

小学数学补充读本

五年级（下册）

动手动脑

突出课标理念

1 2 3 + 4 5



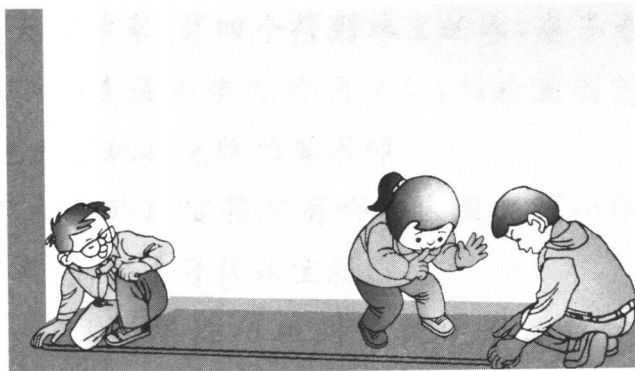
江苏教育出版社
JIANGSU EDUCATION PUBLISHING HOUSE

XIAOXUE SHUXUE BUCHONG DUBEN

小学数学补充读本

五年级(下册)

主 编	孙丽谷	王 林
本册主编	李继海	孙海英
本册编写	谢士锦	李 江
策 划	眭双祥	游建华



江苏教育出版社



喜欢数学,从这里开始

——开头的话

传说,数学家有一个珠宝箱,里面装着数不尽的珠宝,谁得了其中的珠宝,谁就变得非常聪明,成为了了不起的人。

第一个从数学家那里得到珠宝的人,成了有名的哲学家;第二个从珠宝箱拿到珠宝的人,成了编写简谱的音乐家;第三个得到珠宝的人,成了发明浑天仪的天文学家;第四个得到珠宝的人,成了电话发明家……就连最不争气的调皮王,到珠宝箱里摸了一下,也成了玩扑克牌的魔术师。

“神秘的珠宝箱里有哪些宝贝呢?”小学生华华日思夜想,要去寻找珠宝箱。

一天,华华恰巧碰到了数学家。数学家满足了华华的要求,立刻打开珠宝箱。奇怪,箱子里除了阿拉伯数字和各种数学符号外,别的什么也没有,华华十分失望。数学家笑着说:“孩子,一堆砖头乱放着只不过是一堆垃圾,但如果善于组合,就

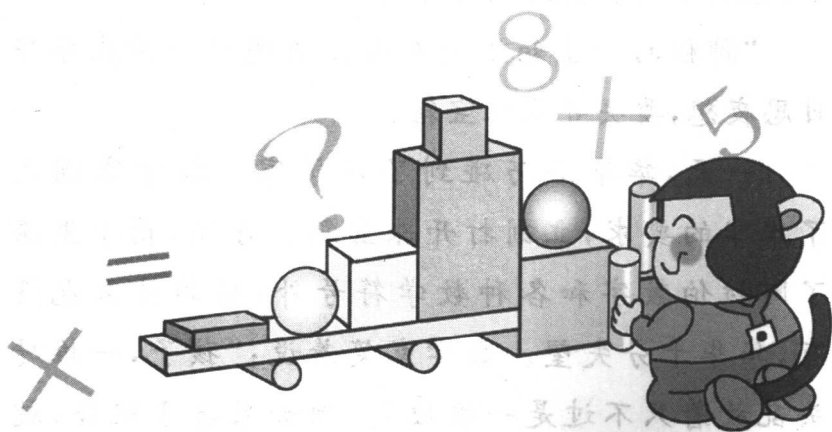


能变成美丽壮观的大厦。同样,你如果善于运用这些阿拉伯数字和符号,它们就能变出无穷无尽的财宝!”

《小学数学补充读本》就是这样的—个“珠宝箱”。这个箱里的“阅读与欣赏”提供你阅读的好文章,让你品尝数学的甜滋美味;“思路与方法”向你介绍学习思考的好例题,让你吸取数学的丰富营养;“游戏与活动”向你介绍动手动脑的好材料,让你体验数学的神奇奥妙;“探索与应用”向你提出探索研究的好习题,让你自主探索数学的方法和策略。

这里,你可以轻轻松松地阅读,快快乐乐地思考,高高兴兴地活动,开开心心地解题。

喜欢数学、喜欢学习,就从这里开始。



目

录

一、巧求平均数 1

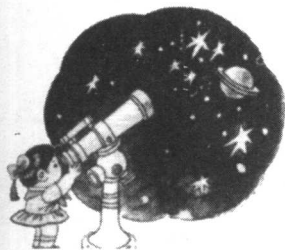
二、行程问题 15

三、流水问题 25

四、周长与面积 ... 35

五、长方体和正
方体 48

六、分解质因数 ... 58



七、有趣的约数 67

八、巧用公倍数 77

九、加法原理 85

十、乘法原理 94

十一、还原问题 ... 103

十二、找规律 114

《探索与应用》参考答案
..... 124



一、巧求平均数



阅读与欣赏

为什么要去掉最高分

在一些需要评委打分的比赛中，我们常常可以听到这样的话：“去掉一个最高分，去掉一个最低分，某某选手的得分为……”为什么要去掉最高分和最低分呢？这是为了防止个别评委出于某种特殊原因，故意打高分，或故意打低分，从而使比赛不公平。所以，为了公平、公正，常常要去掉评委打出分数中的最高分和最低分，只取中间一部分的分数。





你也许不知道,这样的规则起源于一种叫“弗劳兹拉夫”的游戏。

很久以前,在波兰,有一个叫弗劳兹拉夫的地方,这里曾经风靡过一种奇特的游戏。所有参加游戏的人都可以根据自己的感觉,猜测某种东西的高度、重量等。如猜测外星人的身高、体重,也可以猜测正在建设中的建筑物的高度(竣工后的高度)……总之,这些要猜测的内容是无法测量,或暂时无法确定的,只能凭自己的感觉。每个游戏者把答案和自己的名字写在纸上,然后把所有的答案加起来,求出平均数。最后,谁的答案最接近这个平均数,谁就获胜。这种游戏在当时被叫做“弗劳兹拉夫游戏”。

由于这种游戏操作起来很简单,规则也不复杂,因此,常常被一些人用来作为赌博的手段。因为参与游戏的人多了,而且又与赌博挂上了钩,就有人千方百计去作弊。你有没有注意到,在这则游戏中,如果有两个人预先合作,串通作弊,那么,他们获胜的机会将大大增加。

举个例子来说明。

先来看看没有作弊的游戏。假设有 10 人参加这种游戏,游戏的内容为猜测外星人的身高。这 10 个人各自按自己的感觉,对外星人的身高作出如下的猜测:

2 米、2 米、3 米、4 米、5 米、6 米、7 米、8 米、9 米、10 米。

这 10 个答案的平均数是:

$$(2 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) \div 10 = 5.6(\text{米})。$$

这样,答案是 6 米的参加者获胜。因为他的答案和平均数最接近,只相差 0.4 米。

再来看看作弊者的手段。假设刚才的 10 个人中,有两



个串通作弊者：甲和乙。他俩为了确保其中一人获胜，就得想办法满足两个条件，第一个条件是使 10 个答案的平均数落在甲和乙的答案之间；第二个条件是在甲、乙的答案之间不能含有其他人的答案。这样，平均数不是靠近甲的答案就是靠近乙的答案，不可能再靠近其他人的答案。

为了满足第二个条件，也就是保证甲和乙的答案之间不再有别的答案，策略有三种：一是甲和乙的答案相同；二是甲和乙的答案都特别小；三是甲和乙的答案都特别大。为了满足第一个条件，也就是平均数要落在甲和乙的答案之间，作弊者就要运用第三种策略，采取一种反常的做法。例如，甲故意猜大答案，他可以猜 11，为了使平均数比 11 更大，这时乙的答案必须特别大。那么乙猜多大的数呢？一种便捷的策略就是，用甲的答案乘 9，即乙的答案是 $11 \times 9 = 99$ 。这样，即使其他人猜的数不算，甲、乙二人猜的数的和就已达 $11 + 99 = 110$ （米），10 个人平均分这个数，每人就已达 11，再算上其他人猜的数，肯定平均数比 11 大，这样就满足确保他们两人中一个人获胜的两个条件。例如刚才 10 人中猜 9 米和 10 米的两人分别为串通作弊者中的甲和乙，现在 10 个人答案的平均数为：

$$(2 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 11 + 99) \div 10 = 14.7 \text{ (米)}。$$

于是甲的答案最接近平均数，因而获胜。

看清了作弊者的手段，就能想到对付作弊者的方法。所以，在求平均数时只要去掉一个（或两个）最高分，就会得到比较公正的结果。至于去掉一个（或两个）最低分，当然也是为了公正。



竞选军师

狮子大王决定高薪招聘一名军师,以挽回走兽在与飞禽的大战中连连失利的局面。熊、牛和狐狸闻讯后,立刻赶来应聘。

为了能选出有心计的军师,也为了证明当军师确实能拿到高薪,狮王按照事先策划好的计谋,拿出一打金币(“一打”等于 12),对熊、牛和狐狸说:“这 12 块金币,是专门赏给你们三位的。你们怎么分配我不管,但分配方案必须做到少数服从多数,也就是说,一种分配方案只要有两个人同意,就算通过。不许使用武力或以武力相威胁。”



熊、牛和狐狸很高兴。素以憨厚著称的牛提议说:“既然狮王赏给我们的金币是 12 块,我看最公平的办法是平均分,各拿 4 块。”

没人响应牛的分配方案。

贪心的熊很想多拿一点,就对牛说:“不如我俩分算了,我得 7 块,你得 5 块,这样你就可以比三人一起平均分多拿 1 块。”



善良的牛心中暗想：我多拿1块固然好，可狐狸老弟不是1块也拿不到了吗？牛有些犹豫，到底该不该同意熊的分配方案？

听罢熊的话，狐狸心里十分着急，只要牛一点头，熊的分配方案就立即生效。然而，狐狸却不动声色地对牛说：“如果你愿意同意我的分配方案，那么，你将得到9块金币，我宁肯少分一点，拿3块金币算了。”

牛有些感动了，狐狸老弟真够朋友！可是，如果同意狐狸的分配方案，不就显得自己太贪心了吗？牛拿不定主意，到底该不该同意狐狸的分配方案？

狐狸的分配方案一出台，熊即刻慌了神，他生怕牛赞成狐狸的分配方案，赶忙对狐狸说：“老弟，还是我俩来分配吧！你得5块，不仅比你 and 牛在一起时要分得多，而且也比三人一起分的平均数要分得多。我也不想再多拿了，继续维持原来的7块不变。”

“你听见熊的建议了吗？”狐狸对牛说，“如果我同意熊的分配方案，那么，你将1块金币都得不到。”

牛气愤地瞪了熊一眼。

“这样吧，”狐狸故作神秘地贴近牛的耳边说，“假若你想要得到金币并报复一下熊的话，就和我合作，我保证你拿到两块金币。”

“对，教训教训这个贪心的家伙！”牛没有多想，立刻同意了狐狸的提议。分配方案产生了：狐狸分得10块金币，牛分得2块金币。

凭着机智狡黠，狐狸不仅得到了绝大多数金币，还因此赢得狮王的赏识，做了一名高薪者——军师。



思路与方法

问题 1 五(1)班第一小组七个同学测量身高,有两个同学的身高都是 153 厘米,有一个同学的身高是 152 厘米,有两个同学的身高是 149 厘米,还有两个同学的身高是 147 厘米。这个小组同学的平均身高是多少厘米?

这样想:根据求平均数的一般方法,可以先求出这个小组同学身高的总和,再用身高的总和除以总人数。

$$\begin{aligned}& (153 \times 2 + 152 + 149 \times 2 + 147 \times 2) \div 7 \\&= 1050 \div 7 \\&= 150(\text{厘米})\end{aligned}$$

即这个小组同学的平均身高是 150 厘米。

这道题我们还可以用设“基数”的方法来解答。设其中最矮的同学的身高 147 为基数,先求出其他身高数与基数的差,再求出这些差的平均数,最后加上基数。即 $147 + (6 \times 2 + 5 + 2 \times 2) \div 7 = 147 + 3 = 150(\text{厘米})$ 。

你觉得还可以设其他同学的身高数为基数吗?试一试吧!

问题 2 甲、乙两地相距 60 千米,一辆汽车从甲地开往乙地,每小时行 20 千米。到达乙地后,又从乙地沿原路返回甲地,每小时行 30 千米。这辆汽车往返甲、乙两地的平均速度是多少?

这样想:我们知道,速度 = 路程 $\div$ 时间。这道题求汽车往返甲、乙两地的平均速度,应该用往返甲、乙两地的总路程除以往返的总时间。

$$60 \times 2 \div (60 \div 20 + 60 \div 30) = 120 \div 5 = 24(\text{千米})$$



这辆汽车往返甲、乙两地的平均速度是每小时 24 千米。

注意:有的同学在做这道题时,错误地列式为 $(20 + 30) \div 2 = 25$ (千米)。这样求出的是往返速度的平均数,而不是往返的平均速度。所以,同学们要明确,平均速度与速度的平均数是两个不同的概念。

我们还可以深入思考,由于用较高的速度(每小时 30 千米)行驶的时间少,用较低的速度(每小时 20 千米)行驶的时间多,所以全程的平均速度(每小时 24 千米)就比两个速度的平均数(每小时 25 千米)小。如果用较高的速度行驶的时间多,用较低的速度行驶的时间少,那么全程的平均速度就会比两个速度的平均数大。如果用较高速度和用较低速度行驶的时间相等,那么全程的平均速度就等于两个速度的平均数。

问题 3 三(1)班原来有女生 20 名,这些女生的平均体重是 38.8 千克。后来又转来 2 名女生,这 2 名女生的体重分别是 38 千克和 44 千克。现在这个班女生的平均体重是多少?

这样想:原来有 20 名女生,加上转来 2 名女生,现在有女生 22 人,先求 22 人体重的总和,再用体重总和除以总人数。

$$\begin{aligned}& (38.8 \times 20 + 38 + 44) \div (20 + 2) \\&= 858 \div 22 \\&= 39(\text{千克})\end{aligned}$$

现在这个班女生的平均体重是 39 千克。

还可以用“移多补少”的方法来解答。原来 20 名女生的平均体重是 38.8 千克,就以这个数为基数,转来的 2 名中,一个体重是 38 千克,比 38.8 千克少 $38.8 - 38 = 0.8$ (千克);转来的另一名女生体重 44 千克,比 38.8 千克多 $44 - 38.8$



$= 5.2$ (千克)。从 5.2 千克里先拿出 0.8 千克给 38 千克的同学,使她达到原来全班女生的平均体重。 5.2 千克去掉 0.8 千克还余下 $5.2 - 0.8 = 4.4$ (千克),把这 4.4 千克平均分成 22 份,每份是 $4.4 \div 22 = 0.2$ (千克)。再把这 0.2 千克补到原来的平均体重上,就可得到现在这个班女生的平均体重了。即

$$\begin{aligned} & 38.8 + [(44 - 38.8) - (38.8 - 38)] \div 22 \\ &= 38.8 + [5.2 - 0.8] \div 22 \\ &= 38.8 + 4.4 \div 22 \\ &= 38.8 + 0.2 \\ &= 39 \text{ (千克)} \end{aligned}$$

问题 4 小华上学期期末考试成绩是:语文和数学两科平均分是 94 分,数学和外语两科平均分是 88 分,外语和语文两科平均分是 86 分。小华上学期期末考试语文、数学、外语各得了多少分?

这样想:根据语文、数学、外语每两科成绩的平均分,可推知:语文数学两科共得 $94 \times 2 = 188$ (分),数学和外语两科共得 $88 \times 2 = 176$ (分),外语和语文两科共得 $86 \times 2 = 172$ (分)。上述三个总分的和是 $188 + 176 + 172 = 536$ (分),这 536 分正好是语文、数学、外语这三科总分的 2 倍,由此可推知语文、数学、外语三科的总分是 $536 \div 2 = 268$ (分)。根据三科的总分和其中两科的总分,就可求出另一科的成绩。计算过程如下:

$$94 \times 2 = 188 \text{ (分)}$$

$$88 \times 2 = 176 \text{ (分)}$$

$$86 \times 2 = 172 \text{ (分)}$$

$$(188 + 176 + 172) \div 2 = 536 \div 2 = 268 \text{ (分)}$$

$$268 - 188 = 80 \text{ (分)} \cdots \cdots \text{外语成绩}$$



$$268 - 176 = 92(\text{分}) \cdots \cdots \text{语文成绩}$$

$$268 - 172 = 96(\text{分}) \cdots \cdots \text{数学成绩}$$

也可以这样想:根据语文和数学共得 $94 \times 2 = 188(\text{分})$, 数学和外语共得 $88 \times 2 = 176(\text{分})$, 可知语文和外语的得分不同, 语文比外语多得 $188 - 176 = 12(\text{分})$ 。又因为语文和外语共得 $86 \times 2 = 172(\text{分})$, 如果假设外语成绩比实得分多 12 分, 那么语文和外语的成绩就相等了, 这两科共得 $172 + 12 = 184(\text{分})$, 由此可推知语文成绩是 $184 \div 2 = 92(\text{分})$ 。外语成绩是 $92 - 12 = 80(\text{分})$ 。

当然, 也可以假设语文比实得分少 12 分, 这样, 语文和外语的成绩之和就是 $172 - 12 = 160(\text{分})$, 由此可推知外语成绩是 $160 \div 2 = 80(\text{分})$, 语文成绩是 $80 + 12 = 92(\text{分})$ 。计算过程如下:

$$94 \times 2 - 88 \times 2 = 188 - 176 = 12(\text{分})$$

$$(86 \times 2 + 12) \div 2 = 184 \div 2 = 92(\text{分}) \cdots \cdots \text{语文成绩}$$

$$94 \times 2 - 92 = 188 - 92 = 96(\text{分}) \cdots \cdots \text{数学成绩}$$

$$88 \times 2 - 96 = 176 - 96 = 80(\text{分}) \cdots \cdots \text{外语成绩}$$

$$\text{或 } 92 - 12 = 80(\text{分}) \cdots \cdots \text{外语成绩}$$

$$88 \times 2 - 80 = 176 - 80 = 96(\text{分}) \cdots \cdots \text{数学成绩}$$

还可以这样想: 语文、数学两门分数之和是 $94 \times 2 = 188(\text{分})$, 数学、外语分数之和是 $88 \times 2 = 176(\text{分})$ 。显然, $188 + 176 = 364(\text{分})$ 正好是语文、外语分数之和加上数学分数的 2 倍。

因为语文、外语分数之和是 $86 \times 2 = 172(\text{分})$, 所以数学分数的 2 倍就是 $364 - 172 = 192(\text{分})$, 由此可得数学分数是 $192 \div 2 = 96(\text{分})$ 。再根据语文、数学成绩之和, 可求出语文成绩; 根据数学、外语成绩之和或语文、外语成绩之和, 可求



出外语成绩。计算过程如下：

$$(94 \times 2 + 88 \times 2 - 86 \times 2) \div 2 = 192 \div 2 = 96(\text{分})$$

…… 数学成绩

$$94 \times 2 - 96 = 188 - 96 = 92(\text{分}) \cdots \cdots \text{语文成绩}$$

$$88 \times 2 - 96 = 176 - 96 = 80(\text{分}) \cdots \cdots \text{外语成绩}$$

问题 5 少年歌手大奖赛的裁判小组由若干人组成。每名裁判员给歌手的最高分不超过 10 分。第一名歌手演唱后的得分情况是：全体裁判员所给分数的平均分是 9.64 分；如果去掉一个最高分，则其余裁判员所给分数的平均分是 9.60 分；如果去掉一个最低分，则其余裁判员所给分数的平均分是 9.68 分。那么，所有裁判员所给分数中的最低分最少可以是多少分？这次大奖赛的裁判员最多共有多少名？

这样想：与全体裁判员所给分数的平均分相比，去掉最高分，平均分下降的分数是 $9.64 - 9.60 = 0.04(\text{分})$ ；去掉最低分，平均分上升的分数也是 0.04 分 ($9.68 - 9.64$)，这表明最高分与最低分的平均值是 9.64。因为最高分最高可以是 10 分，所以最低分最少可以是 $9.64 \times 2 - 10 = 9.28(\text{分})$ 。

如果最低分是 9.28 分，那么它比平均分 9.64 低 $9.64 - 9.28 = 0.36(\text{分})$ ；去掉最低分时其余裁判所给分数的平均分是 9.68 分，不去掉最低分，全体裁判的平均分是 9.64 分，这就是说，为了使最低分达到 9.64 分，其余的每位裁判都要补给最低分 $9.68 - 9.64 = 0.04(\text{分})$ ，可见这 0.36 分是由 $0.36 \div 0.04 = 9$ （名）裁判给补上的，则裁判员总数为 $9 + 1 = 10(\text{名})$ 。

如果最高分比 10 分少，那么最低分就要比 9.28 分多。假设最高分是 9.8 分，那么最低分就为 $9.64 \times 2 - 9.8 = 9.48(\text{分})$ ，它比平均分低 $9.64 - 9.48 = 0.16(\text{分})$ ，为使



最低分达到 9.64 分,其余每位裁判仍然应补给最低分 $9.68 - 9.64 = 0.04$ (分),所以这 0.16 分是由 $0.16 \div 0.04 = 4$ (名)裁判员给出的,则裁判员总数只有 $4 + 1 = 5$ (名)。

从以上分析可以看出,这次大奖赛的裁判员最多一共有 10 名。

解答这道题目的算式是:

$$\begin{aligned}
 & 9.64 \times 2 - 10 \\
 &= 19.28 - 10 \\
 &= 9.28(\text{分}) \\
 & (9.64 - 9.28) \div (9.68 - 9.64) + 1 \\
 &= 0.36 \div 0.04 + 1 \\
 &= 9 + 1 \\
 &= 10(\text{名})
 \end{aligned}$$



游戏与活动

1. 三个水桶

有三个无刻度的水桶 A、B、C。它们的容量分别为 10 升、7 升、3 升。现在 A 中装满了水,只用这三个水桶把 A 中的 10 升水平均分成两份,怎样分操作次数最少?





自己动手分一分。

下面的分法供参考。

用符号 (a, b, c) 表示操作过程中某次操作后 A、B、C 水桶装水的情况(其中 a, b, c 依次是 A、B、C 中装水的升数),那么次数最少的操作过程如下:

$(10, 0, 0) \xrightarrow{\text{用 A 注满 B}} (3, 7, 0)$
 $\xrightarrow{\text{用 B 注满 C}} (3, 4, 3) \xrightarrow{\text{把 C 全注入 A}} (6, 4, 0)$
 $\xrightarrow{\text{用 B 注满 C}} (6, 1, 3) \xrightarrow{\text{把 C 全注入 A}} (9, 1, 0)$
 $\xrightarrow{\text{把 B 注入 C}} (9, 0, 1) \xrightarrow{\text{用 A 注满 B}} (2, 7, 1)$
 $\xrightarrow{\text{用 B 注满 C}} (2, 5, 3) \xrightarrow{\text{把 C 全注入 A}} (5, 5, 0)$

总共操作 9 次。

2. 分卡片

25 张卡片,上面分别写着 1~25 这 25 个自然数。

(1) 能不能把这 25 张卡片平均分成 5 组,使每组都有一张卡片上的数恰好等于本组其他 4 张卡片上的数的和?

(2) 能不能把这 25 张卡片平均分成 5 组,使每组 5 张卡片上的数的和都相等?

如果能,请给出一种分法。如果不能,请说明理由。

可以自己独立做,也可以找几位同学共同写好卡片分一分。然后阅读下文,看看与自己的操作结果是否相同。

(1) 不能。理由如下:

如果能的话,每组 5 张卡片上的数相加,和一定是偶数(是 5 张中最大数的 2 倍)。5 组数的和(5 个偶数相加之和)也是偶数。而事实上 5 组数的和是 $1 + 2 + 3 + \cdots + 24$