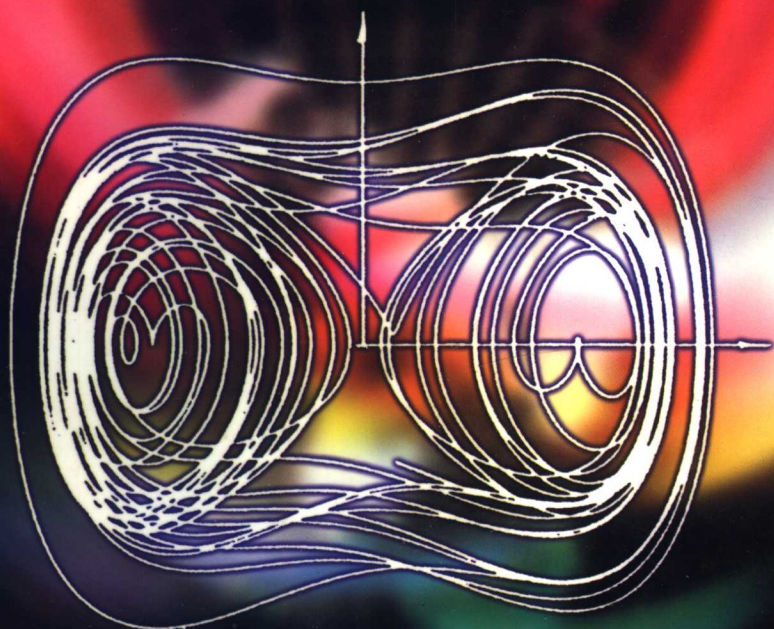


● 上海研究生教育用书

非线性动力学

刘延柱 陈立群 编著



上海交通大学出版社

本教材接受中国建设银行湖北省分行尊师重教联合会研
究生教育基金资助出版

非线性动力学

刘延柱 陈立群 著

上海交通大学出版社

内 容 简 介

本书共分八章,第一章为非线性动力学的数学基础;随后的四章为非线性动力学的基本内容,包括混沌的概念、非线性动力学研究的数值方法概述和混沌的动力学数值特征、分岔的基本概念等内容;最后三章为非线性动力学专题。各章附有文献注释,以便读者就感兴趣的课题深入研究。

本书可作为工程力学专业和应用数学专业硕士研究生和其他工程专业博士研究生“非线性动力学”课程(54~72学时)的教材。本书也可供从事非线性动力学理论和应用的科研工作者参考。

图书在版编目(CIP)数据

非线性动力学/刘延柱,陈立群著. —上海:上海交通大学出版社,2000

ISBN 7-313-02310-3

I. 非… II. ①刘…②陈… III. 动力学,非线性 IV. TK322

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 63191 号

非线性动力学

刘延柱 陈立群 著

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路 877 号 邮政编码 200030)

电话:64071208 出版人:张天蔚

常熟市文化印刷厂印刷 全国新华书店经销

开本:850mm×1168mm 1/32 印张:10.75 字数:278千字

2000年8月第1版 2000年8月第1次印刷

印数:1—280

ISBN 7-313-02310-3/TK·065 定价:19.00元

版权所有 侵权必究

序 言

随着科学技术的发展,工程中的非线性问题日益突出。为此,有必要在工程专业开设非线性动力学课程。该课程要求工程专业研究生掌握非线性动力学的基本理论和分析、计算方法,并能初步应用理论分析和解决工程中的各种非线性动力学问题,同时也为深入研究非线性动力学提供必要的基础。

本书主要讨论混沌和分岔问题,但也涉及动力学中的分形问题。全书除绪论外共分八章。第一章为非线性动力学的数学基础。第二章为混沌的概念、非线性动力学研究的数值方法概述和混沌的动力学数值特征。第三章为分岔的基本概念以及与混沌的关系。第四章为分形的基本知识、混沌吸引子的几何数值特征和动力学系统吸引盆的分形边界。第五章为非线性动力学实验研究的基本方法,包括从实验数据中重构相空间。第六章讨论混沌的解析预测问题。第七章叙述分岔的基本理论。第八章简述非线性动力学中若干专题内容,包括 Hamilton 系统中的混沌、时空混沌、分岔问题的数值方法、随机系统的混沌和分岔以及混沌和分岔的控制。各章附有文献注释,以便读者就感兴趣的课题深入研究,也可作为教师布置课外作业和学期论文的参考。由于非线性动力学的文献浩如烟海,本书参考文献中主要列出相关教材、专著和综述评论性文章。全书正文分为三个模块,第一章为非线性动力学的数学基础,随后四章为非线性动力学基本内容,最后三章为非线性动力学专题内容。

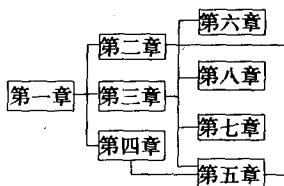
在本书中,作者力求贯彻以下意图:

1. 在基本内容和方法方面体现非线性动力学全貌,为今后应用和深入研究奠定基础。
2. 在某些专题性内容方面反映非线性动力学研究的新进展,也包括作者的一些工作。

3. 易于为工程专业学生接受,避免要求过多数学准备知识,只要具备工程专业常微分方程和振动力学的基本知识,便可以掌握本书前五章主要内容和后三章的基本思路。

4. 关于数值计算问题,着重介绍各种算法的基本原理,利用电子计算机的解题训练可自编计算程序或应用已有的计算软件。

本书为工程专业尤其是工程力学专业的研究生教学需要而编写,也可供其他对非线性动力学问题感兴趣的研究人员参考。除全书适用于一般非线性动力学课程外,本书前五章可适用于学时较少的非线性动力学课程。为便于读者



阅读参考,本书各章逻辑关系如右图所示。针对不同教学目的,可以选用相应内容。例如,第二、第六两章和第一、第三、第四、第五、第八章部分内容适用于混沌动力学的课程,第七章和第一、第三、第五、第八章部分内容适用于分岔理论的简明课程,而第四章和第一、第五章部分内容适用于分形的导引性课程。

本书的编写和出版得到了上海市研究生教育专项经费和中国建设银行湖北省分行尊师重教联合会研究生教育基金资助。与本书相关的研究工作得到国家自然科学基金、教育部博士学科点科研专项基金、中国博士后科学基金和上海市科技发展基金的资助。编写工作得到各方面的支持和鼓励,并且汲取了已出版的国内外非线性动力学著述的许多宝贵经验。北京大学力学与工程科学系朱照宣教授对本书科技译名进行认真审定。作者谨表示衷心感谢。初稿部分内容曾在上海交通大学工程力学系研究生和上海大学上海市应用数学和力学研究所博士生中试用。限于水平,书中的错误和不足之处恳请读者指正。

1999年6月

目 录

绪论	1
§ 0.1 动态系统	1
§ 0.2 非线性系统及其性质	2
§ 0.3 非线性动力学的内容、方法和意义	3
§ 0.4 非线性动力学的发展简史	4
§ 0.5 非线性动力学的工程应用	7
第一章 动态系统定性理论基础	9
§ 1.1 动态系统的基本概念	9
§ 1.2 Lyapunov 稳定性	14
§ 1.3 不变集与不变流形	24
§ 1.4 吸引子及其吸引盆	34
§ 1.5 离散时间动态系统与 Poincaré 映射	42
文献注释	50
第二章 混沌及其数值识别	51
§ 2.1 混沌的概念和几何特征	51
§ 2.2 非线性动力学数值研究概述	63
§ 2.3 Lyapunov 指数	65
§ 2.4 功率谱分析	73
§ 2.5 熵	78
文献注释	82
第三章 分岔现象	83
§ 3.1 分岔现象概述	84

§ 3.2	连续动态系统分岔的例子	91
§ 3.3	离散动态系统的分岔	102
§ 3.4	分岔与进入混沌的途径	107
§ 3.5	Lorenz 方程的分岔与混沌	117
	文献注释	125
第四章	动力学中的分形	126
§ 4.1	分形现象概述	127
§ 4.2	吸引子的分形维数	134
§ 4.3	吸引盆的分形边界	144
§ 4.4	胖分形	151
§ 4.5	多重分形	154
	文献注释	160
第五章	非线性动力学实验及其数据处理	161
§ 5.1	非线性动力学实验概述	162
§ 5.2	若干力学实验系统	166
§ 5.3	基于实验数据的相空间重构	179
§ 5.4	基于实验数据的混沌性态识别	190
§ 5.5	实验数据的减噪	195
	文献注释	201
第六章	混沌出现条件的解析预测	202
§ 6.1	混沌出现条件的预测概述	202
§ 6.2	混沌的拓扑描述	204
§ 6.3	Melnikov 方法	217
§ 6.4	Shilnikov 方法	225
§ 6.5	混沌出现条件的近似解析判据	233
	文献注释	237

第七章 分岔理论	238
§ 7.1 中心流形方法	239
§ 7.2 Lyapunov - Schmidt 约化	246
§ 7.3 Poincaré - Birkhoff 范式	253
§ 7.4 奇异性理论	260
§ 7.5 Hopf 分岔定理	270
文献注释	273
第八章 非线性动力学专题选讲	275
§ 8.1 Hamilton 系统中的混沌	275
§ 8.2 时空混沌	287
§ 8.3 分岔问题的数值方法	294
§ 8.4 随机系统的混沌和分岔	300
§ 8.5 混沌和分岔的控制	305
文献注释	313
参考文献	315

绪 论

§ 0.1 动态系统

狭义而言,动态系统为依据力学原理所建立的描述机械或结构系统运动的微分方程组。一般地,状态随时间变化的工程、物理、生物、社会等系统也都可以称为**动态系统**(dynamical system),简称**系统**(system)。**状态**(state)和**时间**(time)是构成动态系统的两个要素。动态系统由演化规律和初始条件描述。**演化规律**(evolution law)是系统状态与系统先前状态的依赖关系。**初始条件**(initial condition)是起始时刻的系统状态。

动态系统可分为确定性和随机性两类。**确定性系统**(deterministic system)的特性可用时间的确定性函数给出。**随机性系统**(stochastic system)的特性不能用时间的确定性函数给出,只具有统计规律性。随机性系统一般含有随机性的初始条件、随机性的参数变化或随机性的外部激励,也可以更明确地称为**外在随机性系统**(externally stochastic system)。

动态系统又可分为有限维和无穷维两类。**有限维系统**(finite-dimensional system)的状态可以用有限个参数表示。例如,由彼此分离的有限个质量元件、弹簧和阻尼器构成的有限自由度力学系统。**无穷维系统**(infinite-dimensional system)的状态必须用无穷多个参数表示。例如,由弦、杆、梁、板、壳等具有分布质量的可变形元件构成的无穷多自由度力学系统。

动态系统还可分为连续时间和离散时间两类。**连续时间系统**

(continuous-time system)的时间是连续变化的,即时间在实数轴或其中某个区间上取值。离散时间系统(discrete-time system)的时间是不连续变化的,即时间在整数集合或其中某个子集上取值。在不会引起混淆时,可分别简称为连续系统(continuous system)和离散系统(discrete system)。

系统状态随时间变化过程称为运动(motion),也称为动力学行为(dynamical behavior),甚至可简称为动力学(dynamics)。只在运动起始后较短的时间中发生的运动称为暂态运动(transient motion)。在充分长时间中进行的运动称为稳态运动(steady motion)。稳态运动也可能从暂态运动开始,暂态运动之后的运动称为渐近行为(asymptotic behavior),或长期行为(long-time behavior)。对于确定性系统而言,通常人们认为除静止不发生变化外,有限渐近行为只有周期运动和准周期运动,然而研究发现也存在非周期运动。

§ 0.2 非线性系统及其性质

非线性系统(nonlinear system)是指系统状态的变化以一种复杂的方式依赖于系统先前的状态。这里所谓“复杂的方式”是除成比例、相差常量以及这两者组合之外的任何其他方式。非线性动力学系统通常用非线性微分方程组或非线性差分方程组描述。不是非线性系统的系统称为线性系统(linear system)。线性系统状态的变化与该系统先前的状态成比例、相差常量或是两者的组合。

与线性系统的特殊情形相比,非线性系统具有若干更为复杂的性质。首先,线性系统研究中经常采用的叠加原理对非线性系统不适用,即非线性系统中两个运动叠加的结果一般不是该系统的运动。其次,非线性系统运动的周期不像线性系统那样仅由系统特性确定,一般还与初始条件有关。第三,非线性系统可能具有多个平衡位置和稳态运动,系统的动力学行为既取决于这些平衡

位置和稳态运动的稳定性,也与初始条件有关。第四,对工程中的非线性机械、结构和机电系统,系统的响应与激励频率存在复杂的依赖关系,而线性系统响应与激励的频率是相同的。最后,线性系统仅存在周期运动和准周期运动两种有限运动,非线性系统存在混沌等复杂运动现象。

§ 0.3 非线性动力学的内容、方法和意义

对非线性现象的研究需要多个学科的交叉:纯粹和应用数学理论如动态系统理论、奇异性理论、摄动理论等,理论和实验力学概念和方法如工程现象的力学建模、应用力学规律解释动力学行为、固体和流体系统实验研究等,以及电子计算机的数值和符号运算,均为分析非线性问题的重要工具。在多学科交叉的基础上,形成了非线性动力学这一新的分支学科。

非线性动力学(nonlinear dynamics)研究非线性动态系统各类运动状态的定性和定量变化规律,尤其是系统的长时间演化行为中的复杂性。对有限维系统而言,其主要内容包括混沌、分岔和分形。**混沌**是一种由确定性动力学系统产生对于初值极为敏感而具有内在随机性和长期预测不可能性的往复非周期运动。**分岔**是指动态系统的定性行为随着系统参数的改变而发生质的变化。**分形**是没有特征尺度而又具有自相似性的几何结构,用于描述破碎、不规则的复杂几何形体。

非线性动力学的研究包括实验和理论两方面。实验研究分为实验室实验和数值实验两种,对于某些工程问题还需要进行现场实验。实验工作是理论结果的先导、补充和验证。理论研究可揭示非线性系统的基本性质和解释大量的具体现象,主要方法包括数学抽象、解析方法和拓扑方法。数学抽象不直接研究真正的非线性动力学问题,而是研究人为构建的数学结构,它具有某些类似于真实非线性系统的性质但结构上比较简单。具体的非线性系统

的一些性质往往很难发现,除非已经知道发现这种性质的可能性,一般的数学抽象正可以揭示这种可能性。解析方法是一种定量方法。非线性系统的精确解析解通常涉及非初等函数(如椭圆函数)的引入和研究,但能够得到精确解的非线性系统极为有限。更常用的是谐波平衡法、摄动法、平均法、渐近法和多尺度法等近似解析方法。拓扑方法是一种定性方法,从几何观点描述系统的动力学行为。解析方法和拓扑方法可以互相补充,拓扑方法可以得到动态系统大范围的结果,定量方法可以对一个确定的小范围给出定量结果。

混沌等非线性动力学问题的研究具有深刻的理论意义。在混沌现象广为人知以前,对自然界的描述分成随机性和确定性这截然不同的两类,确定性系统具有决定论的性质。混沌研究的兴起促使人们重视有限性的问题,即随机检验只能在有限的时间和频率中进行,真实物理量的精度都是有限的。随着对确定性混沌理解的深入,机遇、因果、决定论等人类认识自然的基本概念和范畴都需要重新认识。非线性动力学的研究导致了一种新的实验方式即数值实验的产生和广泛应用。非线性动力学的研究也促进了数学、物理、力学中相关学科的发展。随着研究的深入,非线性动力学也日益在工程技术、生物医学和社会科学中显示出广阔的应用前景。

非线性动力学在近 20 年来从深度到广度上都以空前的速度发展,成为当前非常活跃的力学分支。同时它与其他科学和工程中的非线性研究紧密联系,构成非线性科学的一个重要方面,成为现代科学技术的重要前沿领域。

§ 0.4 非线性动力学的发展简史

人们对非线性问题的认识至少可以上溯到 1673 年 C. Huygens 对摆的研究,他观察到单摆大幅摆动对等时性的偏离以及两

只频率接近时钟的同步化两类非线性现象。1687年 I. Newton 发表的运动定律表明动力学问题本质上是非线性的。但直到 20 世纪 30 年代才有非线性力学这一名称,内容是经典的非线性振动理论。而非线性动力学这个名称在 70 年代中后期才出现,用以概括对混沌、分岔等问题的研究。

19 世纪末, H. Poincaré 的工作为非线性动力学的发展奠定了基础。Poincaré 开创了动力学问题研究的一个全新方向:定性理论。在 1881 年至 1886 年的一系列论文中,他讨论了二阶系统奇点的分类,引入了极限环概念并建立了极限环的存在判据,定义了奇点和极限环的指数。在此之前的 1879 年,他建立了分岔研究中起重要作用的范式理论的雏形。1885 年,他研究了分岔问题。1890 年,他证明了不可积系统的存在。1892 年,他论证了摄动法的合理性,促进了非线性系统近似解析方法的研究。1894 年,他发现了伴随横截同宿点产生的复杂运动现象。1905 年,他明确地阐明了对初值敏感依赖而导致的不可预测性。

20 世纪 20 年代以来,对非线性系统与线性系统的本质差别已有所认识。1918 年 G. Duffing 和 1926 年 B. van der Pol 对典型非线性振动系统的研究揭示了次谐振动、自激振动等非线性系统的特性。1929 年 A. A. Andronov 将 Poincaré 的极限环概念与自激振动建立了联系,他随后对平面系统的定性特征进行了系统的研究。在三四十年代, N. M. Krylov, N. N. Bogoliubov 和 Y. A. Mitropolskii 等发展了非线性系统近似解析方法。

对混沌现象的广泛研究,促使了非线性动力学迅速发展。就不可预测性的物理概念而言,1955 年 M. Born 和 1964 年 L. Brillouin 分别阐发 Poincaré 的思想并指出经典动力学系统中存在产生于不稳定性的不确定性。就非周期性的数学描述而言,1921 年 H. M. Morse 引进了符号动力学方法,1963 年 S. Smale 构造了马蹄映射。近可积保守系统的非周期性运动产生机制由 A. N. Kolmogorov 在 1954 年揭示,他的结论后来由 V. I. Arnold 和 J.

Moser 严格证明而称为 KAM 定理。计算机的发展为混沌研究提供了新的手段。一系列重要的数值结果验证了混沌的存在,包括 1963 年 E. N. Lorenz 的简化热对流模型、1964 年 M. Hénon 和 C. Héiles 的 2 自由度保守系统模型、1973 年上田和林千博的受迫非线性振动模型以及 1976 年 Hénon 的存在奇怪吸引子的 2 维映射模型。奇怪吸引子的概念是 1971 年 D. Ruelle 和 F. Takens 提出的。1975 年李天岩和 J. A. Yorke 尝试对区间映射给出混沌的数学定义。1976 年 R. M. May 对 1 维映射中复杂动力学行为的研究使得混沌受到普遍关注。70 年代后期,混沌与分岔和分形相交融,使得非线性动力学的研究工作更加深入和广泛。

20 世纪 70 年代,原来独立发展的分岔理论汇入非线性动力学主流之中。分岔现象的发现可以上溯到 1729 年 P. Musschenbrock 对压杆失稳实验的观察,1744 年, L. Euler 从挠度曲线角度进行了理论分析。固体力学中将这类分岔称为屈曲。1877 年 Lord Rayleigh 开始发展分岔的数学理论,并在 1883 年利用系统参数的分岔成功地解释了 1831 年 M. Faraday 和 1868 年 Matthiessen 关于振动流体实验的不同结果。1883 年 O. Reynolds 发现在临界 Reynolds 数时层流转变为湍流的现象,这种运动分岔在流体力学中称为转捩。1885 年, Poincaré 的工作标志分岔理论的创立。1938 年, Andronov 和 L. S. Pontryagin 建立了分岔和动态系统结构稳定性的关系。作为数学分支,分岔理论在 60 年代已基本形成。1972 年, R. Thom 宣传的突变理论曾使得分岔理论中的奇异性方法受到广泛注意。1971 年, Ruelle 和 Takens 提出环面分岔进入混沌,到 1982 年这种进入混沌的途径已基本清楚。1978 年, F. J. Feigenbaum 发现的倍周期分岔进入混沌途径普适规律受到广泛注意。1980 年, Y. Pomeou 和 P. Manneville 发现了伴随鞍结分岔的阵发性进入混沌的途径。这些工作,建立了分岔和混沌的联系。

20 世纪 70 年代开创的分形几何对非线性动力学的发展和普

及起了重要作用。1880年 Poincaré 和 F. Klein 关于自反演的工作已涉及分形的若干方面。1875年 H. J. S. Smith 构造的集合(由于 1883年 G. Cantor 的工作而习惯上称为 Cantor 集合)和 1904年 H. von Koch 设计的曲线是分形的典型例子。1918年 F. Hausdorff 定义了维数,它不必局限于整数。20世纪 20年代, P. Fatou 和 G. Julia 通过对复变映射的研究为揭示分形现象作出重要贡献。1975年 B. B. Mandelbrot 开创了分形几何用来处理具有自相似性和无标度性的破碎几何形体,80年代以后引起公众对非线性现象尤其是分形的极大热情。80年代初,分形被用以刻画奇怪吸引子。80年代中、后期,分形被用来描述多吸引子系统吸引盆的边界。

§ 0.5 非线性动力学的工程应用

工程系统中广泛存在着非线性因素,如电场力、磁场力、万有引力等**非线性力**(nonlinear force),法向加速度、哥氏加速度等**运动学非线性**(kinematics nonlinearity),非线性本构关系等材料非线性(material nonlinearity)和弹性大变形等**几何非线性**(geometric nonlinearity)。因此,工程实际中的问题大多应该模型化为非线性系统。传统上采用线性化或等效线性化将非线性系统处理成线性系统,但仅限于一定的范围。当非线性因素较强时,用线性理论得出的结果不仅误差过大,而且无法对一些实际现象作出解释。早在 1940年,现代力学的开创者 Th. von Kármán 就发表了综述文章《工程师们和非线性问题打交道》,在总结当时力学各分支学科非线性问题研究成果的基础上,强调非线性问题在工程中的重要性。随着现代科学技术的发展,工程结构日益大型化、高速化和复杂化,使得非线性效应必须加以考虑。电子计算机的迅速发展和广泛应用,以及动态测试和在线数据处理技术的进步使得工程中的非线性问题的研究成为可能。

非线性动力学在工程问题的研究中也起着愈来愈重要的作用。非线性动力学在工程中的重要性主要体现在以下几个方面：非线性动力学表明简单的数学模型可能产生复杂的动力学行为，因而可应用于时间序列的非线性建模、预测以及控制。非线性动力学揭示了不规则的噪声信号可能产生于低阶的确定性非线性系统，从而为噪声的抑制提供了新的思路。非线性动力学对于系统全局和长期性态的分析结果，可用于数值仿真结果可靠性的研究。非线性动力学还为实验研究提供了新的概念和方法，在传统的频谱分析之外可以测量确定识别混沌运动的一些特征数值。

工程中的非线性动力学问题虽千差万别，然而解决的途径却往往具有共同性。其共同的前提是建立系统的数学模型。建立系统数学模型的方法可分为两类：一类是理论建模，从已知的原理、定律和定理出发，通过机理分析发现工程问题的内在动力学规律，推导出相关参数的解析关系。另一类是实验建模，直接从工程系统运行和试验数据中辨识所涉及参数的关系。在工程系统的数学模型的基础上，可以对系统进行分析、仿真、优化和控制。非线性动力学作为一般力学的分支学科，重点讨论系统模型的分析，但对系统的实验建模也略有涉及。

第一章 动态系统定性理论基础

动态系统的概念起源于 19 世纪末 Poincaré 对描述动力学问题的常微分方程组的定性研究。在 20 世纪 60 年代, 由于微分几何和微分拓扑的发展, 动态系统研究取得实质性的进展, 成为当代数学最为活跃的研究方向之一。70 年代以后, 动态系统理论开始应用于自然科学、社会科学和工程科学。特别是混沌、分岔等非线性动力学问题引起普遍重视后, 作为非线性动力学数学基础的动态系统理论得到广泛应用。动态系统定性理论主要研究随时间演化系统的长期大范围定性行为, 是非线性动力学的数学基础。

本章共分五节。第一节阐述动态系统的基本概念, 如向量场、流、动态系统、轨道等。第二节简要叙述定性理论的一个重要方面——稳定性理论, 包括稳定性的概念、判断稳定性的 Lyapunov 直接方法和平衡点的线性稳定性理论。第三节研究不变集及其渐近行为, 包括极限集、不变子空间、不变流形的概念和不变流形定理。第四节引入吸引子概念并简介确定吸引域的理论 and 数值方法。第五节定义了 Poincaré 映射, 并列举了离散时间动态系统的主要性质, 还讨论了闭轨的稳定性及不变流形。

限于本书性质, 本章略去部分数学证明, 如需进一步了解可参阅相关文献。

§ 1.1 动态系统的基本概念

1. 微分方程定义的向量场和流

动态系统理论起源于常微分方程定义的积分曲线的定性分