

6-1, 3, 01
J
高等学校教学用书



电工学的理论基础

DIANGONGXUE DI LILUN JICHU

第三册

列·罗·聶曼 著
帕·拉·卡蘭塔羅夫

人民教育出版社

高等学校教学用书



电工学的理论基础

第三册

列·罗·聶曼 著
帕·拉·卡蘭塔罗夫
鍾兆琥 譯

人民教育出版社

本书原来是根据苏联国立动力出版社 (Государственное энергетическое издательство) 1951 年出版的帕·拉·卡兰塔罗夫 (П. Л. Калантаров) 和列·罗·聂曼 (Л. Р. Нейман) 合著的“电工学的理论基础”(Теоретические основы электротехники) 第三版译出的。1955 年曾由原译者根据原书 1954 年新版修订过一次, 现又由译者根据原书 1959 年第五版加以修订。原书经苏联高等教育部批准为动力工程学院、电机工程学院以及动力工程系和电机工程系用的教科书。

全书分三册出版。第一册为“电工的物理基础及直流电路理论”, 除“直线律直流电路的计算”一章系卡兰塔罗夫所写外, 其余各章皆均系聂曼所写。第二册为“交流电路理论”, 原系卡兰塔罗夫所写, 因卡兰塔罗夫已逝世, 新版由聂曼加以部分改写和补充。第三册为“电磁场理论”, 系聂曼所写。新版的第一册和第二册已分别由我社于 1960 年 5 月和 8 月出版。

簡 裝 本 說 明

目前 850×1168 毫米規格紙張較少, 本書暫以 787×1092 毫米規格紙張印刷, 定價相應減少 20%。希鑒諒。

电 工 学 的 理 論 基 礎

第 三 册

列·罗·聂曼 帕·拉·卡兰塔罗夫著

鍾兆璠譯

人民教育出版社出版

高等學校教學用書 電機部
北京宣武門內永樂寺 7 號

北京市書刊出版業營業許可證出字第 2 號

中央民族印刷厂印裝

新华书店科技发行所发行

各地新华书店經售

統一書號 15010·98 開本 787×1092 1/32 印張 7⁶/₁₆
字數 190,000 印數 23,001—33,000 定價 (7) 洋 0.70

1956 年 2 月北京第 1 版 1961 年 3 月第 2 版

1961 年 3 月北京第 9 次印刷

目 录

第一章 电磁場及表征电磁場的方程

§ 1. 电现象与磁现象間的連系・电磁場	1
§ 2. 电磁場两部分的相对性	6
§ 3. 以微分形式表示的麦克斯韦尔方程	9
§ 4. 以微分形式表示的高斯定理和麦克斯韦尔假設	12
§ 5. 以微分形式表示的磁通連續性原則和电流連續性原則	17
§ 6. 奥斯特罗格拉夫基定理・斯托克斯定理	18
§ 7. 电磁場的全部方程系	20
§ 8. 作为电磁場特殊情况的静电場和直流場	24

第二章 靜电場

§ 9. 靜电場的无旋度特征・电位梯度	25
§ 10. 电場强度和电位在离带电体系很远处的衰减	28
§ 11. 根据已知的电荷分布求电位	32
§ 12. 泊松方程与拉普拉斯方程	34
§ 13. 导体表面上的边界条件	35
§ 14. 两个电介质分界表面上的边界条件	36
§ 15. 静电学的基本問題	39
§ 16. 平行的平面場	40
§ 17. 复变函数之应用	44
§ 18. 孤立的圓截面导线的电場	46
§ 19. 两个成夹角的平面的电場	48
§ 20. 二綫輸电綫的电場	49
§ 21. 平行的不共軸圓柱的电場	52
§ 22. 平板电容器边缘上的电場	53
§ 23. 平行平面电場图的图解繪制法	56
§ 24. 旋轉体电場图之图解繪制法	57
§ 25. 在絕緣媒质不均匀的情形下电場图的图解繪制法	57
§ 26. 在外界靜电場內的絕緣体	58

§ 27. 外界均匀电场内的电介质球	59
§ 28. 在外界静电场内的导体·静电屏蔽	62
§ 29. 均匀外界电场内的金属球	63
§ 30. 镜像法	64

第三章 电容计算

§ 31. 圆柱间的电容·二根输电线的电容	67
§ 32. 物体系统内的电位系数·静电感应系数和部分电容	70
§ 33. 很长的平行导线系统内的电位系数	75
§ 34. 计入大地影响时的二根输电线的电容	77
§ 35. 三相输电线的电容	78
§ 36. 计算导线系统内电位系数和电容的平均电位法	82
§ 37. 根据电场图计算电容	86

第四章 恒定电流的电场

§ 38. 恒定电流的电磁场方程	88
§ 39. 围绕载恒定电流的导体的电介质内的电场	89
§ 40. 导电媒质内的电场和电流密度矢量场	90
§ 41. 两导电媒质分界面上的边界条件	91
§ 42. 导电媒质内电场与静电场之比拟	93
§ 43. 电缆里的漏电流和电缆绝缘的电阻	94
§ 44. 接地电阻	95

第五章 恒定电流的磁场

§ 45. 电流磁场的旋涡特征·在电流范围以外磁场的无向位	99
§ 46. 电流磁场的矢量位	101
§ 47. 以矢量位表示的磁通公式	105
§ 48. 计算恒定电流的磁场的一般问题	105
§ 49. 平行的平面磁场	108
§ 50. 复变函数的应用	108
§ 51. 线形导线的磁场·平行平面的电场与磁场的一致性原理	109
§ 52. 在均匀外磁场内的载流直导线	111
§ 53. 有任何形状的一定截面面积的导体的磁场	112
§ 54. 圆截面导线的磁场	113
§ 55. 二根输电线的磁场	114
§ 56. 磁导率不同的两个媒质的分界面上的边界条件	116

§ 57. 靠近铁块平面的电流磁场·镜像法	117
§ 58. 磁场的图解绘制法	118
§ 59. 空间问题·载流回路的磁场	123
§ 60. 以视及电流回路时所张的立体角表示的无向磁位公式	125
§ 61. 离任意形状的电流回路很远处的磁场	126
§ 62. 外界磁场内的物体·与静电学问题的比拟	127
§ 63. 外界均匀磁场内的旋转圆球与椭圆球	128
§ 64. 去磁系数	129
§ 65. 磁屏蔽	131

第六章 电感的计算

§ 66. 互感系数与自感系数的一般公式	132
§ 67. 两个圆环的互感系数	137
§ 68. 圆环的电感	138
§ 69. 分段算法	140
§ 70. 由直导线构成的回路的电感	141
§ 71. 矩形线圈的电感	143
§ 72. 两条二线输电线路间的互感系数	144
§ 73. 二线输电线路的电感	145
§ 74. 三相输电线路的电感	146

第七章 电介质内的交变电磁场

§ 75. 电介质内的平面电磁波·电磁波的传播速度	149
§ 76. 波印亭矢量	155
§ 77. 电磁能量流	158
§ 78. 用天线辐射电磁能·赫兹的试验·列且捷夫的著作·波波夫的无电线发明	161
§ 79. 电磁场的电动态矢量位和电动态无向位	166
§ 80. 带交变电荷的电偶极子	172
§ 81. 与偶极子相隔的距离小于波长处的电磁场	176
§ 82. 与偶极子相隔的距离大于波长很多处的电磁场	176
§ 83. 偶极子和天线的辐射功率和辐射电阻	177
§ 84. 电磁能沿导线的传输	179
§ 85. 电磁能沿金属管内腔的传输	182
§ 86. 波导	183

第八章 导电媒质内的交变电场

§ 87. 导电媒质内的平面电磁波	193
§ 88. 波长与波的衰减	196
§ 89. 集肤效应现象	197
§ 90. 导线的电阻和内感抗	198
§ 91. 导线在集肤效应强烈表现时的电阻	202
§ 92. 在铁磁材料制成的粗壮导线内的集肤效应	204
§ 93. 论复磁导率与复电容率	206
§ 94. 交变磁通在平面片内的不均匀分布	208
§ 95. 电流在圆柱导线内的不均匀分布	211
§ 96. 圆柱导线的电阻和内电抗	217
§ 97. 邻近效应 • 感应法表面硬化	219
§ 98. 电磁屏蔽	220
§ 99. 电场和磁场的实验研究与造型	221
§ 100. 论电路与磁路的参数	227

第 一 章

电磁場及表征电磁場的方程

§ 1. 电現象与磁現象間的連系 · 电磁場

在这部书的第一册中我們曾經对电現象和磁現象之間的紧密連系給予巨大的注意。任何电的或磁的現象,如果全面地加以研究,按其本质說总是一个电磁場。

电磁場是物质的特殊形态。任何带电微粒被电磁場所包围,这个电磁場与微粒組成統一的整体。但是电磁場也能脫离带电微粒而独立存在,表现为以接近于 3×10^8 米/秒的速度运动的光子,或者一般說来,表现为以这种速度运动的被辐射的电磁場(电磁波)。

电磁場的特征是在空間分布的連續性,而同时其結構又显示有不連續性,这种不連續性表现为被辐射的电磁場的量子,例如光子。

电磁場是一定量的能的携带者,这种能善于变换成其他形态的能——化学能、热能、机械运动能等等。

正是因为有广泛的可能性来实现这种变换,并且电磁場能够把能量傳輸到很远的地方去,才使电工学能有現代的高度发展。

电磁場具有一定的能量,且有与这一能量相应的一定的质量,这个质量可由全能量 W 和全质量 m 之間的一般关系 $W = mc^2$ 来决定,其中 c 是真空中光速。但是,在通常应用的电磁場中,质量密度是极其微小的。假使磁感应强度等于 1 韦伯/米²,电场强度等于 10^8 伏/米 = 10^6 伏/厘米。这种电场强度只有在极高度的真空內才能达到。在这两个

条件之下，电磁場能量的体密度等于电场能量体密度与磁场能量体密度之和，并且具有数值：

$$W' = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{10^{16}}{2 \times 4\pi \times 9 \times 10^9} + \frac{1}{2 \times 4\pi \times 10^{-7}} = 4.42 \times 10^5 \text{ 焦耳/米}^3.$$

与此相应，电磁場质量的体密度这时候具有数值：

$$\frac{m}{V} = \frac{W'}{c^2} = \frac{4.42 \times 10^5}{(3 \times 10^8)^2} = 4.91 \times 10^{-12} \text{ 公斤/米}^3,$$

也就是說，是一个极微小的量。

場质量的存在具有原則性的意义。已知場质量之值，就很容易計算光綫射在物体表面上时加于表面的压力。在彼·尼·列別捷夫的杰出的实验中已經确定了光有压力并且量出了它的大小，这些实验肯定了电磁場学說的許多結論。

在实践中应用的电磁場的质量密度是极微小的，因此我們通常有根据不去考虑电磁場的这一特性，而把注意力主要放在所研究的現象的能方面。除了上面所列举的性能外，它的特征是还有一些在力学中所不研究的**特殊的电磁性能**，具体說，就是对带电微粒起力作用的本領。这种作用决定于带电微粒的速度。

总而言之，电磁場是一种特殊形态的物质，这种物质由上面所提起的那些性能来表征。电场和磁场不过是永远是統一的电磁場的两方面而已。这里必須要注意，把不倚靠我們的观察而客观存在的电磁場分成它的两个部分——电场和磁场——的做法是相对的，換句話說，这种分法决定于用这种或那种装置来对电磁場进行观察时的条件。

举例說，倘若有一些对我們來說是靜止的带电物体，在包圍这些物体的空間我們借助于一个不动的試驗带电体会发现电场，但用一个不动的磁針却不能在此空間发现磁场。試驗带电体在这个空間的每一点会感受到一定的机械力，磁針却并不企图向某一定方向取向。但是，倘若在这时候另一个观察者与磁針一同对着那些带电体运动，那么，他将

在带电体附近同时发现磁场。的确，带电体对于观察者的运动，以及对于观察者用来测定磁场的仪器的运动，就是运动电流，而任何电流是与磁场有关的。

对于我们在某些空间区域内仅能发现一个磁场的情形，也可作同样讲解。举例说，在对于我们是静止的永久磁铁的周围，我们仅能发现磁场。在这个空间的每一点，不动的磁针将力图指向一定的方向，但是不动的试验带电体在这个空间不受感受到任何力的作用。但是，在同一时间与试验带电体一同对磁铁运动的观察者又会发现电场。对于这种现象他的解释是：由于磁铁对于他是运动的，磁场就是随时间变化的，而任何变化的磁场在同一个空间内会引起感应的电场。

所有这些都肯定了前面所讲的基本原理，那就是，客观上永远存在着与观察条件无关的统一的电磁场，但是把它分成两部分却与试验条件有关。

这里应当指出，即使在某些场合我们下结论说，在空间的某些区域内发现了只是电方面的或只是磁方面的现象，这种结论是仅对现象的宏观研究讲的。的确，如果我们深入研究一下与静止带电体的电场有关、并且在带电体表面上完成的那些过程的物理图景，那么我们会立刻发现磁方面的现象。根据我们的理解，物体的总电荷是许多永远在运动着的带电元微粒的集合体。可见带电体内存在着元电流，这些元电流不仅为电场所包围，同时也被磁场所包围，而只因为这些元电流的方向极其混乱，所以它们的磁场在离开带电体很近的地方就已经几乎完全互相抵消掉了。这样看来，即使在这种场合，全面地观察现象时它还是一种电磁现象。

在有静止的永久磁铁时，情形完全相同，它们的磁场是与存在于磁铁物质内的元电流有关的。由此可见，即使在这种场合，整个现象还是电磁现象。

因为我们有可能来创造某些条件，使我们在空间的某些区域内仅

能发觉电磁过程的一方面，所以我们就有根据分别研究一些表示电场特性的基本公式和一些表示磁场特性的基本公式。所以能够这样做的另一根据，还因为在讨论许多实际问题时，我们所关心的仅是两个场中的一个。举例说，在研究电机的转矩时，我们注意的仅是机器内存在的磁场。然而在决定同一机器的绝缘强度问题时，我们注意的却仅是电场。但是，即使在这本书的开头几章里，当我们必须把电磁过程的两方面分开讨论的时候，我们已经着重地指出了这两方面的密切连系，并且实际上已经确定出这种连系的物理本质以及决定这种连系的数值方面的关系。

根据这部书第一册内讨论的一切可以得到这样的结论：任何电流一定伴随着磁场，而反过来讲，磁场也不可避免地要与电流有联系。电流一般规定分为三类：传导电流，其密度与电场强度成比例；位移电流，其密度与电场强度的变化速率成比例；徙动电流，其密度决定于自由带电粒子或带电体的运动速度，而后者又由这些粒子或物体所经过的途径上的电动势决定。但是从物理方面讲，电流只应分成两类，并且用另一些特征来表示。第一类电流为带电荷的元粒子的运动。传导电流、徙动电流和因物质的极化强度起变化而产生的一部分位移电流，都包括在这一类内。第二类电流不能表示为我们熟知的带电元粒子的运动，它就是真空中的位移电流。

在运动着的带电粒子的周围空间，既存在有电场，又存在有磁场。这两种场决定了统一的电磁场的两方面。

真空中的位移电流是因电场随时间变化而产生的，它也被磁场所包围。因此，只要电场随着时间有变化，就会在同一空间产生与其有关的磁场。在这种场合，这两种场也同样决定着一个统一的电磁场。

电流与磁场强度间的关系是用全电流定律：

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = i$$

来确定的，这个定律說，磁場强度矢量沿任何閉合回路所取的綫积分，等于穿过此閉合回路所限定的表面的全电流。

表示具有上述的概括意义的全电流定律，其方程式右方包括各种形态的电流，也包括了真空中的位移电流。这个方程式是麦克斯韦尔創立的，它称为**麦克斯韦尔第一方程式**。依靠这个方程式建立了电磁現象两方面間的一个最重要的关系，那就是这个方程式确定了电量运动时和电場变化时产生的磁場。

第二种关系是确定因磁場随時間变化而产生的电場。这一关系是法拉第发見的，并由他制定为电磁感应定律。麦克斯韦尔的功績是把这个定律推广应用于任何媒质。根据麦克斯韦尔所制定的电磁感应定律，穿过某一回路限定的表面的磁通发生变化时，此回路內产生的电动势等于这一磁通的变化速率的負值。麦克斯韦尔推广应用的实质是要把发生电动势的回路能看成是放在任何一个媒质內的。特别是这种回路可能是全部处于真空中的想象回路。

当磁場变化时在这种回路內之所以发生电动势是因出現了感应电場的結果。这时候，沿某一途徑作用的电动势等于电場强度沿此途徑的綫积分。这样看来，麦克斯韦尔綜合起来的电磁感应定律可以写成为下列公式：

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

这个方程式称为**麦克斯韦尔第二方程式**。电磁感应現象的实质就是每当磁場随着時間产生变化时，在同一个空間就要产生与磁場有关的电場。

上列的两个方程式是以积分形式表示的电磁場的基本方程式。

研究电磁場和計算电磁場的方法具有极其重大的意义。

在討論交流电路理論的第二册里，我們曾經指出了这种电路里的物理現象的复杂性。那时候曾經指出，建立交流电路理論之所以可能

是以許多科学抽象为根据的。只有根据科学抽象把許多在一定条件下可算作次要的現象忽略不計，才有可能建立这种理論。电路和磁路的理論是以电路和磁路的参数，例如电感、电容、电阻、磁阻等等为依据的，把这些参数的数值算作已知值。但是要計算电路参数就必须知道当电路各段中有电流和电压时电路各段上形成的电場和磁場。研究电磁場不仅对于計算电路参数是件重要的事。如果我們願意更全面地研究这种或那种电工装置中的电磁現象的真相，而不限于电路和磁路理論所依据的某些假設，那么，我們也必須要研究电磁場。实际上，为了全面說明任何設備中的电磁現象的特征，也必須要知道决定电磁現象的諸物理量——电流密度、电場强度、磁感应强度等等——的空間分布，以及这些量随時間的变化。因此，为了深刻地研究电磁現象，就必须研究表征这些現象的电磁場。

在分析电磁現象的时候，并不是永远可以引入并利用电路和磁路的概念，那怕是为了获得近似的解答也罷。有許多重要的实际情形，那时候这些概念就損失了本身的意义，因而只有用仔細研究电磁場的方法才能分析电磁現象。电磁波輻射和傳播的問題就是重要的例子之一。

电磁場学說的主要理論是麦克斯韦尔創立的，他把这一学說发表在 1873 年出版的著作“論电与磁”(Treatise on Electricity and Magnetism)一书中。应当指出，俄国科学院院士楞茨早在 1833 年就已經确定了电現象与磁現象的共同性以及两者間相互关系的原理。赫茲的實驗、列別捷夫对于光的电磁本质的研究、波波夫发明的无綫电都輝煌地証实了麦克斯韦尔的电磁場学說。

§ 2. 电磁場两部分的相对性

客觀存在的电磁場可能因为觀察条件的不同而使我們有不同的感覺。具体地說，电磁場的两个基本部分——电場和磁場——在彼此相

对运动的不同坐标系内将是不同的。这在原則上在前一节开始时已經讲得很明白了。讓我們举出一些表示这个重要原理的特点的关系式来。

假設在某一个坐标系內电磁場的特性是以矢量 $\mathbf{E}'$ 和 $\mathbf{B}'$, 或相应地以矢量 $\mathbf{D}' = \epsilon \mathbf{E}'$ 和 $\mathbf{H}' = \frac{\mathbf{B}'}{\mu}$ 表示的。令带有电荷 q 的微粒以速度 $\mathbf{v}$ 对此坐标系运动。这个微粒感受的机械力为(第一册):

$$\mathbf{f} = q\mathbf{E}' + q[\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}'].$$

同时, $q\mathbf{E}'$ 这个力是微粒从电场方面感受到的, 而 $q[\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}']$ 这个力则是从磁场方面感受到的。

現在讓我們假定有另外有一个坐标系、它以速度 $\mathbf{v}$ 与带电微粒一起对第一个坐标系作均匀和綫性的运动。对于这个第二坐标系, 带电微粒是靜止的。所以以后一个观察者会宣称: 全部机械力 $\mathbf{f}$ 仅是具有强度为 $\mathbf{E}''$ 的电場作用的结果, 这个力从下列等式求得:

$$\mathbf{f} = q\mathbf{E}''.$$

把力的两个公式比較一下, 我們得:

$$\mathbf{E}'' = \mathbf{E}' + [\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}'].$$

由此可知, 电場强度, 数值上虽确定为作用于一个对某一坐标系是靜止的点带电物体的机械力对该物体的电荷之比, 实际上在相对运动的不同的坐标系內是不同的。

必須要声明一下, 上面求出的 $\mathbf{E}''$ 与 $\mathbf{E}'$ 間的关系式只有在速度 v 比光速 c 小很多、并且运动是均匀的和綫性的条件下才是合理的。当 v 与 c 很接近时, 应当根据相对論加以更詳細的研究而在公式中計入另一項, 这一項在 $v \ll c$ 时是微小得可以不計的。

令第一坐标系內运动着一个閉合导电回路。由于电磁感应現象而在回路內发生的电动势可以写成为:

$$\epsilon = \oint \mathbf{E}'' d\mathbf{l} = \oint \mathbf{E}' d\mathbf{l} + \oint [\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}'] d\mathbf{l},$$

其中 $\mathbf{v}$ 是单元 $d\mathbf{l}$ 的运动速度, 或

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \oint [\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}'] d\mathbf{l}.$$

如果回路在第一坐标系内是不动的話, 那么分量 $\oint \mathbf{E}' d\mathbf{l} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t}$ 就是回路内因磁通变化而感应的电动势。分量 $\oint [\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}'] d\mathbf{l}$ 是因回路在此坐标系内运动而引起的电动势(第一册)。

我們也可以証明, 在彼此相对运动的不同坐标系内磁場强度也是不同的。将下面的简单情形研究一下, 我們就能得出两个坐标系内的 $\mathbf{H}''$ 值和 $\mathbf{H}'$ 值之间的关系。假使第一坐标系内的电磁場是由带电荷 q 的孤独微粒在該坐标系内以速度 $\mathbf{v}_1$ 运动而产生的。当 $v_1 \ll c$ 时, 静电位移矢量 $\mathbf{D}' = \frac{q}{4\pi r^2} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r}$, 其中 r 代表自电荷至确定 $\mathbf{D}'$ 值的某一点间的距离; $\mathbf{r}$ 为相应的矢徑。

运动的带电微粒在此坐标系内产生的磁場强度 $\mathbf{H}'$ 的值(第一册)为:

$$\mathbf{H}' = \frac{v_1 q \sin \alpha}{4\pi r^2}, \quad \mathbf{H}' = \left[\mathbf{v}_1 \cdot \frac{q}{4\pi r^2} \cdot \frac{\mathbf{v}}{r} \right] = [\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{D}'].$$

在对第一坐标系以速度 $\mathbf{v}$ 运动的第二坐标系内, 我們感觉带电微粒 q 是以速度 $\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}$ 运动着的。因此, 微粒在此坐标系内所产生的磁場, 其强度在 $v_2 \ll c$ 的条件下为:

$$\mathbf{H}'' = \left[\mathbf{v}_2 \cdot \frac{q}{4\pi r^2} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r} \right] = [\mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{D}'] = [\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{D}'] - [\mathbf{v} \cdot \mathbf{D}'].$$

这样看来, 我們得一关系式:

$$\mathbf{H}'' = \mathbf{H}' - [\mathbf{v} \cdot \mathbf{D}'].$$

这一个关系式只有在我們在討論 $\mathbf{E}''$ 与 $\mathbf{E}'$ 的关系式时曾經声明过的那些条件下方屬合理。

所有上述的一切再一次地証实了那个重要的原理, 就是从物理上讲, 我們只能談到一个統一的、与观察条件毫不相干而独立存在的电磁

場。將電磁場分成兩個部分是一種相對的事情。

今後我們還要討論靜止媒質內，特別是不動導體內的電磁場。與此相應，在所有方程式內將引用對時間所取的偏導數。

§ 3. 以微分形式表示的麦克斯韦尔方程

在研究電磁場的時候，需要在空間每一點上找出表示此電磁場特性的所有物理量。因此，我們已不能以積分形式的方程為滿足而應當用微分形式表示它們。

讓我們把麥克斯韋爾第一方程寫成微分形式。根據這個方程，沿一個閉合回路所取的磁場強度的綫積分可以當作穿過這個回路所限定的表面 s 的電流量看。但是電流在表面 s 上的分布情形，却不能根據此積分的數值來判斷。為了解決這個問題，一定要採用此方程的微分形式。假使我們想弄明白電流是否通過 A 點所在的微小表面 Δs ，以及在 A 點上的電流密度有多少大（圖 1）。沿限定表面 Δs 的微小回路所取的磁場強度的綫積分等於通過

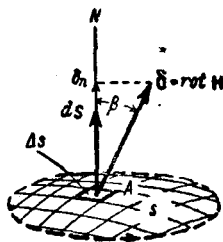


圖 1.

這個表面的微小電流 Δi ： $\oint H dl = \Delta i$ ，也可作為電流 Δi 的量度之用。 Δi 的大小與表面 Δs 的尺寸有關。為了得到一個完全確定的值，我們可用 Δs 除等式的左右兩邊，而後求 Δs 趨向零而縮減成 A 點時這個比率趨向的極限。我們將有：

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\oint H dl}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta i}{\Delta s}.$$

等式右邊的物理量是 A 點上的電流密度矢量沿表面 s 的法綫方向的分量：

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta i}{\Delta s} = \delta \cos \beta = \delta_n.$$

等式左边的物理量,我们从数学课程中知道,是一个矢量在 A 点处对表面 s 的法线的投影,这个矢量称为矢量 $\mathbf{H}$ 的旋度。矢量 $\mathbf{H}$ 的旋度以 $\text{rot } \mathbf{H}$ 代表。据此,后者的投影应以

$$\text{rot}_n \mathbf{H} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{H} d\mathbf{l}}{\Delta s}$$

代表。

由此看来,

$$\text{rot}_n \mathbf{H} = \delta_n.$$

倘若单元表面 Δs 的位置正是使它的正法线与电流密度矢量的方向相符的位置,那么比率 $\frac{\delta_i}{\Delta s}$ 的极限将得最大值,等于 A 点上的电流密

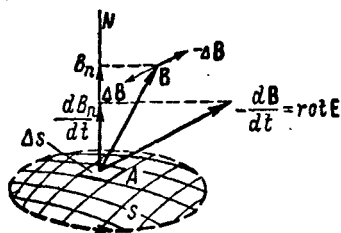


图 2.

度。同时,我们用右螺旋定则把正法线的方向与循行回路的方向联系起来。当单元表面占有这种位置时,矢量等式的右边将是电流密度矢量,左方则为矢量 $\text{rot } \mathbf{H}$ 。这样看来,以微分形式表示的麦克斯韦尔第一方程应为:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \delta.$$

现在再以微分形式来表示麦克斯韦尔第二方程。同时,在研究不动媒质内的场的时候,我们用偏导数来代替对时间所取的全导数。沿限定微小表面 Δs 的微小回路(图 2)取电场强度矢量的线积分。用 Δs 除此积分,并求出当表面 Δs 趋向零且缩减成场的某点 A 的时候,上述商数趋向的极限。这时候我们能得到矢量 $\mathbf{E}$ 的旋度在 A 点对所择单元表面的法线的投影为:

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{E} d\mathbf{l}}{\Delta s} = \text{rot}_n \mathbf{E}.$$

在麦克斯韦尔第二方程式的右边,我们应该用 Δs 去除通过表面