

Zhongkao
Guanjian 中考
关键 100 题



江苏少年儿童出版社

内 容 提 要

本书是为应届初中毕业生数学总复习冲刺阶段编著的。

书中 100 题符合“文教大纲”、“普九教材”和素质教育的要求,揭示了中考数学命题的热点内容,反映了中考改革的发展趋势。本书紧扣课本和中考实际,突出了基础知识、基本技能和基本的教学思想方法,具有知识的综合性、题型的典型性和方法的多样性特点,有助于把握知识的重点、解题的关键、应试的策略,帮助学生减轻中考时的心理压力,为今后继续学习打下扎实基础。

策 划：冯家俊 吴 霄
主 编：毛积源
分册主编：焦涵秋 李玉鹏
编 著 者：王丹娅 方荣香
陈一红 李玉鹏
徐家庆 焦涵秋
管智贵 葛露霞

目 录

一、数学应用问题(第 1~12 题)	1
第 1 题	1
第 2 题	2
第 3 题	4
第 4 题	5
第 5 题	7
第 6 题	10
第 7 题	11
第 8 题	13
第 9 题	15
第 10 题	17
第 11 题	19
第 12 题	22
二、阅读问题(第 13~17 题)	24
第 13 题	24
第 14 题	26
第 15 题	28
第 16 题	30
第 17 题	31

三、方程(组)和不等式(组)问题(第 18~21 题)	34
第 18 题.....	34
第 19 题.....	35
第 20 题.....	37
第 21 题.....	40
四、求值或参数范围问题(第 22~26 题)	42
第 22 题.....	42
第 23 题.....	43
第 24 题.....	45
第 25 题.....	47
第 26 题.....	48
五、函数及其图象问题(第 27~43 题)	52
第 27 题.....	52
第 28 题.....	54
第 29 题.....	56
第 30 题.....	59
第 31 题.....	61
第 32 题.....	64
第 33 题.....	69
第 34 题.....	72
第 35 题.....	74
第 36 题.....	76
第 37 题.....	78
第 38 题.....	80
第 39 题.....	82

第 40 题	84
第 41 题	86
第 42 题	90
第 43 题	93
六、以三角形为背景的问题(第 44~47 题)	98
第 44 题	98
第 45 题	101
第 46 题	103
第 47 题	105
七、以四边形为背景的问题(第 48~57 题)	107
第 48 题	107
第 49 题	109
第 50 题	111
第 51 题	115
第 52 题	116
第 53 题	118
第 54 题	119
第 55 题	121
第 56 题	122
第 57 题	125
八、以一个圆为背景的问题(第 58~65 题)	128
第 58 题	128
第 59 题	131
第 60 题	133
第 61 题	135

第 62 题	137
第 63 题	139
第 64 题	142
第 65 题	144
九、以两圆为背景的问题(第 66~74 题)	146
第 66 题	146
第 67 题	147
第 68 题	149
第 69 题	152
第 70 题	154
第 71 题	155
第 72 题	157
第 73 题	160
第 74 题	162
十、折叠问题(第 75~77 题)	167
第 75 题	167
第 76 题	168
第 77 题	170
十一、分类讨论问题(第 78~81 题)	173
第 78 题	173
第 79 题	176
第 80 题	178
第 81 题	181

十二、几何图形中的函数问题(第 82~88 题)	186
第 82 题	186
第 83 题	187
第 84 题	189
第 85 题	192
第 86 题	194
第 87 题	196
第 88 题	199
十三、探索性问题(第 89~97 题)	202
第 89 题	202
第 90 题	204
第 91 题	206
第 92 题	208
第 93 题	211
第 94 题	213
第 95 题	215
第 96 题	218
第 97 题	221
十四、“坐标几何”问题(第 98~100 题)	226
第 98 题	226
第 99 题	229
第 100 题	231

一、数学应用问题(第 1~12 题)

第 1 题

【题目】

某礼品店出售两种像册,单价分别为 160 元和 120 元. 两种像册每册都含 30% 的利润,但单价为 160 元的像册不好出售. 有位顾客带 1200 元来买一定数量的同一种像册,他想买单价为 160 元的,但钱不够,可礼品店经理还是如数付给他这种像册,结果礼品店获利比卖出相同数量的单价为 120 元的像册还多 16 元. 问: 这位顾客共买像册多少册?

【关键提示】

本题反映的是当前市场经济中司空见惯的商家灵活经营、让利销售的经营现象. 这种贴近生活贴近社会的题型, 是近年来中考试题中的常见题型, 符合素质教育要求. 本题着重考查学生的阅读能力和应用能力, 考查的知识点为一元一次方程和分式方程. 解决本题的关键是正确理解“利润”概念, 并能在复杂的条件中找到等量关系.

【解题思路】

紧紧抓住“礼品店获利比卖出相同数量的单价为 120 元的像册还多 16 元”这句话, 便可得到等量关系.

“单价为 160 元含利润 30%”即表示: 160 元中利润为 $160 \times 30\% = 48$ 元, 成本为 $160 \times (1 - 30\%) = 112$ 元.

商品销售价格、成本、利润有如下关系: 价格 = 成本 + 利润.

【标准答案】

解法一：设这位顾客共买像册 x 册，根据题意，得

$$\frac{1200}{x} - 160 \times (1 - 30\%) = 120 \times 30\% + \frac{16}{x}.$$

解这个方程，得 $x = 8$.

经检验， $x = 8$ 是所列方程的根.

答：这位顾客共买像册 8 册.

解法二：设这位顾客共买像册 y 册，根据题意，得

$$1200 - 160 \cdot (1 - 30\%) \cdot y = 120 \cdot 30\% \cdot y + 16.$$

解这个方程，得 $y = 8$.

答：这位顾客共买像册 8 册.

第 2 题

【题目】

某城市举办篮球比赛，共有 15 个队参赛，比赛采用循环制（每两个队之间都要比赛一场），并规定胜一场记 3 分，平一场记 1 分，负一场记 0 分. 某队在比赛中胜的场数比负的场数多 4 场，结果积 26 分. 问该队在比赛中平了几场？

【关键提示】

本题是有关球赛得分的应用题，类似的还有考试得分等问题. 这类问题比较贴近学生生活，因而在近年来的中考试题中屡有出现. 这类问题涉及的知识点一般有：方程（组）、不等式、函数等. 根据条件确立等量（或函数）关系是解决这类问题的重点.

【解题思路】

根据已知记分方法和该队所得总分,可得等量关系:胜场得分+平场得分=总积分.因此关键是用含同一字母的代数式来表示胜场数和平场数.仔细阅读题目就可发现,该队比赛总场数为14场,胜场数比负场数多4场,因此,只要任意假设胜场数、负场数或平场数为x,其余两个场数都可用含x的代数式来表示.因而本题得解.

【标准答案】

解法一:设该队在比赛中负x场,则该队在比赛中胜 $(x+4)$ 场,平 $[14-x-(x+4)]$ 场.根据题意,得

$$3 \cdot (x+4) + 1 \cdot [14 - x - (x+4)] = 26.$$

解这个方程,得 $x = 4$.

$$\therefore 14 - x - (x+4) = 2.$$

答:该队在比赛中平了2场.

解法二:设该队在比赛中胜y场,则该队在比赛中负 $(y-4)$ 场,平 $[14-y-(y-4)]$ 场.根据题意,得

$$3y + [14 - y - (y-4)] = 26.$$

解这个方程,得 $y = 8$.

$$\therefore 14 - y - (y-4) = 2.$$

答:该队在比赛中平了2场.

解法三:设该队在比赛中平了z场,那么该队在比赛中胜 $\frac{(14-z)+4}{2}$ 场,根据题意,得

$$\frac{(14-z)+4}{2} \times 3 + z = 26.$$

解这个方程,得 $z = 2$.

答：该队在比赛中平了 2 场。

第 3 题

【题目】

某化工厂现有甲种原料 370 千克，乙种原料 293 千克，计划用这两种原料生产 A、B 两种产品共 50 件。已知生产一件 A 种产品，需用甲种原料 9 千克，乙种原料 3 千克，获利 800 元；生产一件 B 种产品，需用甲种原料 4 千克，乙种原料 10 千克，可获利 1000 元。

(1) 按题目所给要求和条件，安排 A、B 两种产品生产件数，共有哪几种方案？

(2) (1) 中哪种方案获总利润最大？最大利润是多少？

【关键提示】

本题是生产经营决策问题。在市场经济竞争十分激烈的今天，帮助学生学会比较、学会择优决策，是素质教育的要求，也是近年中考的热门题型。本题涉及的知识点有：不等式(组)、一次函数。解决这类题的关键是，建立相应的数学模型。

【解题思路】

(1) A、B 两种产品的生产件数，受总件数 50 和所需两种原料的库存量的制约。所以可由此得出不等式组，从而确立 A、B 两种产品生产件数的范围，再进一步讨论可选择的生产方案。

(2) 列出总利润与产品生产数量之间的函数关系，根据函数的增减性质，就可以解决本题。

【标准答案】

(1) 解：设安排生产 A 种产品 x 件，则安排生产 B 种产品

$(50 - x)$ 件, 根据题意, 得

$$\begin{cases} 9x + 4(50 - x) \leqslant 370, \\ 3x + 10(50 - x) \leqslant 293. \end{cases}$$

解这个不等式组, 得 $29 \frac{4}{7} \leqslant x \leqslant 34$.

$\because x$ 是整数, $\therefore x$ 的值为 30、31、32、33、34.

$\therefore (50 - x)$ 的值依次为 20、19、18、17、16.

答: 安排生产 A 产品和 B 产品件数的方案有五种, 它们是: A 产品 30 件、 B 产品 20 件; A 产品 31 件、 B 产品 19 件; A 产品 32 件、 B 产品 18 件; A 产品 33 件、 B 产品 17 件; A 产品 34 件、 B 产品 16 件.

(2) 解: 设安排生产 A 种产品 x 件, 生产 B 种产品 $(50 - x)$ 件, 此时获得利润 y 元, 则

$$\begin{aligned} y &= 800x + 1000(50 - x) \\ &= -200x + 50000. \end{aligned}$$

$\because -200 < 0$, $\therefore y$ 随 x 的增大而减小.

\therefore 当 $x = 30$ 时, y 有最大值: $-200 \times 30 + 50000 = 44000$ (元).

答: 安排生产 A 、 B 两种产品的件数分别为 30 件和 20 件时, 工厂获得总利润最大, 最大利润为 44000 元.

第 4 题

【题目】

甲、乙两人分别骑摩托车从 A 、 B 两地相向而行, 甲先行 1 小

时后,乙才出发,又经过4小时,两人在途中的C地相遇.相遇后两人按原来的方向继续前行.乙在由C地到A地的途中因故停了20分钟,结果乙到达A地时比甲到达B地还提前了40分钟.已知乙比甲每小时多行驶4千米,求甲、乙两人的骑车速度.

【关键提示】

本题是行程问题中的相遇问题,它是应用题中非常重要的一种类型.由于它可以训练和考查学生的阅读能力、分析问题解决问题的能力,且生活气息较浓,所以在各地中考题中经常见到.解决本类型问题的关键,是把握住相遇后甲(乙)行的路程就是相遇前乙(甲)行的路程.

【解题思路】

思路一:设甲每小时行 x 千米,则乙的速度、甲和乙相遇前行驶的路程都可用含 x 的式子来表示.由于相遇前甲(乙)所行的路程就是相遇后乙(甲)所行的路程,所以,相遇后甲(乙)所行时间都能用含 x 的式子表示.再根据相遇后甲、乙所行时间之间的关系或甲、乙行全程所用时间的关系就可列出方程,解出此题.

思路二:设相遇时乙行路程为 x 千米,则乙速度可用含 x 的式子表示,进而甲的速度也能表示.以后思路同思路一.

【标准答案】

解法一:设甲骑车速度为 x 千米/时,则乙的速度为 $(x+4)$ 千米/时.根据题意,得

$$\frac{5x}{x+4} = \frac{4(x+4)}{x} - \frac{20}{60} - \frac{40}{60}.$$

解这个方程,得 $x_1 = 16$, $x_2 = -2$.

经检验, $x = 16$ 和 $x = -2$ 都是原方程的解,但 $x = -2$ 不合题意,舍去.所以只取 $x = 16$.

$$x + 4 = 16 + 4 = 20(\text{千米}/\text{时}).$$

答：甲、乙两人骑车的速度分别为 16 千米/时和 20 千米/时。

解法一中的方程也可列成如下形式：

$$\frac{5x + 4(x + 4)}{x + 4} = \frac{5x + 4(x + 4)}{x} - \frac{40}{60} - \frac{20}{60} - 1.$$

解法二：设相遇时乙行驶了 x 千米，则乙的速度为 $\frac{x}{4}$ 千米/时，甲的速度为 $\left(\frac{x}{4} - 4\right)$ 千米/时。根据题意，得

$$\frac{\left(\frac{x}{4} - 4\right) \cdot 5}{\frac{x}{4}} = \frac{x}{\frac{x}{4} - 4} - \frac{40}{60} - \frac{20}{60}.$$

解这个方程，得 $x_1 = 80$, $x_2 = 8$.

经检验， $x = 80$ 和 $x = 8$ 都是原方程的解。

当 $x = 80$ 时， $\frac{x}{4} - 4 = 16$ (千米/时)， $\frac{x}{4} = 20$ (千米/时)；

当 $x = 8$ 时， $\frac{x}{4} - 4 = -2$ (负数不合题意，舍去)。

答：甲、乙两人骑车速度分别为 16 千米/时和 20 千米/时。

解法二中的方程也可列成如下形式：

$$\frac{\left(\frac{x}{4} - 4\right) 5 + x}{\frac{x}{4}} = \frac{\left(\frac{x}{4} - 4\right) 5 + x}{\frac{x}{4} - 4} - \frac{20}{60} - \frac{40}{60} - 1.$$

第 5 题

【题目】

某工厂安排甲车间生产某种仪器，在生产了若干天后，因订货

方要求提前交货，工厂对原安排作调整，另安排乙车间与甲车间共同生产。当甲车间又生产 30 台仪器时，乙车间生产的仪器总数已比甲车间开工以来生产的仪器总数多出 10 台，这时甲车间共用去 10 天。又知甲车间在调整前生产的仪器数乙车间只需 2 天就可完成。问甲车间调整前生产了多少台仪器？

【关键提示】

本题属于应用题中的工程问题，是初中数学的重要内容。本题来源于生产实践，各种数量之间的联系交错复杂，不易理清，但解决思路灵活多变，有利于培养学生从多角度全面地思考问题，有利于考查学生应用知识解决实际问题的能力。解决这类问题的关键在于找准相等关系、明确各数量间的内在联系。

【解题思路】

思路一：设甲车间每天生产仪器 x 台，则甲车间调整后生产天数（即乙车间生产天数）为 $\frac{30}{x}$ 天，又因为甲车间调整前生产仪器 $(10x - 30)$ 台，所以乙车间每天生产 $\frac{10x - 30}{2}$ 台，进而可得乙车间共生产仪器 $\frac{10x - 30}{2} \cdot \frac{30}{x}$ 台。由此可得方程 $10x + 10 = \frac{10x - 30}{2} \cdot \frac{30}{x}$ 。

思路二：设甲车间调整前生产仪器 y 台，则甲车间每天生产 $\frac{y + 30}{10}$ 台仪器，调整后甲车间生产的天数（即乙车间的生产天数）为 $\frac{30 \cdot 10}{y + 30}$ 天；因为乙车间每天生产 $\frac{y}{2}$ 台仪器，所以乙车间共生产仪器 $\frac{30 \cdot 10}{y + 30} \cdot \frac{y}{2}$ 台，由此可得方程 $\frac{30 \cdot 10}{y + 30} \cdot \frac{y}{2} = y + 30 + 10$ 。

思路三：按照思路一、二，设下面任一数量为 x ，都可解决本

题：乙车间每天生产仪器数、乙车间生产天数、乙车间生产仪器总数、甲车间生产仪器总数、调整前(后)甲车间生产天数.

思路四：设上面三个思路中任意两个未知数，列方程组也能解出此题.

【标准答案】

解法一：设甲每天生产仪器 x 台，根据题意，得

$$10x + 10 = \frac{10x - 30}{2} \cdot \frac{30}{x}.$$

解这个方程，得 $x_1 = 5, x_2 = 9$.

经检验 $x_1 = 5$ 和 $x_2 = 9$ 都是所列方程的解.

因为当 $x = 9$ 时，甲车间调整前的生产天数为 $10 - \frac{30}{x} = \frac{20}{3}$ ，

$\frac{20}{3}$ 不是整数，所以 $x = 9$ 不合题意舍去. 因此，只取 $x = 5$.

当 $x = 5$ 时， $10x - 30 = 20$ (台).

答：甲车间调整前生产了 20 台仪器.

解法二：设甲车间调整前生产了 y 台仪器. 根据题意，得

$$\frac{30 + 10}{y + 30} \cdot \frac{y}{2} = y + 30 + 10.$$

解这个方程，得 $y_1 = 20, y_2 = 60$.

经检验， $y_1 = 20, y_2 = 60$ 都是所列方程的解. 当 $y = 60$ 时，

甲车间调整前生产天数为 $\frac{10y}{y + 30} = \frac{20}{3}$ 天， $\frac{20}{3}$ 不是整数，所以 $y = 60$ 不合题意舍去. 因此，只取 $y = 20$.

答：甲车间调整前生产了 20 台仪器.

解法三：设甲车间每天生产仪器 x 台，调整前生产仪器 y 台，根据题意，得：