

10
2
6
3
7
4
5

$$a+b^2=c$$


1101

01 101 111 100

$\times 3 \times 1$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{u(x)}{x}$

人怎样计算



$\frac{1}{2} \sqrt{2} \approx 0.707$
 $\ln e^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$
 $111 \quad 111 - 111 = 0$

科学普及丛书

人 怎 样 计 算

王 辑 梧

广 东 科 技 出 版 社

人怎样计算

王 辑 梧

*

广东科技出版社出版

广东省新华书店发行

广东新华印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 3.375印张 72,000字

1979年2月第1版 1979年2月第1次印刷

印数 1—120,000册

书号7182·1 定价0.24元

写在前面

这是一本讲数学的书，可是它跟别的数学书不同，书里面找不到难题的解法，找不到一般的定义、定理和证明。它讲的是数学发展的故事，讲的是在各个时期里，人们用数学来干些什么。

为什么要写这一本书呢？

有些少年朋友数学学得很好，可是他们当中有些人不清楚数学是怎样由生产实践的需要而产生、发展起来的，还不了解数学在哪些地方有多大用处。我们说，学数学是为了用数学，用数学就要学会跟实际问题联系起来。写这本书，就是通过事实，提醒少年朋友：不要忘记数学和生产实践的关系！

还有一些少年朋友，他们总觉得数学是枯燥无味的东西，是一堆死板板的符号和公式，因此对数学敬而远之。我希望这本不象一般数学书的小册子，能有助于读者进一步认识数学的发展和人类劳动实践的关系，引起他们对数学的重视和兴趣，改变他们对数学的偏见。

作者

目 录

第一章	1
“一”、“二”和“多”	1
月亮历	3
天空罗盘	5
变成农人以后	6
规和矩	9
第二章	11
“勾三股四弦五”和四分历	11
尼罗河和金字塔	17
泥板文献	21
记数和计算	23
第三章	29
要有严格的证明	29
阿历山大城的数学家们	33
“割之弥细，所失弥少”	39
阿拉伯人的功绩	43
第四章	46
摆线、抛物线和椭圆	46
把方程变成图形	54
事物是变化的	59

海王星的发现	65
第五章	70
近代的数学	70
计算“可能性”的大小	73
大炮飞机的数学	77
电子计算机	82
推理的数学	87
数学和宇宙飞行	95
编后的话	100

第 一 章

“一”、“二”和“多”

这是许多万年以前的事了。

那时候，气候比现在冷得多，大陆上许多地方还戴着冰帽子。就在那植物和水源都很丰富的地方，生活着各种各样的飞禽走兽，还生活着我们的祖先——猿人。

猿人住在洞穴里。他们集体去狩猎，用一些简单而粗糙的石制工具来杀死各种动物，把动物的肉当作食物，把比较好用的兽皮用作御寒的披盖物。他们也采集各种各样可以吃的果实和树根。他们全都是猎人和采集者。

这些猿人已懂得了“多”和“少”，“多”和“少”便是最初产生的全部数学。他们喜欢“多”，不喜欢“少”，因为人数多、工具多就可以获得更多的食物，就可以不受饥饿的威胁。

很快地，“多”和“少”便不够用了。一个人，一头鹿，或者一支石投矛器，这是多还是少呢？于是便产生了“一”，接着又产生了“二”。可是你对那些只会制造石器的人说一和二，他们什么也不理解，他们得把“一”和“二”跟实物连在一块说，“一头鹿”、“一棵草”、“二个人”、“二块石头”……。

在好几千年里，原始人就只懂得“一”和“二”，“二”再数下去就是“多”，“多”在他们看来就是没法子数的。

那个时代，人们也需要做一些小小的交换。一群人打到

了好几头鹿，把石投矛器都用完了，而另一群人有许多很好的石投矛器，却打不到任何动物，于是这两群人便可能商量进行交换。虽然只有“一”、“二”和“多”，但依靠手指，他们 有办法表达出比二大的数目。为了说“我们用一头鹿换你们的三支投矛器”这句话，他们一面用一只手指指着鹿，一面用三只手指指着投矛器，这三只手指，他们并不是一下子伸出的，而是先伸出一只，然后又伸出两只，意思是：“一支投矛器，又二支投矛器”，而要说四支投矛器，他们得先对投矛器伸出两只手指，然后又伸出两只手指，意思是：“二支投矛器，又二支投矛器”（图1）。



图1 投矛器换鹿

一只手指代表一件东西，就是当时表示数目的方法。

又过了许许多多年，人们不再说“一支投矛器又二支投矛器了”，而学会了说“三支投矛器”，以后又学会了说“四支

投矛器”、“五支投矛器”，可是他们还不知道数是可以一个接着一个数下去的，他们还是把所会说的最后一个数之外一切都看成“多”，而且他们还总是把数跟实物连在一块说，没有单独的一、二、三、四……。

月 亮 历

一清早，原始的猎人出去打猎了，野兽的踪迹往往把他们带到很远的地方，要是他们不能在天黑之前回到自己居住的山洞，就可能被冻死，或被野兽和毒蛇咬死。

怎样去测定时间呢？他们注意到天空的时钟——太阳。一清早，太阳升起来了，愈升愈高，到了天顶，又开始慢慢降低，最后没入地平线下。于是，他们要知道时间，便抬头往天上看看，太阳正在升高，是上午；太阳在头顶，是中午；太阳正在降低，是下午了。

虽然这个“时钟”只能粗略地把一天的时间分成四段——上午、中午、下午和黑夜，但这对当时的人们已经够用了。

日子一天天地过去，许多野生的果树发芽了，开花了，结果了，果子成熟了，落叶了，接着又是发芽了，开花了，结果了……。许多野生谷物的开花结实也是这样不断地周而复始。慢慢地，原始的采集者们摸到了，那些可食的果子和谷物总是每隔一定长的时间成熟一次，为了能够预知果实成熟的季节，好到比较远的森林去采集它们，就必须学会测定更长的时间。

如果测定一天的时间要用太阳的话，测定更长的时间就得用月亮了。太阳每天东升西落，日复一日，很难看出有什么大的变化。而月亮呢，总是从一弯细长的月牙开始，渐渐

地“胖”起来，变成一个圆圆的银盘，接着，它又开始“消瘦”下去，慢慢又变成弯弯的月牙，最后从天空消失。可是过了几个漆黑的夜，月牙又在天空出现了，于是前面说的过程又重现一遍。

月亮这种每隔一定时间便复圆一次的现象，不是可以用来测定时间吗？

计算石斧或打死的鹿，可以用手指点着一个一个地数，但是计算日子就不能用这个方法了。也许正是由于计算日子的需要，我们的祖先想到了用刻痕来表示数目。在树木或石头上做一个刻痕，表示一天过去了，做两个刻痕，表示两天过去了……，每逢月圆的那天，他们就做一个大一些的刻痕。这种记录使他们发现了，每次月圆到下一次月圆，当中总是隔了二十九天或三十天，某些果子成熟到下次这些果子再成熟，总是相隔大约十二个比较大的刻痕，也就是相隔十二次月圆；两个天冷的季节之间，两个天热的季节之间，也总是大约相隔十二次月圆（图2）。

就这样，一个月有三十天，一年有十二个月三百六十天

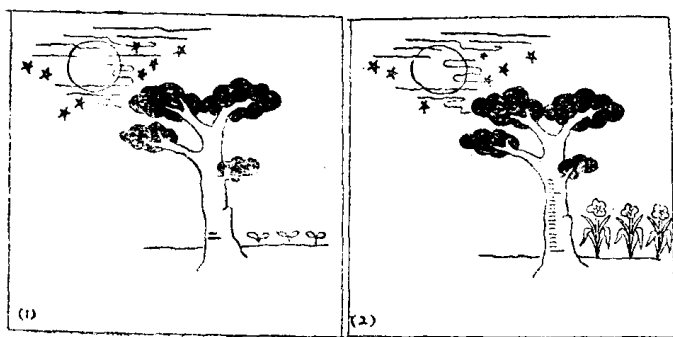


图2 月亮历

的月亮历产生了。月亮历的产生并不象说的那么容易，它是人们根据长期获得的经验和知识制定出来的，从知道“一”、“二”和“多”到月亮历产生，经过了好几千甚至上万年的时间。

天 空 罗 盘

远古时代，我们的祖先没有城市，没有村庄，只有短期栖身的山洞。等到一个地方的食物没有了，他们便离开这个地方，到别处去寻找食物。

在熟悉的地方，他们可以根据河溪、山岭和树木来辨认道路，但当干旱和饥饿迫使他们去到新的陌生的地方时，他们便常常迷失方向。在这种情况下，什么东西可以指示道路呢？

他们注意到天空的太阳。

太阳每天早晨总是从一个方向升起，傍晚在相反的方向落下。知道了这点，那些来到陌生地方的人们当早上离开山洞时，就朝天上看一看，如果他们是向太阳升起的方向走，那么傍晚回家就该往太阳落下的方向走；如果他们早上走的时候太阳在右边，那么傍晚回家的时候，太阳也应该在右边。

和太阳时钟一样，太阳罗盘对于原始的猎人和采集者已经够用了，因为他们的活动范围并不大，而在不大的范围内太阳罗盘还是有效的。

也不知道过了多少年，人们又学会了使用另一个天空罗盘——星星。

星星罗盘比太阳罗盘难发现得多。原始的猎人和采集者是怎样发现它的呢？

我们可以想象，在晴朗日子里的晚上，当人们结束一天

的劳动之后，喜欢坐在山洞口前面的空地休息，面对着那布满繁星的天空，年复一年，慢慢地，他们发现那些星星都是分成一群群的，每群都有一定的形状。夏天的星空跟冬天的星空不同，但每年同一季节的星空都是一样的。

在许许多多的星群中，他们注意到那由七颗星组成、象一把杓的星座，也就是我们叫做北斗的大熊星座，并且注意到这个杓口外边正对着一颗明亮的小星，也就是北极星。如果有人在山洞口对着这颗星，那么他会发现，不管“杓”子的位置如何变动，这颗明亮的小星总是“固执地”对着他的洞口，天天如此，年年如此，这使人们想到可以用北极星来定方向。

变成农人以后

原始的猎人和采集者们由于觅食的需要，经常从一个地方迁移到另一个地方，也有时回到从前住过的旧地方来。在旧住地里，他们发现：曾经遗落的谷粒发芽了，长大结实了，并且可以收到比遗落的谷粒多许多倍的谷子，这种现象的多次重复，使他们想到用人工种植可食的植物。渐渐地，由于掌握了一些耕作方法，作物产量也提高了，人们开始以种植的东西作为主要食物。从这时候起，原始的猎人和采集者便变成了原始的农人，变成了真正的生产者。

人变成农人以后，就定居下来，组成一个个乡村。他们还把一些野生动物圈起来饲养，留备需要肉食时宰杀。

各种各样的生产工具愈来愈多，还有大大小小的牲畜，各种各样收获的东西，这使原始的农人很难凭脑子记住它们的数量，需要用别的办法把数记下来。最初，他们的记数法是多种多样的，有的人在木头或石块上做刻痕记数，一个刻

痕代表一件东西；有的人用小石块或贝壳来记数，一块小石头或一个贝壳代表一件东西；还有的人在绳子上打结来记数。我国远古的人就是用绳结记数的。两千年前有一本叫《易经》的书中说：“上古结绳而治”，两千年前所称的上古，当然是很久很久以前的事了。

各种农作物都有自己生长的季节，哪一种农作物播种早了或迟了，产量都会减少，甚至完全没有收成；每年牲畜产羔也总有一定的时间；有些农活需要在雨季或冻季来临之前做完，因此，农人必须准确地计算时间。这样，原来一年有三百六十天的月亮历不适用了，因为月亮历的一年要比真正的一年少五天，两年少十天，在不到二十年里，季节就提早了三个月。如果按月亮历来播种，第一年在初春下种的作物，二十年后就变成在秋末冬初下种，作物在冬季里准得冻死。

月亮历的这种误差怎样来修正呢？

有一些人也许由于经常利用太阳来测定时间和方向，他们发现一年中太阳在天空朝升晚落的路线并不是不变的。冬季的中午，太阳在南面很低的天空，投下的影子很长；而夏季的中午，太阳差不多在头顶，投下的影子很短。他们还发现，在每年同一个季节，太阳在中午的高度都是一样的。这不是可以用太阳来预报季节吗？

就这样，由于农业的需要，以三百六十五天为一年的太阳历出现了，用它可以相当准确地预报各个季节的到来。

最初，为了计算出太阳历的一年有多少天，得每天测定太阳在中午的高度，等到太阳再回到这个高度，便正好过去一年。太阳高度的变化远没有月圆月缺那么明显，农人们不得不请一些人放弃农活，专门做测定时间预报季节的工作，这些人吃的、穿的、用的由其他农人供给（图8）。

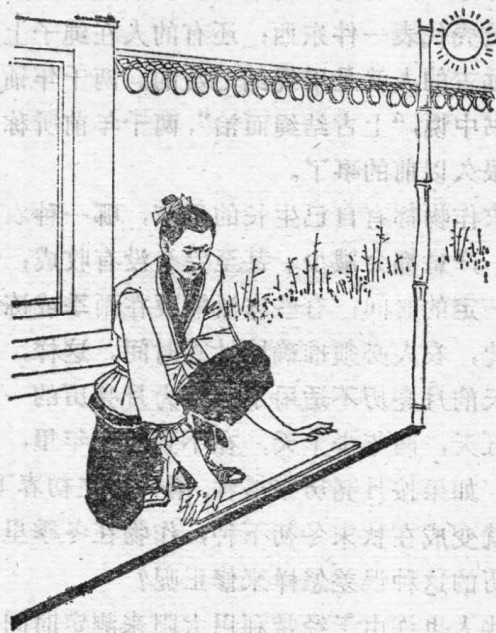


图8 专门测定时间的人

还有一些人，从夜间的天空找到了季节的预报。他们发现：某些星星出现在某个位置，就是某个季节到了。我国比尧舜还要早的人已经知道，太阳落山后不久，大火（即天蝎座 α 星）出现在南方的天正中，是夏季中期；初昏时，参（即猎户座）出现在东方，是冬季中期；天刚黑下来，大熊星的“杓柄”垂直向下，是最寒冷的季节，“杓柄”垂直向上，是最热的季节。古代埃及人在太阳升起前看见天狼星初次出现在东方，就知道尼罗河水要泛滥了，他们把这天定为一年的开始。

那时候，计算比一年短的时间，人们还是用虽不精确但很方便的月亮历，仍旧把两次月圆之间的天数定为一个个月。为了使月亮历和太阳历相差得不太多，为了不致使在月亮历

年初开始的春季慢慢变得从月亮历的年末开始，上古的历法编制家根据他们对太阳和星星的观测，发现月亮历和太阳历相差大约一个月了，便在月亮历的一年中多加一个月，使这年有十三个月，成为闰年。但应该隔几年插入一个闰年，他们还不会计算。

当时还没有文字，历法编制家只能用刻痕、石子或绳结来记录日子。

规 和 矩

人们结束了渔猎和游牧的流动生活以后，开始建造比较坚固的住房。也许他们建造房屋并不经过测量，但他们总喜欢把房屋造成近似正方形的，因为经验告诉他们，这样的房子比其他形状的房子看起来舒服、整齐，显得宽大。

好几千年以前，在还没有文字记载、人们还不会使用金属的新石器时代，车轮和陶工用的轮子开始在有些地方出现了。为了美观，新石器时代的人常常在陶器上绘上各种图案花纹，这些图案花纹多是由三角形、方形、菱形、多边形组成的，是人类最早作出的几何图形。在我国安徽和浙江就发掘出一些新石器时代的陶片，上面有方格、米字，椒眼、回字和席纹形的图案，而在河南安阳发掘出的车轴上有五边形和九边形的几何装饰(图4)。



图4 我国古代陶器上的几何图形

大概在应用方和圆的同时，人们就懂得了怎样作出方和圆。我们可以想象，最初人们从一根有丫叉的树枝发现作圆的方法，而为了作方，他们把两根直树枝在末端缚牢，凭肉眼使它们尽可能垂直，做成作方的工具。

我国传说伏羲会用规矩，规就是古代画圆的工具，象一把木剪子，矩就是古代画方的工具，象现在木匠用的曲尺。现在在许多古代的石室和石墓里还发现“伏羲手执矩，女娲手执规”的画像。伏羲大约是公元前3000年的人，他是出了名的，不出名的劳动人民比这个时间更早就已经会用规矩作方和圆了（图5）。



图5 伏羲手执矩，女娲手执规

第 二 章

“勾三股四弦五”和四分历

几千年以前，在亚洲和非洲的几条大河流域出现了一些有着最古老的文化的国家，中国就是其中的一个。

最迟在三千年前，我国人民就发现了求正方形、长方形、三角形和梯形面积的方法。稍后又学会了求不等四边形、圆形、弓形的面积，而且还发现了求多种立体体积的方法。

我国古代的劳动人民是怎样发现这些方法的呢？关于这方面的文字记录并没有留到今天。但是我们可以推想，最初他们是从铺地的方砖学会求正方形和长方形的面积的。一块正方形的砖地如果每边有四块方砖，那么它一共由十六块砖组成。一块长方形的砖地，如果它相邻的两边一边有四块方砖，另一边有六块方砖，那么长方形共由二十四块砖组成。无数的测量和计算告诉他们，不论正方形或长方形的大小如何，组成它们的方砖总数，总是等于它们一边的砖块数乘以相邻一边的砖块数。这使他们发现正方形的面积是一边自乘，长方形的面积是长乘宽。

可是田地的形状不总是矩形的，虽然他们也会把类似“凹”形和“凸”形的田地分割成小块的矩形来测量和计算，但这还不够，有许多田地并不能完全分割成小块的矩形，却能