21世纪高校规划教材

高等数学

GAODENGSHUXUE

（经济类）

主 编 何先应

副主编 陈晓江 严钦波 卢赛光

江西高校出版社

GAODENGSHUXUE

21世纪高校规划教材

高 等 数 学

（经济类）

主　编　何先应

副主编　陈晓江　严钦波　卢赛光

江西高校出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学:经济类/何先应主编 .—南昌:江西高校出版社,2004.8

ISBN 7-81075-450-5

Ⅰ.高… Ⅱ.何… Ⅲ.高等数学-高等学校:技术学校-教材 Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 080165 号

江西高校出版社出版发行

(江西省南昌市洪都北大道 96 号)

邮编:330046 电话:(0791)8592235、8504319

江西太元科技有限公司照排部照排

江西教育印刷厂印刷

各地新华书店经销

*

2004 年 8 月第 1 版 2004 年 8 月第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16 20.25 印张 420 千字

印数:1~3500 册

定价:29.50 元

(江西高校版图书如有印刷、装订错误,请随时向承印厂调换)

前 言

为了适应高职高专教育发展的需要,造就更多的实用型经济管理人才,实现高职高专的培养目标,针对高职高专学生的特点,我们编写了这本《高等数学(经济类)》.

全书分上、下两册,上册包括函数、极限与连续、导数与微分、中值定理及导数的应用、一元函数积分学和多元函数共6章;下册包括行列式、矩阵、线性方程组、线性规划初步、随机事件及其概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征、参数估计、数学实验和数学建模简介共9章.参考教学时数为136课时,带 * 内容可供选学.

本书在编写过程中,以"必须够用"为度,致力于以下几个方面的努力:

1. 在保留高等数学核心内容的前提下,着力于内容的"削枝强干",不贪多求全,不贪高求深,以适应经济类高职高专数学课时偏少的需要.

2. 在概念的引入上,尽量做到简单、直观,在叙述上力求做到通俗易懂;弱化复杂的计算技巧,删去公式、定理的纯理论证明;着意选编相关的经济应用实例,以加强应用能力的培养.

3. 注重概念之间的联系和运算方法的总结,对于每一种运算方法的使用及定理的应用,都配有适当的例题,并在每章后配有适量的习题,以巩固学生对所学知识的理解和掌握.

4. 为了拓宽学生的视野,提高综合素质,增加了"数学实验和数学建模简介"这一章,引入计算机软件 Mathematica 和 Matlab,以体现教学改革的方向.

本书由江西财经职业学院何先应副教授任主编,并拟定编写大纲,由九江职业技术学院陈晓江副教授、江西陶瓷工艺美术职业技术学院严钦波讲师、江西财经职业学院卢赛光副教授任副主编.具体分工为:第4、5、9、12章由何先应副教授编写,第1、8、10、15章由陈晓江副教授编写,第3、11、13、14章由严钦波讲师编写,第2、6、7章由卢赛光副教授编写.

本书初稿完成后,由何先应副教授修改补充和总纂定稿.

本书在编写过程中,借鉴了许多同行的论著、编著及文章,江西省教育厅的有关领导对本书的编写非常重视,江西高校出版社为本书的编写、出版给予了大量的帮助和支持,在此一并表示深深的谢意!

由于编写时间仓促，加之编者水平有限，书中不妥之处在所难免，恳请专家、同行和读者予以指正.

编者

2004年5月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目 录

第 1 章　函　数

函数是微积分研究的主要对象，是高等数学中一个最重要的基本概念，本章是在初等数学中已有函数知识的基础上进一步讨论函数，给出函数的一般定义，结合图形叙述一些简单的函数性质.

1.1　函数的概念

1.1.1　区间与邻域的概念

1. 区间

设 a、b 为实数，且 $a < b$，

(1) 满足不等式 $a < x < b$ 的所有实数 x 的集合，称为以 a、b 为端点的开区间，记为 (a, b)，见图 1－1. 即

$$(a,b) = \{x|a < x < b\}.$$

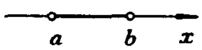


图 1－1

图 1－2

(2) 满足不等式 $a \leqslant x \leqslant b$ 的所有实数 x 的集合，称为以 a、b 为端点的闭区间，记为 $[a, b]$，见图 1－2. 即

$$[a,b] = \{x|a \leqslant x \leqslant b\}.$$

(3) 满足不等式 $a < x \leqslant b$ 或 $(a \leqslant x < b)$ 的所有实数 x 的集合，称为以 a、b 为端点的半开区间，记为 $(a,b]$（或 $[a,b)$），分别见图 1－3 和图 1－4. 即

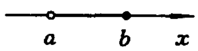


图 1－3

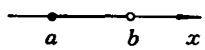


图 1－4

以上三类区间为有限区间. 有限区间右端点 b 与左端点 a 的差 $b - a$，称为区间的长.

还有以下几类无限区间：

(4) $(a, +\infty) = \{x|a < x\}$，

$[a, +\infty) = \{x|a \leqslant x\}$.

(5) $(-\infty, b) = \{|x|x < b\}$，

$(-\infty, b] = \{x|x \leqslant b\}$.

(6) $(-\infty, +\infty) = \{x| -\infty < x < +\infty\}$.

即全体实数的集合.

2. 邻域

设 $\delta > 0$，在数轴上以点 x_0 为中心，长度为 2δ 的开区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$，称为点 x_0 的 δ 邻域. x_0 称为邻域的中心，δ 称为邻域的半径. 如图 1－5.

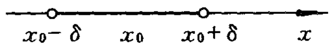


图 1-5

显然,$(x_0-\delta, x_0+\delta)=\{x \mid |x-x_0|<\delta, \delta>0\}$.

例如,以 2 为中心,以 0.1 为半径的邻域,就是指开区间(1.9,2.1);又如,开区间(2.5,3.5)就是指以 3 为中心,0.5 为半径的邻域.

1.1.2 函数的定义

在同一自然现象、经济现象或技术过程中,我们所研究的各个量之间,一般都不是彼此孤立存在的,而是相互联系、相互依赖和相互制约的.

例1 某商品每件成本3元,今卖出100件,如果每件的价格用 x(元)表示,那么所获得的利润 L(元)和它们之间就有如下关系:

$$L=100(x-3) \quad (\text{元}).$$

例2 由平面几何知,半径为 r 的圆的面积 S 有如下公式计算:

$$S=\pi r^2.$$

定义 1.1 在某一变化过程中有两个变量 x、y,如果存在一个对应规律 f,对于变量 x 在其变化范围内的每一个值,根据这一对应规律,变量 y 都有确定的值与之对应,则称变量 y 是变量 x 的函数,记为

$$y=f(x).$$

这时,称 x 为自变量,y 为因变量,自变量 x 的变化范围称为函数的定义域,记为 $D(f)$,它是使 $y=f(x)$ 有意义(确定值)的自变量 x 的取值的全体.

所谓对应规律 f,它代表的只是 x 与 y 之间的一种关系,它可用其他符号代替,如 φ、g、F 等均可.如果我们需要同时考察 x 的几个函数,为避免混淆,就要用不同的记号来分别表示对应规律.

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $D(f)$,对于 $x_0\in D(f)$,称函数 y 的对应值为函数在 x_0 处的函数值,记为

$$f(x_0) \text{ 或 } y|_{x=x_0}.$$

全体函数值所构成的集合叫做 $y=f(x)$ 的值域,记为 $Z(f)$.

例3 若 $y=f(x)=3x^2-2x+1$.

解 则 $y|_{x=0}=f(0)=3\cdot 0^2-2\cdot 0+1=1$;

$$y|_{x=x_0}=f(x_0)=3x_0^2-2x_0+1;$$

$$\begin{aligned} y|_{x=a+2}&=f(a+2)=3(a+2)^2-2(a+2)+1\\ &=3a^2+10a+9. \end{aligned}$$

例4 已知 $y=f(x)=x^3+1$,求 $f(x^2)$,$f(-x)$,$[f(x)]^2$,$f(\frac{1}{x})$.

解 $f(x^2)=(x^2)^3+1=x^6+1$;

$$f(-x)=(-x)^3+1=-x^3+1;$$

$$[f(x)]^2=(x^3+1)^2=x^6+2x^3+1;$$

$$f(\frac{1}{x})=(\frac{1}{x})^3+1=\frac{1}{x^3}+1.$$

为了更好地理解函数概念的实质,我们必须进一步研究函数的两个要素,即函数的定义域与对应规律.

求函数的定义域时,要掌握两点:

第一,在实际问题中,函数的定义域要由实际问题的意义确定.

例如前面提到的圆面积 S 与 r 之间的函数关系

$$S = \pi r^2.$$

因半径的长度不能为零和负数,所以 $D(f) = (0, +\infty)$.

第二,如果不考虑函数的实际意义,只研究用算式表达的函数,这时我们规定:函数的定义域是使函数表达式有意义时自变量所取的实数值的全体.

例5 求函数 $y = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 的定义域.

解 要使函数有意义,根号内的值不能为负数,且分母不能为零,所以有 $1-x^2>0$,则函数的定义域为 $-1<x<1$,用区间表示为 $(-1,1)$.

例6 求函数 $y = \lg(1-x) + \sqrt{x+4}$ 的定义域.

解 因为对数没有负数,所以 $1-x>0$,即 $x<1$;

又 $x+4 \geqslant 0$,即 $x \geqslant -4$.

故函数的定义域为 $-4 \leqslant x < 1$,用区间表示为 $[-4,1)$.

例7 求函数 $y = \arcsin \dfrac{1}{x}$ 的定义域.

解 除 x 不能为零外,且须 $\left|\dfrac{1}{x}\right| \leqslant 1$,即 $|x| \geqslant 1$,这个不等式已经把 $x=0$ 除外,所以函数的定义域是 $(-\infty,-1] \cup [1,+\infty)$.

由于函数的实质是由它的两个要素决定的,因此,如果有两个函数,它们的定义域相同,对应规律也相同(即对于自变量的任一取值,函数值也相同),那么我们就说这两个函数是相同的函数.若定义域不同或者对应规律不同,则说这两个函数不相同.

例8 判断下列函数是否相同?

(1) $y = f(x) = x$ 与 $y = g(x) = \dfrac{x^2}{x}$;

(2) $y = \lg x^2$ 与 $y = 2\lg x$;

(3) $y = x$ 与 $y = \sqrt{x^2}$;

(4) $y = f(x) = 1$ 与 $u = g(v) = \sin^2 v + \cos^2 v$.

解 (1) 前者的定义域为一切实数,而后者要求 $x \neq 0$,即它们的定义域不同,所以表示不同的函数.

(2) $y = \lg x^2$ 的定义域为 $x \neq 0$,而 $y = 2\lg x$ 的定义域为 $x>0$,定义域不同,因此这两个函数不相同.

(3) 显然,这两个函数的定义域都是全体实数,但后者 $y = \sqrt{x^2} = |x|$,当 $x<0$ 时,$|x| = -x$,与前者 $y = x$ 的对应规律不同,故 $y = x$ 与 $y = \sqrt{x^2}$ 是不同的函数.

(4) $y = 1$ 的定义域为一切实数,$u = \sin^2 v + \cos^2 v$ 的定义域也是一切实数,即它们的定义域相同.又因为对于任意值 v,$u = \sin^2 v + \cos^2 v = 1$ 与 $y = 1$ 对应规律相同,说明它们表示同一函数.

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

从上例可以看出，函数是否相同，与其变量的符号无关

1.1.3 函数表示法

表示函数关系的方法很多，最常用的有三种.

1.列表法

在实际应用(尤其是数值计算)中，常把一系列自变量及相应的函数值列成表格形式，如平方表、对数表、三角函数表等，这种表示函数关系的方法称为列表法.

2.图示法

用图形表示两个变量之间函数关系的方法称为图示法.

例9 某气象台用温度自动记录仪描出来的一昼夜的温度变化曲线(图1-6)形象地表示了温度 T 与时间 t 的变化规律.对于某一确定的时间 t，就有一个确定的温度 T 与之对应.如：当 $t=0$ 时，$T=17℃$，当 $t=18$ 时，$T=20℃$.该曲线就是表示温度与时间的函数关系.

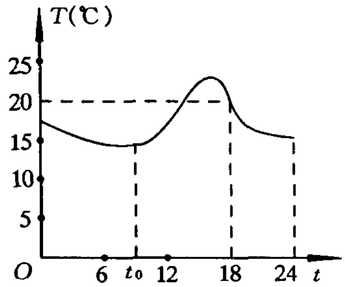


图1-6

3.解析法(公式法)

利用数学式子表示两个变量之间的函数关系的方法称为解析法，也可称为公式法.前面提到的圆的面积计算公式 $S=\pi r^2$ 和利润与价格的关系 $L=100(x-3)$ 就是这种表示法的例子.

在实际应用中，我们还经常遇到将定义域分成若干部分，各部分用不同的式子表示的函数，这类函数称为分段函数.

例10 函数 $f(x)=\begin{cases}x+1, & x<0,\\ 0, & x=0,\\ x-1, & x>0.\end{cases}$

这是由三个式子表示的一个分段函数，这个函数的定义域是 $(-\infty,+\infty)$，它的图形如图1-7所示.

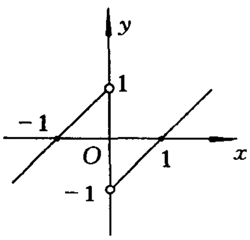


图1-7

当 x 分别取 $-2,0,3$ 时有：

$f(-2)=-2+1=-1$;

$f(0)=0$;

$f(3)=3-1=2$.

例11 设企业对某商品规定了价格差：购买量在10千克以下(包括10千克)，每千克价10元；购买量小于等于100千克，其中超过10千克的部分，每千克价9元；购买量大于100千克的部分，每千克价8元.试作出购买量为 x 千克的费用函数.

解 设购买 x 千克的费用函数为 $C(x)$，由题设关于价格规定知：

当 $0\leqslant x\leqslant 10$ 时，$C(x)=10x$(元)；

当 $10<x\leqslant 100$ 时，$C(x)=100+9(x-10)$

$=9x+10$(元)；

当 $x>100$ 时，$C(x)=100+810+8(x-100)$

$=8x+110$(元).

这里要注意的是，当 $x>100$ 时，其中有10千克费用为 $10\times 10=100$(元)，有90千克费

用为 $9 \times 90 = 810$(元).综合起来得到用分段函数表示的费用函数为

$$C(x) = \begin{cases} 10x, & 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 9x + 10, & 10 < x \leqslant 100, \\ 8x + 110, & x > 100. \end{cases}$$

1.2 函数的基本性质

1.2.1 函数的奇偶性

定义 1.2 设函数 $y = f(x)$ 的定义域关于原点对称,对任意 $x \in D(f)$,

(1) 若 $f(-x) = f(x)$,则称 $y = f(x)$ 为偶函数;

(2) 若 $f(-x) = -f(x)$,则称 $y = f(x)$ 为奇函数.

例如:$y = c$,$y = x^2$,$y = \cos x$ 是偶函数;而 $y = x^3$,$y = \sin x$,$y = \tan x$ 都是奇函数.

例 12 判断下列各函数的奇偶性:

(1)$y = x(x + \sin x)$; (2)$y = \dfrac{a^x + a^{-x}}{a^x - a^{-x}}$;

(3)$y = \lg(\sqrt{x^2 + 1} + x)$; (4)$y = x^3 + 2\cos x$.

解 (1) 因为

$$\begin{aligned} f(-x) &= (-x)[(-x) + \sin(-x)] \\ &= -x(-x - \sin x) \\ &= x(x + \sin x) = f(x), \end{aligned}$$

所以 $y = x(x + \sin x)$ 是偶函数.

(2) 因为

$$\begin{aligned} f(-x) &= \frac{a^{-x} + a^{-(-x)}}{a^{-x} - a^{-(-x)}} = \frac{a^{-x} + a^x}{a^{-x} - a^x} \\ &= -\frac{a^x + a^{-x}}{a^x - a^{-x}} = -f(x), \end{aligned}$$

所以 $y = \dfrac{a^x + a^{-x}}{a^x - a^{-x}}$ 是奇函数.

(3) 因为

$$\begin{aligned} f(-x) &= \lg[\sqrt{(-x)^2 + 1} + (-x)] \\ &= \lg(\sqrt{x^2 + 1} - x) \\ &= \lg \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = -\lg(\sqrt{x^2 + 1} + x) = -f(x), \end{aligned}$$

所以 $y = \lg(\sqrt{x^2 + 1} + x)$ 是奇函数.

(4) 因为 $f(-x) = (-x)^3 + 2\cos(-x) = -x^3 + 2\cos x \neq f(x)$,也不等于 $-f(x)$,所以 $y = x^3 + 2\cos x$ 为非奇非偶函数.

奇、偶函数的特点:

偶函数的图形关于 y 轴对称.这是因为 $f(-x) = f(x)$,所以如果点 $P(x, f(x))$ 在 $y = f(x)$ 的图形上,则关于 y 轴对称的点 $P'(-x, f(x))$ 也在该图形上.如图 1-8.

奇函数的图形关于原点对称.这是因为 $f(-x) = -f(x)$,所以如果点 $Q(x, f(x))$ 在 $y = f(x)$ 的图形上,则关于原点对称的点 $Q'(-x, -f(x))$ 也在该图形上.如图 1-9.

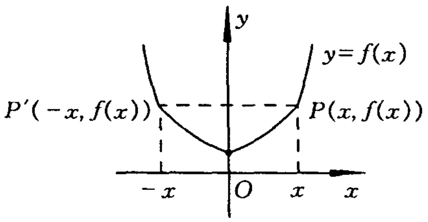


图 1-8

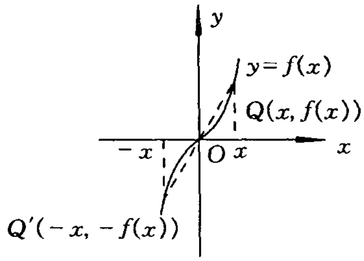


图 1-9

1.2.2　函数的单调性

定义 1.3　设函数 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内有定义，对于任意 x_1、$x_2\in(a,b)$，且 $x_1<x_2$.

(1) 若 $f(x_1)<f(x_2)$，则称 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内为单调增加函数. 这时，(a,b) 为 $y=f(x)$ 的单调增加区间.

(2) 若 $f(x_1)>f(x_2)$，则称 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内为单调减少函数. 这时，(a,b) 为 $y=f(x)$ 的单调减少区间

从几何图形上看，单调增加函数的图形是一条沿 x 轴正向上升的曲线(图 1－10)；单调减少函数的图形是一条沿 x 轴正向下降的曲线(图 1－11).

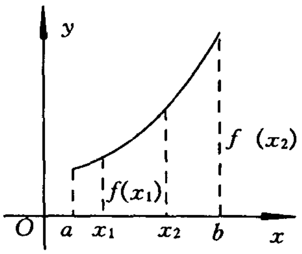


图 1-10

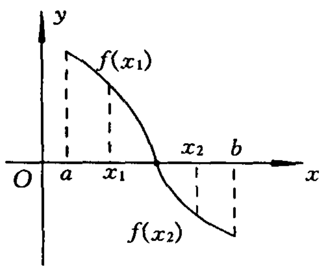


图 1-11

单调增加函数与单调减少函数统称为单调函数；使函数为单调函数的自变量变化的区间叫做单调区间.

例 13　求下列函数单调增加或单调减少的区间.

(1) $y=x^3$;　　　　(2) $y=x^2$.

解　(1) 函数 $y=x^3$ 在其定义域 $(-\infty,+\infty)$ 内都是单调增加的.

(2) 函数 $y=x^2$ 在 $(-\infty,0)$ 内是单调减少的，在 $(0,+\infty)$ 内是单调增加的.

1.2.3　函数的周期性

定义 1.4　设 T 为一个不为零的常数，如果函数 $f(x)$ 对于任意 $x\in D(f)$，$f(T+x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 是周期函数. 使上述关系式成立的最小正数 T，称为函数 $f(x)$ 的周期，或者说函数 $f(x)$ 是以 T 为周期的周期函数.

周期函数的特点：周期函数的图形可由该函数在定义域内长度为 T 的区间上的图形平移而得到

如函数 $y=\sin x$ 和 $y=\cos x$ 都是以 2π 为周期的周期函数；函数 $y=\tan x$ 和 $y=\cot x$ 都

是以 π 为周期的周期函数.

1.2.4　函数的有界性

定义 1.5　设函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内有定义,如果存在一个正数 M,使得对于任意 $x \in (a,b)$,不等式 $|f(x)| \leqslant M$ 或 $-M \leqslant f(x) \leqslant M$ 恒成立,则称 $f(x)$ 是有界函数,即 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内有界;如果这样的正数 M 不存在,则称 $f(x)$ 为无界函数,即 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内无界.

注意:上述定义也适应于闭区间、半开区间和无限区间.

有界函数的特点:有界函数的图像夹在直线 $y = M$ 和 $y = -M$ 之间.

例如,函数 $y = \sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是有界的,因为对于任何实数 x,不等式 $|\sin x| \leqslant 1$ 总成立,这里 $M = 1$.

又如,函数 $y = \dfrac{1}{x}$ 在区间 $(0,2)$ 内是无界的,因为不存在这样的正数 M,使 $\left|\dfrac{1}{x}\right| \leqslant M$ 对于区间 $(0,2)$ 内的一切 x 值都成立. 但是函数 $y = \dfrac{1}{x}$ 在区间 $[1,3]$ 内是有界的,因为可取 $M = 1$,对于区间 $[1,3]$ 内的一切值 x,不等式 $\left|\dfrac{1}{x}\right| \leqslant M$ 都成立.

1.3　反函数与复合函数

1.3.1　反函数

定义 1.6　设有函数 $y = f(x)$,其定义域为 $D(f)$,值域为 $Z(f)$. 如果对于任意 $y \in Z(f)$,都可以从关系式 $y = f(x)$ 中确定惟一的值 $x \in D(f)$ 与之对应,那么所确定的以 y 为自变量的函数 $x = \varphi(y)$ 或 $x = f^{-1}(y)$ 称为 $y = f(x)$ 的反函数. 反函数的定义域为 $Z(f)$,值域为 $D(f)$.

习惯上,函数的自变量都以 x 表示,所以反函数也可以表示为 $y = f^{-1}(x)$.

注意:这里 f^{-1} 是一个完整的记号,不能误解为 $\dfrac{1}{f}$.

函数 $y = f(x)$ 的图像与其反函数 $y = f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y = x$ 对称.

例 14　求函数 $y = \dfrac{1}{2}e^x - \dfrac{3}{2}$ 的反函数,并写出它的定义域.

解　由 $y = \dfrac{1}{2}e^x - \dfrac{3}{2}$ 得:

$$e^x = 2y + 3, \qquad x = \ln(2y + 3).$$

将上式中的 x、y 互换,因此得出函数 $y = \dfrac{1}{2}e^x - \dfrac{3}{2}$ 的反函数为 $y = \ln(2x + 3)$,反函数的定义域为 $\left(-\dfrac{3}{2}, +\infty\right)$.

注意:不是任一函数都有反函数. 一个函数如果有反函数,它必定是一一对应的函数关系.

例如,在 $(-\infty, +\infty)$ 内,$y = x^2$ 不是一一对应的函数关系,所以它没有反函数;而在 $(0, +\infty)$ 内,$y = x^2$ 有反函数 $y = \sqrt{x}$;在 $(-\infty, 0)$ 内,$y = x^2$ 有反函数 $y = -\sqrt{x}$.

1.3.2 复合函数

在实际问题中,两个变量的联系有时不是直接的,而是通过另一个变量联系起来的.例如,某企业的总收入 R 是产量 Q 的函数

$$R = f(Q),$$

而该企业的产量 Q 又是投入劳力 L 的函数

$$Q = g(L).$$

这样,对于每一个 L 的值,经过 Q 都有一个 R 的值与之对应,我们就说 R 是 L 的复合函数.记作

$$R = f(Q) = f[g(L)].$$

定义1.7 设 y 是 u 的函数,$y = f(u)$,其定义域为 $D(f)$;而 u 又是 x 的函数,$u = \varphi(x)$,其值域为 $Z(\varphi)$;如果 $Z(\varphi) \cap D(f) \neq \Phi$,则通过 u,把 y 表示成 x 的函数 $y = f[\varphi(x)]$,我们把它称为复合函数,其中 u 称为中间变量.

例如,$y = \lg u$,$u = x - 1$ 可复合成函数 $y = \lg(x - 1)$.又如,$y = u^3$,$u = \sin x$ 可复合成函数 $y = \sin^3 x$.

但要注意:不是任何两个函数都能组合成一个函数的.如 $y = \arcsin u$ 和 $u = 2 + x^2$ 就不能组合成一个复合函数,因为对于 $u = 2 + x^2$ 的定义域 $(-\infty, +\infty)$ 中任何 x 值所对应的 u,都不能使 $|u| \leqslant 1$ 成立,所以 $y = \arcsin(2 + x^2)$ 没有意义.

另一个要注意的问题是:复合函数的中间变量可以不止一个,也就是函数可以多次复合.

例如,$y = \ln u$,$u = \ln v$,$v = \ln x$ 可以复合成函数

$$y = \ln\ln\ln x.$$

这里 u、v 都是中间变量.有些函数的中间变量的个数甚至更多.

例 15 复合函数 $y = e^{3x^2+2}$ 是由哪些简单的函数复合而成的?

解 $y = e^{3x^2+2}$ 可以看成由 $y = e^u$ 和 $u = 3x^2 + 2$ 复合而成.

例 16 指出下列函数的复合过程.

(1)$y = (1 - x)^{20}$; (2)$y = \tan^2 x^2$;

(3)$y = \log_a \sin e^{x+1}$; (4)$y = [\arccos\sqrt{1 - x^2}]^3$.

解 (1)$y = (1 - x)^{20}$ 是由 $y = u^{20}$,$u = 1 - x$ 复合而成.

(2)$y = \tan^2 x^2$ 是由 $y = u^2$,$u = \tan v$,$v = x^2$ 复合而成.

(3)$y = \log_a \sin e^{x+1}$ 是由 $y = \log_a u$,$u = \sin v$,$v = e^w$,$w = x + 1$ 复合而成.

(4)$y = [\arccos\sqrt{1 - x^2}]^3$ 是由 $y = u^3$,$u = \arccos v$,$v = \sqrt{w}$,$w = 1 - x^2$ 复合而成.

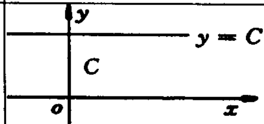
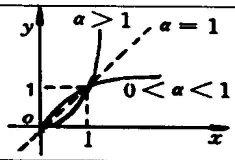
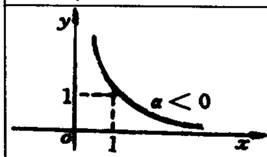
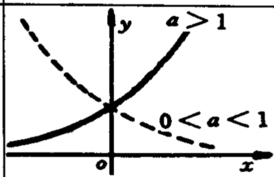
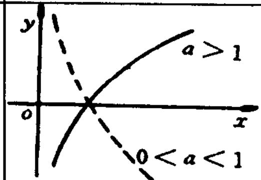
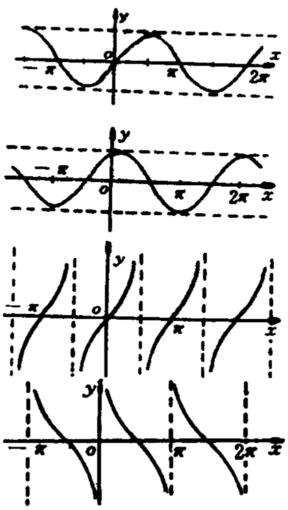
1.4 初等函数

1.4.1 基本初等函数

我们学过的常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数与反三角函数统称为基本初等函数.

为适应学习微积分的需要,现将它们的表达式、定义域、性质以及图像归纳成下表,供学习使用.

基本初等函数表

函数名称	表达式	定义域	图形	图形特征及其性质
1. 常数函数	$y = C$ C 为常数	$x \in R$		平行于 x 轴，y 轴上截距为 c 的直线.
2. 幂函数	$y = x^a$ ($a \neq 0$ a 为常数)	依 a 的取值而定，但不论 a 为何值在 x 大于 0 时都有定义		$a > 0$ 时，曲线过 $(0,0)$，$(1,1)$ 点在 $(0, +\infty)$ 内为单调增加. 这时 $y = x^a$ 的图形称为 a 次抛物线.
				$a < 0$ 时，曲线过 $(1,1)$ 点，在 $(0, +\infty)$ 内为单调减少. 以 x 轴 y 轴为渐近线. 这时 $y = x^a$ 的图形称为 a 次双曲线.
3. 指数函数	$y = a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$) a 为常数)	$x \in R$		曲线过 $(0,1)$ 点，在 x 轴上方. (1) $a > 1$ 时，$y = a^x$ 为增函数沿 x 轴负方向接近 x 轴; (2) $0 < a < 1$ 时，减函数沿 x 轴正方向接近 x 轴.
4. 对数函数 常用对数($a = 10$) 自然数对数 $a = e = 2.71828\cdots$	$y = \log_a x$ ($a > 0$, $a \neq 1$) $y = \lg x$ $y = \ln x$	$x \in (0, +\infty)$		过 $(1,0)$ 点，在 y 轴右边. (1) $a > 1$ 时，增函数，沿 y 轴负方向接近 y 轴; (2) $0 < a < 1$ 时，减函数，沿轴正方向接近 y 轴.
5. 三角函数				(1) 过原点，奇函数，有界，周期为 2π，值域为 $[-1,1]$; (2) 偶函数，有界，周期为 2π，值域为 $[-1,1]$; (3) 奇函数，无界，周期为 π，在每个小定义区间内，单调增加，值域为 R; (4) 奇函数，无界，周期为 π，在每个小定义区间内，单调减少，值域为 R; (5)、(6) 图形及性质略.
(1) 正弦	$y = \sin x$	$x \in R$		
(2) 余弦	$y = \cos x$	$x \in R$		
(3) 正切	$y = \tan x$	$x \neq k\pi + \pi/2$		
(4) 余切	$y = \cot x$	$(k \in Z)$ $x \neq k\pi$		
(5) 正割	$y = \sec x$	$(k \neq Z)$		
(6) 余割	$y = \csc x$			

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com