黄冈市资深教育专家编写

新课标版

黄冈学霸

七年级数学/下

主　编　南秀全
本册主编　柯有亮

适用于北师大版新课标教材使用地区

青岛出版社

新课标版

黄冈学霸

七年级数学 下

主　　编　南秀全
本册主编　柯有亮

青 岛 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

黄冈学霸．七年级数学．下:北师大版:新课标版/
南秀全主编;杨有亮编．—2版．—青岛:青岛出版社，
2005.1
ISBN 7－5436－2619－5

Ⅰ．黄… Ⅱ．①南… ②杨… Ⅲ．数学课—初中—
教学参考资料 Ⅳ．G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第126819号

书　　名　黄冈学霸(新课标版):七年级数学(下)
　　　　　　(适用于北师大版新课标教材使用地区)
主　　编　南秀全
本册主编　柯有亮
出版发行　青岛出版社
社　　址　青岛市徐州路77号(266071)
本社网址　http://www.qdpub.com
邮购电话　13335059110　85814611－8664　**传真**　(0532)85814750
责任编辑　郭东明　傅　刚
装帧设计　申　尧
照　　排　青岛海讯科技有限公司
印　　刷　山东省水文仪器研制中心印刷厂
出版日期　2005年1月第2版　2006年1月第3次印刷
开　　本　16开(787mm×960mm)
印　　张　10.5
插　　页　2
字　　数　230千
书　　号　ISBN 7－5436－2619－5
定　　价　14.80元
盗版举报电话　(0532)85814926
青岛版图书售出后发现印装质量问题，请寄回承印厂调换。
地址:潍坊市奎文区中学街5号　邮编:261031　电话:(0536)2110528

本书建议陈列类别:教育

《黄冈学霸(新课标版)》

编　委　会

目　录

第一章　整式的运算

1. 整式

【新课标导航点】

一、知识要点

1. 单项式

像$\frac{\pi}{16}b^2$，$\frac{3}{5}x$，a^2h等，都是数与字母的乘积，这样的代数式叫做单项式. 单独一个数或一个字母也是单项式.

2. 多项式

几个单项式的和叫做多项式.

3. 整式

单项式和多项式统称整式.

4. 单项式的次数

一个单项式中，所有字母指数的和叫做这个单项式的次数，单独一个非零数的次数是0.

5. 多项式的次数

一个多项式中，次数最高项的次数，叫做这个多项式的次数.

6. 单项式的系数

单项式的数字因数叫单项式的系数.

二、重点难点

本节的重点是单项式、多项式及整式的概念，这也是本节的难点.

三、学法建议

学习本节要在现实情境中进一步理解用字母表示数的意义，发展符号感，要了解整式产生的背景和整式的概念，能求出整式的次数.

【经典题速递站】

例1　下列说法中正确的是(　　).

A. 单项式$-\frac{2x^2y}{5}$的系数是-2,次数为2

B. 单项式a的系数为0,次数为0

C. 单项式2^8ab^2c的系数是2,次数是12

D. 单项式$\frac{-6a^2b}{7}$的系数为$-\frac{6}{7}$,次数为3

分析　A不正确,因为$-\frac{2x^2y}{5}$又可以写成$-\frac{2}{5}x^2y$,其系数为$-\frac{2}{5}$,次数是所有字母的指数之和,即$2+1=3$;B不正确,a可写成$1\cdot a^1$,其系数为1,次数为1;C不正确,系数应是2^8,次数应是$1+2+1=4$;D正确.

解　选D.

点拨　单项式的系数是单项式的数字因数,次数是所有字母指数的和.

例2　填空.

(1)单项式$-\pi a$的系数是________,次数是________.

(2)$2a^4b+a^3b^2-5a^2b^3+\frac{1}{2}a-1$是_____次_____项式,它的项是____________________.

分析　(1)$-\pi a$可写成$-\pi\cdot a^1$,所以系数是$-\pi$,次数是1;(2)$2a^4b$、a^3b^2、$-5a^2b^3$的次数都是5,$\frac{1}{2}a$的次数是1,-1的次数是0,所以这个多项式是5次5项式.

解　(1)$-\pi$;1;　(2)5;5;$2a^4b$,a^3b^2,$-5a^2b^3$,$\frac{1}{2}a$,-1.

点拨　π是一个特殊的数,是惟一的一个用字母表示的具体的数,多项式的项要包括它的符号在内.

例3　把下列整式填入相应的圈里:

$$ab+c,\quad 2m,\quad ax^2+bx+c,\quad -ab^2c,\quad a$$

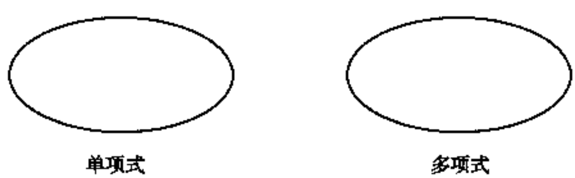


图1—1

分析　$2m$,$-ab^2c$,a是单项式,$ab+c$,ax^2+bx+c是多项式.

解

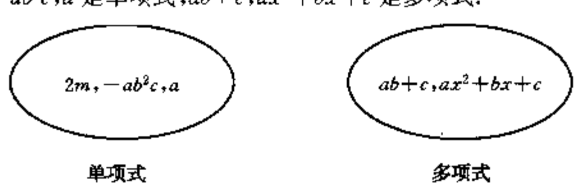


图1—2

点拨　本题关键是按单项式、多项式的定义来求解.

【高能力演练场】

1. 单项式 $-\frac{x^2y^2}{3}$ 的系数是________，次数是________.

2. 多项式 $2a^3b^2-3ab^3+7a^2b^5-1$ 是________次________项式.

3. 在代数式 xy，-1，$\frac{1}{2}x^5+2$，$x-y$，a^2b，$\frac{1}{a}$ 中，单项式是________________，多项式是________________.

4. 单项式 $-a^2$ 的系数是________，次数是________.

5. $-\pi x^5y^2$ 的系数是________，次数是________.

6. 下列说法正确的是(　　).

A. x 的系数是 0　　B. 5 是单项式　　C. $-\frac{x}{2}$ 的系数是 $\frac{1}{2}$　　D. $1+\frac{1}{x}$ 是多项式

7. $-xy^2z$ 的系数和次数分别是(　　).

A. 0，2　　B. 1，2　　C. 1，4　　D. -1，4

8. 下列代数式中，单项式的个数是(　　).

$-2ab$，π，a^2-b，$\frac{y}{x}$，$-\frac{ax}{8}$，x

A. 2 个　　B. 3 个　　C. 4 个　　D. 5 个

9. 下列结论正确的是(　　).

A. $5-\frac{3}{ab}$ 是多项式　　B. $-5a^2b^4$ 是四次式

C. 0 是单项式　　D. $\frac{-a^2b}{\pi}$ 不是整式

10. 对于代数式①abc；②$x+1-\frac{1}{y}$；③$\frac{1}{a}$；④$\frac{a}{a-b}$；⑤$\frac{1}{3}m+n$，下列结论正确的是(　　).

A. ①、③是单项式　　A. ②是二次三项式

C. ②、④、⑤是多项式　　D. ①、⑤是整式

11. 下列说法正确的是(　　).

A. $a^2b^3c^4$ 没有系数　　B. $\frac{m}{2}+\frac{n}{3}+\frac{p}{4}$ 不是整式

C. π 是单项式　　D. 2π 是一次单项式

12. 把下列代数式写在相应的大括号里：$b+a$，0，-2，a^2bc，$-n$，y^2+2y+1，$\frac{1}{3}p$.

单项式{　　　　　　　　　　}；

多项式{　　　　　　　　　　}；

整　式{　　　　　　　　　　}.

13. 填表：

单项式	系数	次数
$-\frac{3}{28}x^3y^5$		
x^2y		
$-\frac{3ab^2}{2}$		
$-\frac{xy^2}{2}$		

14. 填表：

多项式	次数	项数	最高次数	最高次项系数	常数项
$-\frac{a^2b}{5}+ab-\frac{1}{5}$					
m^3-8m^5+7					
$\frac{1}{7}y^2+\frac{1}{7}$					

15. 把下列各代数式填入在相应的大括号里.

$x-7$，$\frac{1}{3}x$，$4ab$，$\frac{2}{3a}$，$5-\frac{3}{x}$，y，$\frac{s}{t}$，$x+\frac{1}{3}$，$\frac{x}{7}+\frac{y}{7}$，$x^2+\frac{x}{2}+1$，$\frac{m-1}{m+1}$，$8a^3x$，-1.

单项式集合｛　　　　　　　　　　　　｝；

多项式集合｛　　　　　　　　　　　　｝；

整式集合｛　　　　　　　　　　　　｝.

【开放创新点击】

例4　当 m 为何值时，$-0.7x^{0.5m-4}y^2+x^2y-3$ 是四次多项式.

分析　因为 x^2y 和 -3 分别是3次项和常数项，所以只有当 $0.7x^{0.5m-4}y^2$ 是四次项时，才是四次多项式，依题意可知 $0.5m-4+2=4$，于是可求出 m.

解　依题意，得

$0.5m-4+2=4$

$0.5m-2=4$

$0.5m=6$

$m=12$

所以当 $m=12$ 时，$-0.7x^{0.5m-4}y^2+x^2y-3$ 是四次多项式.

点拨　本题的解题关键是依题意列出 $0.5m-4+2=4$.

例5　给出下列算式：$3^2-1^2=8=8\times1$，$5^2-3^2=16=8\times2$，$7^2-5^2=24=8\times3$，$9^2-7^2=32=8\times4$，…，观察，你能发现什么规律？用代数式表示这个规律.

分析　由观察可知,等式的最左边是两个连续奇数的平方差,最右边是8乘以一个数,而且是8乘以一串连续的自然数.

解　$(2n+1)^2-(2n-1)^2=8n$(n为正整数).

点拨　本题是规律探索题,是当前中考的热点.

【自主探究平台】

1. 已知多项式$-3x^2y^{m+1}+x^3y-\frac{1}{3}x^4-1$是五次四项式,且单项式$\frac{8}{5}a^{3n}b^{3-m}c$的次数与多项式的次数相同,求$n$的值.

2. 对 2×2 数表定义平方运算,法则是$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a^2+bc & ab+bd \\ ac+cd & bc+d^2 \end{pmatrix}$,计算$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}^2$的结果.

3. 一个人上山和下山的路程都为s,如果上山的速度为v_1,下山的速度为v_2,那么此人上山和下山的平均速度为多少?

2. 整式的加减

【新课标导航点】

一、知识要点

1. 数的表示法

如a、b分别表示一个两位数的个位数字和十位数字，则这个两位数表示为：$10b+a$；又如：a、b、c分别表示一个三位数的个位、十位、百位数字，那么这个三位数表示为：$100c+10b+c$.

2. 整式加减的法则

整式的加减实际上就是合并同类项. 即字母和字母的指数不变，系数相加减；整式加减运算的结果仍然是整式.

3. 整式加减的步骤

有括号先去括号再合并同类项.

二、重点难点

本节的重点是整式的加减法则，也是本节的难点.

三、学法建议

学习本节内容要在巩固合并同类项和去括号法则知识的基础上，不断经历用字母表示数量关系的过程，发展符号感，要会进行整式的加减运算，并能说明和熟悉其中的理，通过独立思考与讨论发现数量关系，归纳运算法则及运算步骤.

【经典题速递站】

例1 已知$A=x^2-2x-3$，$B=2x^2-5$，$C=\frac{1}{2}x^2-7x-6$，求$2A+B-4C$.

分析 本题要求2倍A式与B式的和再与4倍的C式的差，A式、B式、C式都是整体，在代入时应加括号、在化简时再去掉括号.

解
$$\begin{aligned}2A+B-4C&=2(x^2-2x-3)+(2x^2-5)-4\left(\frac{1}{2}x^2-7x-6\right)\\&=2x^2-4x-6+2x^2-5-2x^2+28x+24\\&=2x^2+24x+13\end{aligned}$$

点拨 括号前面不是单一的“＋”号或“－”号，去括号时，可以利用乘法的分配律. 利用乘法分配律要注意带着性质符号，再去掉括号.

例2 已知$(2a+b+3)^2+|b-1|=0$，求$5a+\{-2a-3[2b+(3a-2b-1)-8-a]+1\}$的值.

分析 平方数和绝对值均为非负数，非负数的和为0，由题意可知，$2a+b+3=0$，$b-1=0$，由此可求出a、b的值，再代入化简后的多项式中求值.

解 因为$(2a+b+3)^2+|b-1|=0$

所以 $2a+b+3=0 \quad b-1=0$

所以 $a=-2 \quad b=1$

$5a+\{-2a-3[2b-8+(3a-2b-1)-a]+1\}$

$=5a+\{-2a-3[2b-8+3a-2b-1-a]+1\}$

$=5a+\{-2a-3[2a-9]+1\}$

$=5a+\{-2a-6a+27+1\}$

$=5a-2a-6a+28$

$=-3a+28$

当 $a=-2, b=1$ 时，原式 $=-3(-2)+28=34$.

点拨 非负数的和为0，现阶段可分为三种情况：一是平方数的和为0；二是绝对值的和为0；三是平方数与绝对值的和为0；不论哪种情况，各非负数均必为0.

【高能力演练场】

1. 已知 x、y 互为倒数，a、b 互为相反数，则 $xya+b+x^2y^2=$________.

2. 一本书第一天看了 x 页，第二天看的页数比第一天看的页数的2倍少25页，第三天看的页数比第一天看的一半多42页，三天刚好看完这本书，用含 x 的代数式表示这本书的页数是________.

3. 三个连续奇数的和为69，则最大的一个数是________.

4. 若 $A=x^2-2xy+y^2, B=x^2+2xy+y^2$，则 $4xy=$________.

5. 如果一个长方形的周长是 $4m-2n$，其中一边的长是 $2m+n$，则另一边的长为________.

6. 已知小明的年龄是 m 岁，小红的年龄比小明的年龄的2倍少4岁，小华的年龄比小红的年龄的 $\frac{1}{2}$ 还多1岁，则小明比小华大________岁.

7. 三角形的周长为48，第一边的长 $3a+2b$，第二边的2倍比第一边少 $a-2b+2$，则第三边的长是________.

8. 大客车上原有 $(3a-b)$ 人，中途下车一半人，又上车若干人，使车上共有乘客 $(8a-5b)$ 人，则上车乘客是________人.

9. 当 $x=-3$ 时，代数式 ax^5+bx^3+cx-5 的值是7，那么当 $x=3$ 时，此代数式的值是________.

10. 减去 $-2x$ 等于 $6x^2+3x-9$ 的代数式是________.

11. 三个抽屉共有扑克 a 张，第一个抽屉装有 $\frac{a}{5}$ 张，第二个抽屉装有 $\frac{na}{7}$ 张（n 为正整数），如果第三个抽屉装有303张，那么 $n=$________，$a=$________.

12. 电影院第一排有 a 个座位，后面每排都比前面一排多一个座位. 若第 n 排有 m 个座位，那么 $m=$________. 若电影院前 n 排共有 s 个座位，那么 $s=$________.

【开放创新点击】

例3 求 $2|a^2-1|+2a^2-a$ 是几次几项式.

分析 要求结论必须将 $|a^2-1|$ 中的绝对值符号去掉,而要去掉绝对值符号则必须考虑 a^2-1 的符号.易知:当 $a<-1$ 或 $a>1$ 时,$a^2-1>0$;当 $a=\pm1$ 时,$a^2-1=0$;当 $-1<a<1$ 时,$a^2-1<0$.

解 当 $a<-1$ 或 $a>1$ 时,则 $a^2-1>0$.

$2|a^2-1|+2a^2-a=2(a^2-1)+2a^2-a=2a^2-2+2a^2-a=4a^2-a-2$

所以原式是二次三项式;

当 $a=1$ 时,$2|a^2-1|+2a^2-a=1$.

当 $a=-1$ 时,$2|a^2-1|+2a^2-a=3$.

所以当 $a=\pm1$ 时,原式为常数.

当 $-1<a<1$ 时,$a^2-1<0$.

$2|a^2-1|+2a^2-a=-2(a^2-1)+2a^2-a=-2a^2+2+2a^2-a=-a+2$

所以原式是一次二项式.

点拨 对于绝对值中含有字母的题,若去掉绝对值,则必须要考虑所含字母的取值范围,而该范围的确定,必须借助绝对值中整体的符号,再确定字母的取值范围.

例4 由于看错了运算符号,某学生把一个整式减去多项式 $ab-2bc+3ac$ 误认为加上这个多项式,结果得出答案是 $2bc-3ac+2ab$,求原题的正确答案.

分析 此题应分步考虑,先求出整式,再求原题的正确答案,而求整式是解决本题的关键.

解 所求的整式为:

$(2bc-3ac+2ab)-(ab-2bc+3ac)$

$=2bc-3ac+2ab-ab+2bc-3ac$

$=4bc-6ac+ab$

∴原题的正确答案是:

$4bc-6ac+ab-(ab-2bc+3ac)$

$=4bc-6ac+ab-ab+2bc-3ac$

$=6bc-9ac$

点拨 在求整式时应用到加减互逆运算的知识,在列算式时,要注意减去一个多项式,必须把这个多项式用括号括起来,被减式可用括号也可不用括号.

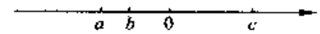
【自主探究平台】

1. 小红到厨房帮助妈妈切葱条,她把 n 根葱条放整齐后,从正中一刀切断,使 n 根变成了 $2n$ 根,再把这 $2n$ 根放整齐后从正中又一刀切断……如此进行下去,当小红切第五刀时,原来的 n 根葱条变成了______节葱条.

2. 当 $x=1,y=-1$ 时,$ax+by-3=0$.那么当 $x=-1,y=1$ 时,$ax+by-3=$______.

3. 若 $m=-1998$，则 $|m^2+11m-999|-|m^2+22m+999|+20=$______.

4. 有理数 a、b、c 在数轴上的位置如图所示，则代数式 $|a|-|a+b|+|c-a|+|b-c|$ 化简后的结果为______.

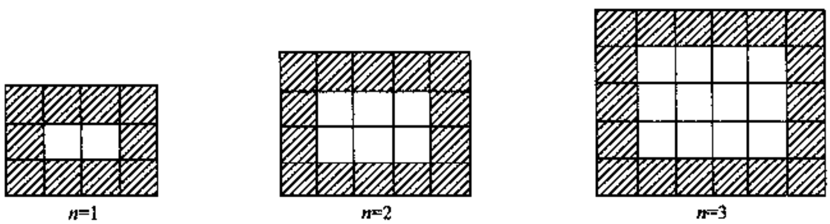


第4题

5. 已知一个三角形的第一个角是 $(4a-10)$ 度，第二个角是 $(5a+10)$ 度，它的第三个角的度数为______；当 $a=15$ 时，三个内角分别为______.

6. x 表示一个两位数，y 表示一个三位数，若把 x 放在 y 的左边组成一个五位数记为 m_1，把 y 放在 x 的左边组成的一个五位数记为 m_2，求证：m_1-m_2 是9的位数.

7. 如图，用同样规格的黑白两色的正方形瓷砖铺成长方形地面. 请观察下列图形，并解答有关问题.



(第7题)

(1)设铺设地面所用瓷砖的总块数为 y，则用 n 的代数式表示为 $y=$______；

(2)设共用506块铺成一个长方形地面，其中黑砖4元/块，白砖3元/块，共花费______元购买瓷砖.

3. 同底数幂的乘法

【新课标导航点】

一、知识要点

1. 同底数幂的乘法运算性质

底数不变，指数相加. 如：$5^3\cdot 5=5^{3+1}=5^4=625\quad a^3\cdot a^4=a^{3+4}=a^7$.

2. 幂的意义

几个相同数的乘法，如：$\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}=\left(\frac{1}{7}\right)^4$.

二、重点难点

本节的重点是同底数幂乘法的运算性质，难点是运用同底数幂的乘法解决实际问题.

三、学法建议

学习本节内容要进一步理解幂的意义，发展推理能力和有条理的表达能力. 注意推理运算过程中的每一步的理由，养成独立探究的良好习惯.

【经典题速递站】

例1 计算(1)$2^3\cdot(-2)^4$；(2)$-10^4\cdot 10^5$；(3)$y\cdot y^2\cdot y^3\cdot y$.

分析 (1)因$(-2)^4=2^4$，故$2^3\cdot(-2)^4=2^3\cdot 2^4$. 能运用同底数幂的乘法性质进行运算；(2)因$-10^4\cdot 10^5=-(10^4\cdot 10^5)$而$10^4\cdot 10^5$能运用同底数幂的乘法性质计算；(3)因$y\cdot y^2\cdot y^3\cdot y$的底数均为$y$能运用同底数幂的乘法性质计算.

解 (1)$2^3\cdot(-2)^4=2^3\cdot 2^4=2^{3+4}=2^7=128$；

(2)$-10^4\cdot 10^5=-(10^4\cdot 10^5)=-10^{4+5}=-10^9$；

(3)$y\cdot y^2\cdot y^3\cdot y=y^{1+2+3+1}=y^7$.

点拨 在运用幂的运算性质时，如果底数是一个有理数，一般要计算出结果；但以10为底的幂仍要写成乘方的形式；对于指数是1的字母在相乘时不要漏掉指数1或误认为是0.

例2 已知$2^{2n+1}+4^n=48$. 求n的值.

分析 这是一个指数中含有字母的特殊方程，注意到$2^{2n+1}=2^{2n}\cdot 2$，$4^n=2^{2n}$，从而原方程可变形为$2^{2n}\cdot 2+2^{2n}=48$. 将2^{2n}看成一个未知数，先求出2^{2n}的值为16，进一步可求得$n=2$.

解 因为$2^{2n+1}+4^n=2\cdot 2^{2n}+2^{2n}=3\times 2^{2n}$.

所以原方程可化为：$3\times 2^{2n}=48$.

所以$2^{2n}=16$.

即：$2^{2n}=2^4$.

所以$2n=4$.　$n=2$.

点拨 这里要将2^{2n+1}化成2×2^{2n}是同底数幂的运算性质$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$的逆用. $4=2^2$看起来很简单，在这里却是解题关键，由此$4^n=2^{2n}$，于是左边出现了同类项，合并后方可求解，此题当然也可以这样解：$2^{2n+1}+4^n=2\times 2^{2n}+4^n=2\times(2^2)^n+4^n=2\times 4^n+4^n=3\times 4^n$，于是$3\times$

$4^n=48$，$4^n=16$，$n=2$. 这里 $2^{2n}=(2^2)^n$ 是幂的乘方性质，后节再予以探究.

例3 下列运算中正确的有（　　）.

(1)$x^n\cdot x^n=2x^n$　(2)$x^6+x^6=2x^{12}$　(3)$y^{13}\cdot y=y^{13}$　(4)$(-3)^{10}\cdot(-3)=-3^{11}$

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

分析 (1)把同底数幂的乘法运算与整式加法运算相混淆；(2)把相同幂的加法运算与同底数幂的乘法运算相混淆；(3)把 y 的指数 1 漏掉；(4)别把“－”的运算搞错.

解 选 A.

点拨 在运用同底数幂的运算性质进行同底数幂的计算时，注意三个易混淆易错点. 一是同底数幂乘法与加减法；二是加法与乘法；三是字母指数为 1.

【高能力演练场】

1. 根据幂的意义可推导出幂的乘方运算性质：$(a^m)^n=a^{mn}$. 那么 $(a^4)^2=$________. $(a^5)^3+a^7\cdot a^8=$________.

2. 计算：$27\times3^m=$________.

3. 计算：$(0.5)^{1997}\times2^{1998}=$________.

4. 如果：$2^m=5$　$2^b=3$，则 $2^{m+b}=$________.

5. 在括号里注明各步运算的理由.

$(ab)^4=(ab)(ab)(ab)(ab)$　　（　　　　）

$=(aaaa)\cdot(bbbb)$　　（　　　　）

$=a^4b^4$.　　（　　　　）

6. 计算：$(-a)^3\cdot a^2$ 的结果是（　　）.

A. a^6　　B. $-a^6$　　C. a^5　　D. $-a^5$

7. a^{14}不可以写成（　　）.

A. a^7+a^7　　B. $a^3\cdot a^4\cdot a^5\cdot a^2$

C. $a^5\cdot a^9$　　D. $(-a)\cdot(-a)^{13}$

8. 把 $(a+b)^{2m}\cdot(a+b)^{2(n+1)}\cdot(a+b)^3$ 写成 $a+b$ 的幂的形式为（　　）.

A. $(a+b)^{2m+2n+5}$　　B. $(a+b)^{2m}$　　C. $(a+b)^{2(n-1)}$　　D. $(a+b)^{2m+2n+4}$

9. 如果 $x^{m-3}\cdot x^n=x^2$，那么 n 等于（　　）.

A. $m-1$　　B. $m+5$　　C. $4-m$　　D. $5-m$

10. 下列运算正确的有（　　）.

①$x^3+x^5=x^8$　②$x^5\cdot x^2=x^{10}$　③$a\cdot a^2\cdot a^7=a^9$　④$m^4\cdot m^4=2m^4$

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 0 个

【开放创新点击】

例4 已知 $x^3+x^2+x+1=0$，求 $x^{1993}+x^{1994}+x^{1995}$的值.

分析 由 $x^3+x^2+x+1=0$ 知 $x\neq1$，故 $x-1\neq0$. 在等式 $x^3+x^2+x+1=0$ 两边同乘以 $x-1$ 得 $(x-1)(x^3+x^2+x+1)=0$，即 $x^4-1=0$，故 $x^4=1$. 从而可以将代数式 $x^{1993}+x^{1994}+$

x^{1995}的次数降低.

解　由$x^3+x^2+x+1=0$知$x\neq1$.在等式$x^3+x^2+x+1=0$两边同乘以$(x-1)$,得:$(x-1)(x^3+x^2+x+1)=0$.

$\therefore x^4+x^3+x^2+x-x^3-x^2-x-1=0$

$\therefore x^4=1$

$\therefore x^{1993}+x^{1994}+x^{1995}$

$=(x^4)^{498}\cdot x+(x^4)^{498}\cdot x^2+(x^4)^{498}\cdot x^3$

$=x+x^2+x^3$

$=-1$

点拨　本题巧妙地在等式$x^3+x^2+x+1=0$的两边同时乘以一个不等于0的多项式$x-1$,得到$x^4=1$.利用此结果进行降次,同时逆用了同底数幂的几个运算性质.

例5　已知$a_1,a_2,\cdots,a_n$都是正整数,设$M=(a_1+a_2+\cdots+a_{1990})(a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{1991})$.$N=(a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{1991})(a_1+a_2+\cdots+a_{1992})$.试比较$M$与$N$的大小关系.

分析　要比较两个数的大小,通常采用比差法,因而要设法将M、N化简,再作差.

解　设$a_1+a_2+\cdots+a_{1991}=y$

则$M=(y-a_{1991})\cdot y=y^2-a_{1991}y$

$N=y(y+a_{1992})=y^2+a_{1992}y$

$\therefore M-N=-y(a_{1991}+a_{1992})$

$\because a_1,a_2,\cdots,a_n$都是正数.

$\therefore M-N<0$.

故$M<N$.

点拨　这里根据M、N的特点,设$a_1+a_2+\cdots+a_{1991}=y$是计算上的技巧,这样做可以使复杂的多项式相乘变成单项式乘多项式,其乘法法则是根据乘法分配律而来.

【自主探究平台】

1. $2^{n-2}\cdot(-2)\cdot2^n$的计算结果是________.

2. 已知$a^2\cdot(a^y)^3=a^{11}$.则$y=$________.

3. 设$2^a\cdot27^b\cdot37^c=1998$.其中$a$、$b$、$c$为自然数.则$(a-b-c)^{1998}=$________.

4. 计算:$8\times4^{1998}\times(-0.25)^{1999}$的值等于________.

5. 一个立方体的棱长为2.5×10^2cm,那么这个立方体的体积是________.

6. 已知$3^{3x+1}=81$,则$x=$________.

7. 已知$2^a=3,2^b=6,2^c=12$.那么$2c-(a+b)=$________.

8. 一台计算机每秒可作10^{10}次运算,那么它工作5×10^2秒可作________次运算.