

高中数学检测与分析

刘 慧 刘 智 姚 禹
王 欢 国 玲 康 效

天 津 教 育 出 版 社

高中数学检测与分析

刘 慧 刘 晋 姚 禹
王 欢 国 玲 康 效

*

天津教育出版社出版

(天津市湖北路27号)

新华书店天津发行所发行

天津新华印刷一厂印刷

*

787×1092毫米 32开 13印张 279千字

1991年2月第1版

1991年2月第1次印刷

ISBN 7-5309-1079-5

G·860 定价: 4.05元

前 言

每个中学生都希望有一本对数学复习既完整又简捷，既方便又实用的书，这本检测与分析就是按照同学们的愿望编写的。

本书是由三大部分组成的，第一部分是按照数学教学大纲中高中内容分成代数、三角、立体几何和解析几何，每个内容又按课本分章，每一章包括“基础知识简表”和“专题能力检测”。“基础知识简表”是把本章的知识以表格的形式简明扼要地进行介绍，并把一些注意事项以及常用的规律和性质也列在表内，“专题能力检测”则是根据本章的重点分成了若干专题，每个专题由“检测题”和“答案及解法精讲”组成，每个专题的检测题有5道选择题，5道填空题和若干道解答题，在解法精讲中对每个题目的解法的关键思路作了精讲，但为了节省篇幅，只讲了一种解法；第二部分是专题讲座，主要讲解高中数学解题中相当关键的三个问题：数形结合、参数思想和函数思想；第三部分是综合检测试题，共安排两套试题供读者检测自己高中数学整体复习的效果。

本书力求在表格的设计，题目的选择和解法的讲解上，既注意基础知识的复习，又注意数学思想的渗透和数学能力的培养，如果读者在使用本书之后对于巩固数学知识，掌握

解题思路 and 技巧,以及提高数学水平上有一定收益,那将是我们
的极大安慰,当然我们也希望对本书的谬误之处不吝给予
指正。

作 者

目 录

I 代数部分

第一章 幂函数、指数函数、对数函数	1
(一) 基础知识简表	1
(二) 专题能力检测	8
专题一 集合	8
专题二 映射、函数和函数记号	12
专题三 函数的定义域和值域	17
专题四 函数的奇偶性和单调性	23
专题五 幂、指数、对数函数	27
专题六 函数的图象	33
专题七 指数方程和对数方程	37
第二章 不等式	43
(一) 基础知识简表	43
(二) 专题能力检测	46
专题一 不等式的性质	46
专题二 解有理不等式	49
专题三 解无理不等式	55
专题四 解指数、对数不等式	59
专题五 含绝对值符号的不等式	64

专题六 证不等式	68
专题七 极值	73
第三章 数列、数列的极限、数学归纳法	79
(一) 基础知识简表	79
(二) 专题能力检测	81
专题一 数列的概念	81
专题二 等差数列和等比数列	86
专题三 等差数列和等比数列综合题	94
专题四 数列的极限和无穷等比数列	100
专题五 数学归纳法	106
第四章 复数	116
(一) 基础知识简表	116
(二) 专题能力检测	119
专题一 基本概念和基本运算	119
专题二 复数的三角形式	125
专题三 复数与几何	131
专题四 复数与方程	138
专题五 复数与数列	145
第五章 排列、组合和二项式定理	155
(一) 基础知识简表	155
(二) 专题能力检测	158
专题一 排列数与组合数公式	158
专题二 排列应用题	164
专题三 组合应用题	169
专题四 排列组合综合应用题	174
专题五 二项式定理	180

I 三角部分

第一章 三角函数	187
(一) 基础知识简表	187
(二) 专题能力检测	195
专题一 同角三角函数和诱导公式	195
专题二 三角函数的图象和性质	199
第二章 两角和差的三角函数	206
(一) 基础知识简表	206
(二) 专题能力检测	208
专题一 三角函数的恒等变形	208
第三章 反三角函数和三角方程	214
(一) 基础知识简表	214
(二) 专题能力检测	217
专题一 反三角函数	217
专题二 三角方程	223

II 立体几何部分

第一章 直线和平面	223
(一) 基础知识简表	228
(二) 专题能力检测	233
专题一 垂直与平行	233
专题二 角与距离	238
第二章 多面体和旋转体	244
(一) 基础知识简表	244
(二) 专题能力检测	248

专题一 多面体	248
专题二 旋转体	258
专题三 多面体和旋转体的最值	259

IV 解析几何部分

第一章 直线	266
(一) 基础知识简表	266
(二) 专题能力检测	268
专题一 两点间距离和定比分点	268
专题二 直线方程的各种形式	274
专题三 直线方程的应用	279
第二章 圆锥曲线	286
(一) 基础知识简表	286
(二) 专题能力检测	289
专题一 曲线与方程	289
专题二 充要条件	293
专题三 圆的方程及应用	296
专题四 圆锥曲线定义与标准方程	300
专题五 圆锥曲线的主要性质	304
专题六 圆锥曲线焦半径与弦长计算	308
专题七 坐标平移	313
专题八 圆锥曲线方程的求法	318
专题九 直线与圆锥曲线的位置关系	324
第三章 参数方程和极坐标	330
(一) 基础知识简表	330
(二) 专题能力检测	333

专题一	参数方程和参数法求轨迹	333
专题二	直线和圆锥曲线参数方程的应用	337
专题三	含有参变量的方程	343
专题四	极坐标系	347
专题五	极坐标系中的曲线与方程	351
专题六	圆锥曲线的统一方程及其应用	356

V 专题讲座部分

第一讲	形象思维与用图形分析法解题	360
第二讲	含参数的二次函数和二次方程	367
第三讲	要注意用函数思想解题	375

VI 综合检测部分

检测试题 一	383
检测试题二	394

I 代数部分

第一章 幂函数 指数函数 对数函数

(一) 基础知识简表

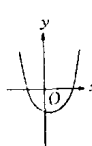
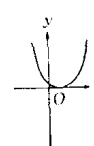
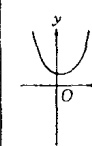
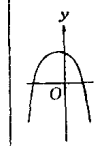
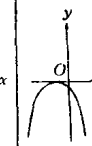
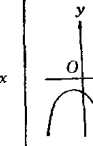
(1) 集合与映射			
		意义及符号	性 质
集合与元素的从属关系	属于	a 是集合 A 的元素叫作 a 属于 A , 记作 $a \in A$	
集合之间的包含关系	子集	若 $a \in A$ 必有 $a \in B$, 叫作 A 是 B 的子集, 记作 $A \subseteq B$ 。	① $A \subseteq A$ ② $\emptyset \subseteq A$
	真子集	如果 $A \subseteq B$, 且至少有 $b \in B$ 但 $b \notin A$, 叫作 A 是 B 的真子集, 记作 $A \subset B$	③ 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cup B = B$, $A \cap B = A$
	相等	$A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ 叫作 $A = B$ 。	④ n 个元素集合的所有子集数为 2^n 个。
	并集	$A \cup B = \{x x \in A \text{ 或 } x \in B\}$	① $A \cup A = A$ ② $A \cup \emptyset = A$
	交集	$A \cap B = \{x x \in A \text{ 且 } x \in B\}$	① $A \cap A = A$ ② $A \cap \emptyset = \emptyset$
	补集	$\bar{A} = \{x x \in I \text{ 且 } x \notin A, A \subseteq I\}$	① $\overline{\bar{A}} = A$ ② $A \cup \bar{A} = I$ $A \cap \bar{A} = \emptyset$ ③ $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

集合之间的对应关系	映射	如果按某种对应法则f,对集A的任一元素,在集B中都有唯一元素和它对应,这样的对应叫作从A到B的映射,记作 $f: A \rightarrow B$	注1.一对一,多对一的对应都可能映射。 注2.若 $a \in A$, $b \in B$, $a \rightarrow b$, b叫a的象, a叫b的原象
-----------	----	---	--

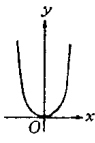
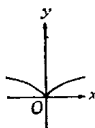
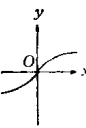
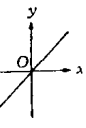
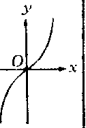
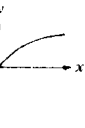
(2) 函数的概念及性质			
	定 义	说 明	
函 数	当 A, B 都是非空的数集,且 B 的每一元素都有原象时,这样的映射 $f: A \rightarrow B$,叫作 A 到 B 上的函数		
定义域	原象集合 A 叫定义域,即自变量的允许值范围。		
值 域	象集合 B 叫值域,即函数值的集合	求值域的方法 ①二次函数法,如 $y = 2 - \sqrt{3x^2 - 10x + 9}$ $y = \arccos(x^2 - x)$ ②不等式法,如 $y = \sqrt{9x^2 + 6 + \frac{4}{x^2}}$ ③判别式法,如 $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ ④图象法,如$y = x^2 - 1$, $y = \frac{2 - \sin x}{3 + \cos x}$ ⑤观察法,如$y = 3 + \sqrt{2x + 1}$	

奇偶性	对函数 $f(x)$ 定义域内任一 x, 若 $f(-x) = f(x)$, $f(x)$ 叫偶函数, 若 $f(-x) = -f(x)$, $f(x)$ 叫奇函数	判别方法: ①定义法。②图象法。 注意: 定义域必须关于原点对称。
单调性	对于给定区间 D 上的函数 $f(x)$, 对任意的 $x_1 \in D$, $x_2 \in D$, 且 $x_1 < x_2$ 有 $f(x_1) < f(x_2)$ 则称 $f(x)$ 在 D 上是增函数, 若有 $f(x_1) > f(x_2)$, 则 $f(x)$ 在 D 上是减函数	判别方法: ①定义法。②图象法。
周期性	对于函数 $f(x)$, 如果存在一个常数 $T (\neq 0)$, 使得当 x 取定义域内每一值时, $f(x+T) = f(x)$ 都成立, 就把 $f(x)$ 叫周期函数	若 T 为 $f(x)$ 的周期, 则 $kT (k \in \mathbb{Z})$ 也是 $f(x)$ 的周期。
反函数	见课本	①反函数的定义域 = 原来函数的值域; 反函数的值域 = 原来函数的定义域。 ② $y = f(x)$ 和 $y = f^{-1}(x)$ 图象关于 $y = x$ 对称。 ③ $y = f(x)$ 与 $x = f^{-1}(y)$ 图象重合。 ④ $y = f(x)$ 与 $y = f^{-1}(x)$ 有相同的单调性。

(3) 二次函数

定义	$y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 叫作 y 是 x 的二次函数					
图 象	$a > 0$			$a < 0$		
	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
						
定义域	$x \in R$					
值域	$\left[\frac{4ac - b^2}{4a}, +\infty \right)$			$\left(-\infty, \frac{4ac - b^2}{4a} \right]$		
单 调 性	$\left[-\frac{b}{2a}, +\infty \right)$ 增函数			$\left[-\frac{b}{2a}, +\infty \right)$ 减函数		
	$\left(-\infty, -\frac{b}{2a} \right]$ 减函数			$\left(-\infty, -\frac{b}{2a} \right]$ 增函数		
奇偶性	$b = 0$ 时为偶函数 $b \neq 0$ 时为非奇非偶函数					
对 称 轴	$x = -\frac{b}{2a}$					
顶 点	$\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$					
极 值	$y_{\text{极小}} = \frac{4ac - b^2}{4a}$			$y_{\text{极大}} = \frac{4ac - b^2}{4a}$		

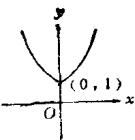
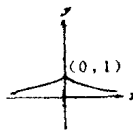
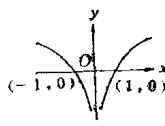
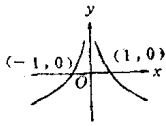
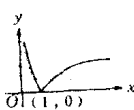
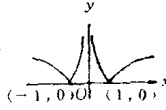
在 $x \in [m, n]$ 的最值	$-\frac{b}{2a} < m$	$m \leq -\frac{b}{2a} \leq n$	$-\frac{b}{2a} > n$	$-\frac{b}{2a} < m$	$m \leq -\frac{b}{2a} \leq n$	$-\frac{b}{2a} > n$
$y_{\text{小}} =$	$y_{\text{小}} = f(m)$	$y_{\text{小}} = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	$y_{\text{小}} = f(n)$	$y_{\text{小}} = f(n)$	$y_{\text{小}} = \min\{f(m), f(n)\}$	$y_{\text{小}} = f(m)$
$y_{\text{大}} =$	$y_{\text{大}} = f(n)$	$y_{\text{大}} = \max\{f(m), f(n)\}$	$y_{\text{大}} = f(m)$	$y_{\text{大}} = f(m)$	$y_{\text{大}} = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	$y_{\text{大}} = f(n)$

(4) 幂 函 数						
定义	$y = x^n$ ($n \in R$) 叫幂函数					
$n > 0$						
类型	$y = x^{\frac{\text{偶}}{\text{奇}}}$		$y = x^{\frac{\text{奇}}{\text{奇}}}$		$y = x^{\frac{\text{奇}}{\text{偶}}}$	
代表函数	$y = x^2$	$y = x^{\frac{2}{3}}$	$y = x^{\frac{1}{3}}$	$y = x$	$y = x^3$	$y = x^{\frac{1}{2}}$
图 象						
定义域	$x \in R$		$x \in R$		$x \in R^+$	
值域	$y \in R^+$		$y \in R$		$y \in R^+$	
奇偶性	偶		奇		非奇非偶	
单调性	$[0, +\infty)$ 增 $(-\infty, 0]$ 减		R 增		$[0, +\infty)$ 增	
关键点	$(0, 0), (1, 1), (-1, 1)$		$(0, 0), (1, 1), (-1, -1)$		$(0, 0), (1, 1)$	

$n \leq 0$				
类型	$y = x^{-\frac{\text{偶}}{\text{奇}}}$	$y = x^{-\frac{\text{奇}}{\text{奇}}}$	$y = x^{-\frac{\text{奇}}{\text{偶}}}$	$y = x^0$
代表函数	$y = x^{-2}$	$y = x^{-1}$	$y = x^{-\frac{1}{2}}$	$y = x^0$
图 象				
定义域	$\{x x \neq 0, x \in \mathbb{R}\}$	$\{x x \neq 0, x \in \mathbb{R}\}$	$x \in \mathbb{R}^+$	$\{x x \neq 0, x \in \mathbb{R}\}$
值域	$y \in \mathbb{R}^+$	$\{y y \neq 0, y \in \mathbb{R}\}$	$y \in \mathbb{R}^+$	$y \in \{1\}$
奇偶性	偶	奇	非奇非偶	偶
单调性	$(-\infty, 0)$ 增, $(0, +\infty)$ 减	$(-\infty, 0)$ 减, $(0, +\infty)$ 减	$\mathbb{R}^+$ 减	
关键点	$(1, 1),$ $(-1, 1)$	$(1, 1),$ $(-1, -1)$	$(1, 1)$	

注：表中的奇，偶分别表示正奇数，正偶数。

(5) 指数函数和对数函数				
	指数函数		对数函数	
定义	$y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ 叫指数函数		$y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 叫对数函数	
图 象	$a > 1$	$0 < a < 1$	$a > 1$	$0 < a < 1$

定义域	$x \in \mathbb{R}$		$x \in \mathbb{R}^+$	
值域	$y \in \mathbb{R}^+$		$y \in \mathbb{R}$	
奇偶性	非奇非偶		非奇非偶	
单调性	$\mathbb{R}$ 上增	$\mathbb{R}$ 上增	$\mathbb{R}^+$ 上减	$\mathbb{R}^+$ 上减
函数值	$x > 0$ 时 $y > 1$,	$x > 0$ 时,	$x > 1$ 时, $y > 0$	$x > 1$ 时, $y < 0$
变化	$x < 0$ 时,	$0 < y < 1$	$0 < x < 1$ 时,	$0 < x < 1$ 时,
范围	$0 < y < 1$	$x < 0$ 时, $y > 1$	$y < 0$	$y > 0$
关键点	(0, 1)		(1, 0)	
附 注	$y = a^{ x }$ 图象		$y = \log_a x $ 图象	
	$a > 1$	$0 < a < 1$	$a > 1$	$0 < a < 1$
				
	$y = \log_a x $ 图象		$y = \log_a x $ 图象	
				

(6) 换底公式			
公式	$\log_a N = \frac{\log_c N}{\log_c a}$	推论	$\log_a N = \frac{1}{\log_a a} \log_a N = \log_a a^m N^m$ ($m \in \mathbb{N}$)

(7) 指数方程和对数方程	
方 程	解 法
$a^{F(x)} = a^{G(x)}$	$F(x) = G(x)$
$a^{F(x)} = b^{G(x)}$	$F(x)\log_m a = G(x)\log_m b$
$ma^{2x} + na^x + c = 0$	换元法: 设 $a^x = t$
$\log_m F(x) = \log_m G(x)$	$\begin{cases} F(x) > 0 \\ G(x) > 0 \\ F(x) = G(x) \end{cases}$
$\log_{G(x)} F(x) = m$	$\begin{aligned} G(x) &> 0 \\ G(x) &\neq 1 \\ F(x) &> 0 \\ [G(x)]^m &= F(x) \end{aligned}$
$m\log_a^2 x + n\log_a x + c = 0$	换元法: 设 $\log_a x = t$

(二) 专题能力检测

专题一 集 合

检 测 题

1. 选择题

- (1) 设 $M \neq \phi$, $N \neq \phi$, 那么 $M \cap N = M$ 是 $N = M$ 的
()
- (A) 充分不必要条件. (B) 必要不充分条件.
(C) 充分必要条件. (D) 以上都不是.