什么符号表示一个集合是另一个集合的子集? 怎样用图形表示一个集合的子集?
3. 子集和真子集的区别是什么? 举例加以说明.
4. 什么是空集? 怎样理解空集的意义? 空集用什么符号表示? 举出几个现实生活中的空集的例子.
5. 怎样理解下面三句话的意义?
 - (1) 任何一个集合是它本身的子集;
 - (2) 空集是任何集合的子集;
 - (3) 空集是任何非空集合的真子集.
6. 子集和真子集的符号有什么区别?
7. 什么叫做两个集合相等? 判断两个集合相等最关键的条件是什么?
8. 两个集合相等与表示它们的方法有没有关系? 举例加以说明.

课堂练习

1. 用“ $\in$ ”, “ $\notin$ ”, “ $\subset$ ”, “ $\supset$ ”, “ $=$ ”中适当的符号填空:
 - (1) 0 $\{0\}$; (2) 0 ϕ ; (3) ϕ $\{0\}$; (4) R N ; (5) R R^- ; (6) $\{x|x^2-3=0\}$ R ; (7) $\{\triangle ABC \text{ 的三个顶点}\}$ $\{\triangle ABC \text{ 确定的平面}\}$; (8) $(0, -1)$ $\{(x, y) | x+y+1=0\}$; (9) $\{x|x^2-2x-3=0\}$ $\{-1, 3\}$; (10) $\{\text{矩形}\}$ $\{\text{正方形}\}$ $\{\text{平行四边形}\}$.
2. 选择题(下列每个小题都给出了代号为 A, B, C, D 的四个答案, 其中有且只有一个答案是正确的, 把正确答案的代号写在题后的括号里)*:
 - (1) 已知一条直线 l , 一个平面 α , 则直线 l 与 α 的位置关系是
(A) $l \in \alpha$. (B) $l \notin \alpha$. (C) $l \subset \alpha$. (D) 无法判断.
答: ()
 - (2) 如果 $M = \{(x, y) | x+2y+3=0\}$, $N = \{x, y | y = -\frac{1}{2}(x+3)\}$, 那么 M, N 的关系是
(A) $M \subset N$. (B) $M \supset N$. (C) $M = N$. (D) 无法判断.
答: ()
 - (3) 如果 $M = \{x | x-3 > 0\}$, $N = \{x | x-3 \geq 0\}$, 那么 M, N 的关系是

* 本书以后的选择题也是这样。

(A) $M \subset N$. (B) $M \subseteq N$. (C) $M \supset N$. (D) $M \supseteq N$.

答: ()

课外作业

1. 判断下列各式是否正确, 并说明理由:

(1) $\phi \neq \{x \mid x \leq 10\}$

(2) $\{4, 5, 6, 7\} \neq \{2, 3, 5, 7, 11\}$

2. 如果 $M = \{x \mid x^3 - 4x^2 + 3x = 0\}$, $N = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$, 判断 M 、 N 的关系.

3. 用“ $\in$ ”, “ $\notin$ ”, “ $\subset$ ”, “ $\supset$ ”, “ $\subseteq$ ”, “ $\supseteq$ ”, “ $=$ ”中适当的符号填空:

(1) $\{x \mid x+1=0\}$ _____ $\{x \mid x+1 \leq 0\}$;

(2) $\{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$ _____ $\{x \mid x^4 - 3x^2 + 2 = 0\}$;

(3) $\{\triangle ABC \text{ 所在的平面}\}$ _____ $\{\triangle ABC \text{ 的外接圆所在的平面}\}$;

(4) $\{\text{方程}\}$ _____ $\{\text{一元一次方程}\}$;

(5) ϕ _____ $\{x \mid |x| + 3 = 0\}$;

(6) $\{x \mid x+2 < 0\}$ _____ $\{x \mid x+3 < 0\}$;

(7) $\{x \mid x=2n, n \in \mathbb{N}\}$ _____ $\{y \mid y=4k, k \in \mathbb{Z}^+\}$;

(8) $\{\text{三角形}\}$ _____ $\{\text{等腰三角形}\}$ _____ $\{\text{有一个角是 } 45^\circ \text{ 的直角三角形}\}$.

4. 设 $A \supset B$, $B = C$, 判断 A , C 的关系, 并画图加以说明.

思考题

1. 若 $A = \{x \mid x = 3^n - 1, n \in \mathbb{N}\}$, $B = \{y \mid y = 3k - 1, k \in \mathbb{Z}\}$, 判断 A , B 的关系.

2. 写出 $\{a, b, c\}$ 的全部子集.

月 日 第一章 第4次

课题: 交集

预习要点

1. 什么叫做两个集合的交集?
2. 用什么符号表示两个集合的交集?
3. 怎样用图形表示两个集合的交集?
4. 一个集合和它本身的交集等于什么?
5. 一个集合和空集的交集等于什么?
6. 两个集合的交集与两个集合中的每一个集合之间的关系是什么? 你能用图形来说明吗?

课堂练习

1. 解答下列各题:

(1) 设 $A = \{x \mid x < 5\}$, $B = \{x \mid x \geq 0\}$, 求 $A \cap B$

(2) 设 $A = \{\text{锐角三角形}\}$, $B = \{\text{钝角三角形}\}$, 求 $A \cap B$.

2. 填 空:

(1) $R \cap R^+ = \underline{\hspace{2cm}}$, (2) $Z^+ \cap Z^- = \underline{\hspace{2cm}}$,

(3) $(R \cap Z) \cap N = \underline{\hspace{2cm}}$, (4) $\{x \mid x - 3 \geq 0\} \cap \{x \mid x - 3 = 0\} = \underline{\hspace{2cm}}$,

(5) $\{x \mid x - 2 > 0\} \cap \{x \mid x - 5 > 0\} = \underline{\hspace{2cm}}$,

(6) $\{x \mid x + 3 > 0\} \cap \{x \mid x - 3 < 0\} = \underline{\hspace{2cm}}$,

(7) $\{0\} \cap \phi = \underline{\hspace{2cm}}$,

(8) $\{\text{四边形}\} \cap \{\text{平行四边形}\} \cap \{\text{菱形}\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

课外作业

1. 解答下列各题:

(1) $A = \{x \mid x \geq 0\}$, $B = \{x \mid x \leq 0\}$, 求 $A \cap B$.

(2) $M = \{x \mid |x| < 3\}$ $N = \{x \mid x > 0\}$, 求 $M \cap N$.

2. 解下列不等式或不等式组, 并把它们的解集分别表示在数轴上.

$$(1) \begin{cases} \frac{2+x}{2} \geq \frac{2x-1}{3}, \\ x+6 > 2. \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3(1-x) < 2(x+0), \\ x-2 \leq 0. \end{cases}$$

$$(3) x^2 - 4x - 5 < 0.$$

$$(4) \begin{cases} 5x-2 > 3(x+1), \\ \frac{1}{2}x-1 \leq 7-\frac{3}{2}x. \end{cases}$$

3. 已知 $A = \{x | |x| \leq 4, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | x^2 - 16 \leq 0, x \in \mathbb{Z}\}$, $C = \{x | -4 \leq x \leq 4, x \in \mathbb{N}\}$.

(1) 填 空:

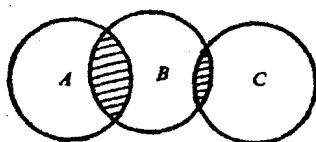
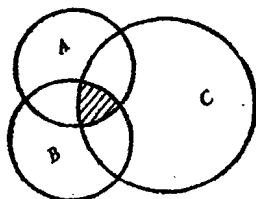
① $A _ B$, $A _ C$, $B _ C$.

② $A \cap B = _$, $B \cap C = _$, $A \cap C = _$.

③ $(A \cap B) \cap C = _$.

(2) A , B , C 三个集合中, 哪个集合是有限集? 哪个集合是无限集?

4. 用 A , B , C 的关系表示以下二图中的阴影部分:



思考题

两个集合 A 与 B 的交集可能有几种情况? 分别用图形把它们表示出来.

月 日 第一章 第5次

课题：并集

预习要点

1. 什么叫做两个集合的并集？用什么符号表示两个集合的并集？怎样用图形表示两个集合的并集？
2. A , B 两个集合的并集中的元素与集合 A 中的元素，集合 B 中的元素有什么关系？
3. 两个集合 A 与 B 的并集与集合 A , 集合 B , 集合 A 与集合 B 的交集之间分别有什么关系？区分这些集合的主要依据是什么？
4. 为什么 $A \cup A = A$, $A \cup \phi = A$, $A \cup B = B \cup A$ ？你能用图形分别把它们表示出来吗？

课堂练习

1. 解答下列各题：

(1) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 求 $A \cap B$, $A \cup B$.

(2) 写出不等式 $x^2 - x - 2 < 0$ 的解集并进行化简.

2. 已知 $A = \{x | x^2 - 4 \leq 0\}$, $B = \{x | x + 3 > 0\}$.

(1) A 与 B 的关系是_____.

(2) $A \cap B =$ _____, 在数轴上表示出 $A \cap B$.

(3) $A \cup B =$ _____, 在数轴上表示出 $A \cup B$.

3. 如果 $A \cap B = A$, 那么 A _____ B ; 如果 $A \cup B = A$, 那么 A _____ B ,
用图形表示你的结论.

课外作业

1. 解答下列各题:

(1) 设 $A = \{\text{四边形}\}$, $B = \{\text{至少有一组对边平行的四边形}\}$. 求 $A \cup B$.

(2) 设 $A = \{x | x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$, 求 $A \cup B$.

2. (1) 求函数 $y = \sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}$ 的自变量的取值范围, 用集合观点解释这个自变量的取值范围是哪些集合的交集. 把你求出的自变量取值范围在数轴上表示出来.

(2) 设 A 表示不等式 $|x| \geq 3$ 的解集, B 表示不等式 $x^2 - 16 < 0$ 的解集.

① 分别求出 A 和 B , 并在同一数轴上把它们表示出来.

② 分别求出 $A \cap B$ 与 $A \cup B$, 并在数轴上把它们分别表示出来.

思考题

1. $A \cup B$ 与 A 、 B 的关系可能有哪些情况? 分别用图形加以说明.

2. 用描述法表示集合 $\left\{0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \dots\right\}$, 判断 0.99 是不是这个集合中的元素, 并说明理由.

课题: 补集

预习要点

1. 怎样理解全集的意义? 任何一个集合是不是都能看作一个全集? 你能举出实例加以说明吗? 如果任何一个集合都能看成一个全集, 那么空集是不是也能看作一个全集?
2. 想一想为什么要提出全集的概念?
3. 用什么符号表示全集?
4. 什么叫做补集? 某一个集合 A , 我们说它是另一集合 B 的补集, 这有意义吗? 为什么? 怎样理解“补集是就某一个全集而言的”? “离开全集, 就不存在补集了”. 你能用实例来说明这些道理吗?
5. $A \cup \bar{A} = I$, $A \cap \bar{A} = \phi$, $\overline{(\bar{A})} = A$, 你能用语言叙述这三个等式的意义吗? 你会用实例说明它们吗?
6. 如果知道 $\bar{A}$ 是什么, 你能求出 A 是什么, I 是什么吗? 如果能, 请你各举一例加以说明.

课堂练习

1. 解答下列各题:

(1) 设 $I = Z$. 求 $\bar{N}$, $\bar{N}^+$.

(2) 设 $I = Z$, $A = \{x | x = 2k, k \in Z\}$, $B = \{x | x = 2k + 1, k \in Z\}$. 求 $\bar{A}$, $\bar{B}$.

2. 已知 $I = R$, 填空:

(1) $\bar{R}^+ =$ _____,

(2) $\bar{\phi} =$ _____,

(3) $\bar{Q} =$ _____,

(4) $Q^+ \cup$ _____ $= R$,

(5) $Q^+ \cup Q^- =$ _____.

3. 已知 $I = R$, $A = \{x | -5 < x \leq 4\}$, 求 $\bar{A}$, 并在数轴上把它们表示出来.

4. 已知 $I = \{x | x + 3 > 0\}$, $A = \{x | |x| < 2\}$, 求 $\bar{A}$, 并在数轴上把它们表示出来.

课外作业

1. 设 $I = \{x | x \in N, \text{ 且 } x \leq 10\}$, $A = \{1, 2, 4, 5, 9\}$, $B = \{4, 6, 7, 8, 10\}$, $C = \{3, 5, 7\}$,
求 $A \cap B$, $A \cup B$, $\bar{A} \cap \bar{B}$, $\bar{A} \cup \bar{B}$, $(A \cap B) \cap C$, $(A \cup B) \cup C$.

2. 如果代数式 $\frac{\sqrt{3-x}}{x}$ 有意义, 用集合表示 x 的取值范围, 并在数轴上把它们表示出来.

3. 如果 $I = \{x | x^2 - x - 12 < 0\}$, $A = \{x | x^2 \geq 4\}$, 求 $\bar{A}$, 并在数轴上把它们表示出来.

4. 若 $I = R$, $A = \{x | x + 2 \geq 0\}$, $B = \{x | x - 2 < 0\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$, $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cup B}$, 并在数轴上把它们表示出来.