21世纪高职高专规划教材

公共基础系列

概率论与数理统计

甘健胜　编著

$P(A|B)$

$E(X)$

清华大学出版社
http://www.tup.tsinghua.edu.cn
北京交通大学出版社
http://press.bjtu.edu.cn

21世纪高职高专规划教材·公共基础系列

概率论与数理统计

甘健胜　编著

清华大学出版社
北京交通大学出版社
·北京·

内容简介

本书共分10章：随机事件及其概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征、常用分布及其应用、大数定律与中心极限定理、样本分布、参数估计、假设检验、方差分析、回归分析。各个章节内容简明扼要，各知识点通过大量浅显易懂的示例进行介绍，便于理解和掌握所学知识在实际中的应用。每章后归纳该章内容概要、常用术语和常用公式，有助于学生总体上对本章各知识点的掌握。每节后均配有针对该节内容的思考与练习，书后附有全部练习题的参考答案。

本书适用于高等职业学校、高等专科学校、成人高校及本科院校举办的二级职业技术学院和民办高校的数学教学用书或教学参考书。

图书在版编目（CIP）数据

概率论与数理统计/甘健胜编著．—北京：清华大学出版社；北京交通大学出版社，2005.1
（21世纪高职高专规划教材·公共基础系列）
ISBN 7－81082－443－0

Ⅰ．概…　Ⅱ．甘…　Ⅲ．①概率论－高等学校：技术学校－教材　②数理统计－高等学校：技术学校－教材　Ⅳ．O21

中国版本图书馆CIP数据核字（2004）第108145号

责任编辑：吴嫦娥
出 版 者：清华大学出版社　邮编：100084　电话：010－62776969
　　　　　北京交通大学出版社　邮编：100044　电话：010－51686414
印 刷 者：北京瑞达方舟印务有限公司
发 行 者：新华书店总店北京发行所
开　　本：185×230　印张：21.5　字数：482千字
版　　次：2005年1月第1版　2006年1月第2次印刷
书　　号：ISBN 7－81082－443－0/O·20
印　　数：4 001～7 000册　定价：28.00元

本书如有质量问题，请向北京交通大学出版社质监组反映。对您的意见和批评，我们表示欢迎和感谢。
投诉电话：010－51686043，51686008；传真：010－62225406；E-mail:press@center.bjtu.edu.cn。

出 版 说 明

高职高专教育是我国高等教育的重要组成部分，它的根本任务是培养生产、建设、管理和服务第一线需要的德、智、体、美全面发展的高等技术应用型专门人才，所培养的学生在掌握必要的基础理论和专业知识的基础上，应重点掌握从事本专业领域实际工作的基本知识和职业技能，因而与其对应的教材也必须有自己的体系和特色。

为了适应我国高职高专教育发展及其对教学改革和教材建设的需要，在教育部的指导下，我们在全国范围内组织并成立了“21 世纪高职高专教育教材研究与编审委员会”（以下简称“教材研究与编审委员会”）。“教材研究与编审委员会”的成员单位皆为教学改革成效较大、办学特色鲜明、办学实力强的高等专科学校、高等职业学校、成人高等学校及高等院校主办的二级职业技术学院，其中一些学校是国家重点建设的示范性职业技术学院。

为了保证规划教材的出版质量，“教材研究与编审委员会”在全国范围内选聘“21 世纪高职高专规划教材编审委员会”（以下简称“教材编审委员会”）成员和征集教材，并要求“教材编审委员会”成员和规划教材的编著者必须是从事高职高专教学第一线的优秀教师或生产第一线的专家。“教材编审委员会”组织各专业的专家、教授对所征集的教材进行评选，对所列选教材进行审定。

目前，“教材研究与编审委员会”计划用 2～3 年的时间出版各类高职高专教材 200 种，范围覆盖计算机应用、电子电气、财会与管理、商务英语等专业的主要课程。此次规划教材全部按教育部制定的“高职高专教育基础课程教学基本要求”编写，其中部分教材是教育部《新世纪高职高专教育人才培养模式和教学内容体系改革与建设项目计划》的研究成果。此次规划教材按照突出应用性、实践性和针对性的原则编写并重组系列课程教材结构，力求反映高职高专课程和教学内容体系改革方向；反映当前教学的新内容，突出基础理论知识的应用和实践技能的培养；适应“实践的要求和岗位的需要”，不依照“学科”体系，即贴近岗位，淡化学科；在兼顾理论和实践内容的同时，避免“全”而“深”的面面俱到，基础理论以应用为目的，以必需、够用为度；尽量体现新知识、新技术、新工艺、新方法，以利于学生综合素质的形成和科学思维方式与创新能力的培养。

此外，为了使规划教材更具广泛性、科学性、先进性和代表性，我们希望全国从事高职高专教育的院校能够积极加入到“教材研究与编审委员会”中来，推荐“教材编审委员会”成员和有特色的、有创新的教材。同时，希望将教学实践中的意见与建议，及时反馈给我们，以便对已出版的教材不断修订、完善，不断提高教材质量，完善教材体系，为社会奉献更多更新的与高职高专教育配套的高质量教材。

此次所有规划教材由全国重点大学出版社——清华大学出版社与北京交通大学出版社联合出版，适合于各类高等专科学校、高等职业学校、成人高等学校及高等院校主办的二级职业技术学院使用。

21 世纪高职高专教育教材研究与编审委员会

2005 年 1 月

前　言

概率论与数理统计是探讨广泛存在的随机现象规律性及其应用的数学学科，其分析与解决问题的方法直接指导人们的研究与实践。因此，在科学研究、工程技术与经济管理等方面都有广泛的应用，甚至在比较系统学习概率论与数理统计知识之前，人们在日常生活和实践中就已经自觉或不自觉地应用这一数学方法分析和解决实际问题了。

概率论与数理统计是学习许多专业课程重要的数学基础，它的理论比较抽象，往往成为高职高专基础课教学的难点。按照高职高专对概率论与数理统计教学的基本要求，结合学生实际，编写了本教材内容。

本教材主要有以下优点。

1. 通俗易懂

结合教学要求与学生实际，在教材内容处理上力求通俗易懂，深入浅出。

在介绍基本理论、基本方法和重要定理时，没有采用传统的严谨数学论证方法，而是采用浅显易懂的描述方法。虽然这样处理貌似降低了数学的严谨性，实则增加了教材内容的可读性。

基本概念的引入往往从例题介绍中归纳提出，目的是增加对基本概念的感性认识。对教材重点与难点尽可能采用通俗易懂、简洁明了的语言进行比较详细的分析，这样便于更好地理解和掌握有关基本概念和基本方法，理清思路，把握要点。

对于书中的常用结论，有些证明过程比较复杂，本书放在章后的练习中，并在习题参考答案中给出证明。这样，一方面有利于教材内容的完整，另一方面也有利于教学双方的选择。

本教材对假设检验方法步骤进行了规范。按照这一步骤进行训练后，有利于学生解题有一个统一的格式，这对教与学都有益。

2. 重在应用

概率论与数理统计是一门实践性非常强的学科。本教材在教学内容上突出了实际应用。

按照高职高专教学要求，在教材内容选择上突出了实用性。书中的许多例题与习题就是来自现实社会经济生活与管理中的问题，其解决方法带有普遍的适用性，学习中应当注意触类旁通。弄清教材例题与习题也有助于掌握概率论与数理统计基本方法及其应用。

按照高职高专教学要求，注重学生对基本概念的理解和常用公式的熟练应用，因此习题中一般不安排证明题。为了更好地掌握概率论与数理统计基本知识，每一章节内容都配有一定量针对性较强的练习，以巩固所学内容。对于所有的思考与练习，本书都附有参考答案。这样既有利于学生自学自查对知识点的掌握和理解，又拓宽解题思路，使所学的知识能够融

会贯通。

3．模块编排

按照后续专业课对概率论与数理统计内容的基本要求，采用模块编排，内容起点适中，重点突出，层次分明，便于进行选择性教学。

由于不同专业课对概率论与数理统计知识要求不同，教学课时也会有所差异。教材各个章节内容具有一定的相对独立性，因此根据不同需要进行一些选择并不影响后续章节的教学。部分教学内容也可采用计算机进行实验教学。

综上所述，本教材力求做到语言简洁、条理清楚、浅显易懂，便于自学。它适用于高等职业学校、高等专科学校、成人高校，以及本科院校举办的二级职业技术学院和民办高校的数学教学用书或教学参考书。对于广大自学者也是一本十分有益的参考书。

本书在编写过程中广泛参考了国内外教材和书籍，借鉴和吸收了其他同行的研究成果，在此表示衷心感谢；感谢北京交通大学出版社，特别要感谢吴嫦娥编辑以认真负责工作态度，为本书出版所付出的辛勤劳动；感谢郑义建副教授对本书初稿进行认真审阅，对教材编写提出许多宝贵的意见与建议；感谢教研室同事在教材试用中提出的各种建议。

由于编者水平所限，加之时间比较仓促，书中难免有错误和疏漏之处，恳请广大读者批评指正。

编者

2005．1

目　录

第 1 章　随机事件及其概率

1.1　随机事件

1.1.1　随机现象

在自然界、社会生产和生活中，广泛存在着两类不同的现象：必然现象和随机现象. 概率论和数理统计是一门研究随机现象规律性及其应用的数学知识，是人们研究、揭示自然科学和社会科学随机现象规律性及其应用的重要数学工具.

1. 必然现象

必然现象是指在相同条件下一定出现相同结果的现象. 例如：

(1) 在一个标准大气压下，纯净水加热到 100℃会沸腾；

(2) 同性电子相互排斥，异性电子相互吸引；

(3) 在直角三角形中，勾 a、股 b、弦 c 之间的数量关系满足 $c^2=a^2+b^2$.

上述这些现象的共同之处在于：在相同的条件下，现象的结果事前可以做出肯定的回答，这类现象称为必然现象. 到目前为止，我们讨论与研究的绝大多数现象都属于必然现象，研究这类现象可以运用以前所学的几何、代数、微积分、线性代数等数学知识.

2. 随机现象

随机现象是指在相同条件下未必出现相同结果的现象. 例如：

(1) 掷一枚均匀硬币若干次，每次出现正面(数字面)朝上的情况；

(2) 购买若干期彩票，每期彩票中奖情况；

(3) 掷两颗骰子若干次，每次出现的点数之和情况.

上述这些现象的共同之处在于：在相同的条件下，虽然事前可以知道这些现象事后的各种可能的结果，但是事前都无法预见现象事后将会出现哪一个结果，这类现象称为随机现象.

对于某个随机现象，虽然事前无法预知其事后会出现哪一个结果，但是可以通过对这个

随机现象大量的观察，揭示其规律性的一面. 例如：

(1) 掷一枚均匀硬币，虽然事前无法确定正面朝上还是反面朝上，但是进行大量投掷统计结果表明，正面或反面朝上的次数大约各占投掷总次数的一半；

(2) 在自然发展状态下，各个时期人类社会的男性人口与女性人口数量大致相同；

(3) 大量投掷一颗均匀骰子，统计结果表明各面朝上的次数大致为投掷总次数的 1/6.

经过长期的实践及深入研究之后人们发现：随机现象结果的不确定性是指对随机现象一次或少数几次观察而言，如果在相同的条件下进行大量的试验或观察，随机现象的结果能够呈现出某种规律性，而且试验或观察的次数越多，规律性表现得越明显. 随机现象所具有的这种统计规律性是不以人们的意志为转移的客观规律. 由于随机现象广泛存在，对它的规律性研究具有十分重要的意义.

1.1.2 随机事件

1. 随机试验

随机试验(简称试验)是指为了研究随机现象的统计规律而进行的各种科学试验或对客观事物某种特征进行观察. 例如：

(1) 掷一枚均匀硬币，观察它自由下落后出现正面朝上的情况；

(2) 掷一颗均匀骰子，观察它朝上一面的点数；

(3) 某射手对目标进行射击，直到击中目标为止，记录射击次数；

(4) 在一批电子管产品中，任意抽取一只，检测它的寿命.

从以上试验可知：随机试验的可能结果可以是有限个也可以是无限多个. 不管试验的结果如何，随机试验都具有以下 3 个特征：

(1) 重复性　随机试验在同样条件下可以(或者理论上可以)重复进行；

(2) 明确性　随机试验之前对试验之后将会出现各种可能结果已经明确；

(3) 不定性　随机试验之前不能准确预言试验之后将会出现哪一种结果.

2. 随机事件

事件是指试验的结果. 大量试验中具有统计规律性的事件称为随机事件，简称为事件. 事件通常用大写拉丁字母 A，B，… 或 A_1，A_2，… 表示. 举例如下：

(1) 掷一颗骰子一次的试验，A 表示出现点 3，则 A 是一个事件，记为 $A=$ “点数 3”(或记为 $A=\{3\}$)；同样，$B=$ “偶数点”；$C=$ “点数大于 0”；$D=$ “点数大于 8”；等等. 它们都是事件.

(2) 进行若干次射击，$X_i=$ “第 i 次击中目标”，$i=1, 2, \cdots$，则 X_1，$X_2\cdots$表示一系列事件.

在上述事件中，有的事件不能分解成其他事件的组合，如 $A=\{3\}$；有的事件可以分解成其他事件的组合，如 $B=\{2,4,6\}$；有的事件必然会出现，如 C；有的事件一定不会出现，如 D，为此对各种事件进行如下表述.

1）不可能事件

在随机试验中，每次试验都不会出现的事件称为不可能事件，用 $\varnothing$ 表示. 例如，掷一颗骰子一次的试验，$D=$“点数大于 8”是不可能事件.

2）基本事件

在随机试验中，每一个可能出现的不能再分解的事件称为随机试验的基本事件. 基本事件是构成其他事件的基础. 例如，掷一颗骰子一次的试验，记 $A_i=\{i\}$，$i=1,2,3,4,5,6$ 都是基本事件，而 $B=$“偶数点”就不是基本事件.

3）复合事件

在随机试验中，含有一些基本事件的事件称为复合事件. 例如，掷一颗骰子一次的试验，$B=$“偶数点”是复合事件. 该事件含有 $\{2\}$，$\{4\}$，$\{6\}$ 3 个基本事件. 通常所说的随机事件是指复合事件或基本事件.

4）必然事件

在随机试验中，每次试验中必然出现的事件称为必然事件，用 Ω 表示. 例如，掷一颗骰子一次的试验，$C=$“点数大于 0”是必然事件.

在一个随机试验中，基本事件也称为样本点，全部样本点的集合构成样本空间. 因此，不可能事件不含任何样本点；复合事件是由一些样本点组成；必然事件包含全部样本点.

例 1-1　试描述掷一颗骰子一次随机试验的样本空间.

解　掷一颗骰子一次的试验可能出现的结果为点数 1，2，3，4，5，6，则该随机试验的样本空间 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$.

例 1-2　试描述掷两枚均匀硬币一次随机试验的样本空间及其描述以下两个事件：

（1）事件 $A=$“至少出现一次正面”；（2）事件 $B=$“恰好出现一次正面”.

解　掷两枚均匀硬币得到 4 种可能的结果，它们构成样本空间的 4 个基本事件：

$e_1=$(正面，正面)，$e_2=$(正面，反面)，$e_3=$(反面，正面)，$e_4=$(反面，反面)

则该随机试验的样本空间 $\Omega=\{e_1,e_2,e_3,e_4\}$.

(1) $A=$“至少出现一次正面”$=\{e_1,e_2,e_3\}$；

(2) $B=$“恰好出现一次正面”$=\{e_2,e_3\}$.

例 1-3　若 x，y 分别表示掷两颗骰子的随机试验出现的点数，试用二元数组 (x,y) 描述试验的样本空间，并表示下列事件：

(1) $A=$“两颗骰子出现的点数之和大于 10”；

(2) $B=$“两颗骰子出现的点数之和大于 9”；

(3) $C=$“两颗骰子出现的点数之差为 0”.

解 第1颗骰子出现的点数 x 与第2颗骰子出现的点数 y 构成一个二元数组 (x, y)，每一个二元数组代表一个基本事件，且 x，y 的取值范围都是1，2，3，4，5，6. 根据乘法原理，基本事件共有36个，全部基本事件排列如下：

$$\begin{array}{cccccc}
(1, 1) & (1, 2) & (1, 3) & (1, 4) & (1, 5) & (1, 6) \\
(2, 1) & (2, 2) & (2, 3) & (2, 4) & (2, 5) & (2, 6) \\
(3, 1) & (3, 2) & (3, 3) & (3, 4) & (3, 5) & (3, 6) \\
(4, 1) & (4, 2) & (4, 3) & (4, 4) & (4, 5) & (4, 6) \\
(5, 1) & (5, 2) & (5, 3) & (5, 4) & (5, 5) & (5, 6) \\
(6, 1) & (6, 2) & (6, 3) & (6, 4) & (6, 5) & (6, 6)
\end{array}$$

由此可见，$\Omega = \{(x, y) \mid x=1, 2, \cdots, 6;\ y=1, 2, \cdots, 6\} =$
$\{(1, 1), (1, 2), \cdots, (6, 5), (6, 6)\}$；

(1) $A=$ “两颗骰子出现的点数之和大于10” $=\{(5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$；

(2) $B=$ “两颗骰子出现的点数之和大于9” $=\{(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$；

(3) $C=$ “两颗骰子出现的点数之差为0” $=\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$.

例 1-4 掷一枚均匀硬币3次，试描述随机试验的样本空间及下面事件：

(1) $A=$ “第2次出现正面”；

(2) $B=$ “恰好出现2次正面”；

(3) $C=$ “至少出现2次正面”；

(4) $D=$ “3次都出现正面”；

(5) $E=$ “3次都出现同一面”.

解 将第1次，第2次，第3次投掷的结果依次写成一个三元组，每一个三元组就是一个基本事件，全部的基本事件排列如下：

$a_1=$(正面，正面，正面)　　$a_2=$(正面，正面，反面)

$a_3=$(正面，反面，正面)　　$a_4=$(反面，正面，正面)

$a_5=$(正面，反面，反面)　　$a_6=$(反面，正面，反面)

$a_7=$(反面，反面，正面)　　$a_8=$(反面，反面，反面)

则该随机试验的样本空间 $\Omega = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8\}$.

(1) $A=$ “第2次出现正面” $= \{a_1, a_2, a_4, a_6\}$；

(2) $B=$ “恰好出现2次正面” $= \{a_2, a_3, a_4\}$；

(3) $C=$ “至少出现2次正面” $= \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$；

(4) $D=$ “3次都出现正面” $= \{a_1\}$；

(5) $E=$ “3次都出现同一面” $= \{a_1, a_8\}$.