

DIAN CI NI SAN SHE
YUAN LI

电磁逆散射 原理

葛德彪 ●

5996
西北电讯工程学院出版社

电磁逆散射原理

葛 德 彪

西北电讯工程学院出版社

1987

内 容 简 介

本书讲述电磁逆散射的基本原理。电磁逆散射是电磁散射的逆问题，研究如何由测得的散射数据出发来确定目标的物理特性。本书内容包括分层介质特性剖面的反演理论，理想导体目标重建的频域和时域方法，介质目标特性的反演理论，以及粒子云中粒子尺寸分布的反演方法等。

本书综合近期文献资料，介绍逆散射这一正在发展的应用性新兴课题，可作为无线电物理和电磁场微波等专业研究生相应课程的教学参考书，也可供有关学科的教师、科技工作者、研究生及高年级本科生阅读参考。

电磁逆散射原理

葛德彪

责任编辑 夏大平

西北电讯工程学院出版社出版发行

西北电讯工程学院印刷厂印刷

新华书店经销

开本 787×1092 1/32 印张 9 10/32 字数 196 千字

1987 年 11 月第 1 版 1987 年 11 月第 1 次印刷 印数 1—1 400

ISBN 7-5606-0024-7/TN·0006

统一书号：15322·90

定价 1.55 元

前 言

逆散射的研究开始于本世纪五十年代,近十多年来已成为非常活跃的课题。为了在研究生中开设相应课程,笔者曾于1983年夏写出讲义初稿。经几届使用后,于1986年春完成了讲义的第二稿。本书是在上述讲义的基础上经过修改和补充而成的。

逆散射是一门正在发展中的应用性学科。在许多领域,都以各种不同角度,对逆散射问题进行着积极的研究。它的内容相当广泛,但本书只限于讨论电磁逆散射方面的几个问题。本书共分八章。第一章为引言。第二、三章研究分层介质电参数剖面的重建,即一维逆散射问题。这是当前研究得比较广泛和深入的问题。第二章着重于著名的盖尔芬德-莱维坦方法的讨论。第三章则介绍分层介质特性剖面重建的其它方法。第四、五章分述理想导体目标形状重建的频域和时域方法,并介绍了目标的投影重建和逆投影概念。第六章讨论介质目标的逆散射原理。在第七章中,我们研究粒子云中粒子尺寸分布的反演,并介绍两种反演方法以克服散射数据的测量误差与不完全性所带来的困难。最后一章中,我们略述了相位重建的基本概念。课时安排为40学时。

本书各章末附有参考文献。书末附有名词索引,以便读者查阅。书中所涉及的人名在文中第一次出现时一般附有英文原名和其文献发表的年份,这样,可给查找文献提供方便。有兴趣的读者可以阅读文献,以便对感兴趣的问题作深入的

讨论，并能了解到逆散射研究的新进展。

谨向王一平教授、肖景明副教授以及本学院的许多其他同事致谢。在讲义的编写以及本书的准备和形成过程中不断得到他们的鼓励和帮助。另外，研究生们在学习本课程中所做的工作和使用原讲义时所进行的讨论，对本书的形成也是极有好处的。

限于笔者的学识水平，书中难免有错误和不妥之处，热忱欢迎对本书的一切批评和建议。

1987年4月
于西北电讯工程学院

目 录

第一章 引言

- § 1.1 逆问题的概念.....1
- § 1.2 逆散射问题的概念.....5

第二章 一维逆散射的盖尔芬德-莱维坦方法

- § 2.1 分层介质中的波方程.....8
- § 2.2 等离子体中的波方程12
- § 2.3 散射矩阵13
- § 2.4 互易特性17
- § 2.5 薛定谔方程解的积分表达式19
- § 2.6 波函数的积分变换关系23
- § 2.7 盖尔芬德-莱维坦方程.....28
- § 2.8 盖尔芬德-莱维坦方程解的唯一性.....33
- § 2.9 盖尔芬德-莱维坦方法的简单例子.....37
- § 2.10 求解盖尔芬德-莱维坦方程的待定系数法.....39
- § 2.11 微分算符方法46
- § 2.12 近似重建公式50
- § 2.13 坐标变换后的盖尔芬德-莱维坦方程.....51
- § 2.14 蛙跃法54
- § 2.15 迭代法58

第三章 分层介质电参数的重建

- § 3.1 绝缘介质中波方程形式的转换63
- § 3.2 传输线问题66

§ 3.3	介电常数重建的盖尔芬德-莱维坦方法	67
§ 3.4	介质中波方程的另一变换形式	69
§ 3.5	介电常数重建的巴拉尼斯方法	74
§ 3.6	介质层部分参数重建	77
§ 3.7	介质剖面重建的优化方法	81
§ 3.8	一维时域电磁场积分方程	84
§ 3.9	时域积分方程的离散形式	88
§ 3.10	递推关系	92
§ 3.11	电导率剖面重建的逐步推进法	95
§ 3.12	确定介电常数剖面的时域方法	99

第四章 理想导体目标重建的频域方法

§ 4.1	格林公式的矢量形式	109
§ 4.2	电磁场积分关系式	110
§ 4.3	理想导体的散射波场	114
§ 4.4	平面波入射时的归一化散射振幅	117
§ 4.5	保加斯基-刘易斯关系式	120
§ 4.6	不完全散射信息时的积分方程	123
§ 4.7	目标投影的重建	125
§ 4.8	目标中心剖面的重建	130
§ 4.9	目标任意剖面的重建	132
§ 4.10	轴对称物体的重建	135
§ 4.11	全频率平面方法	138
§ 4.12	有限频宽平面方法	141
§ 4.13	目标的部分重建	147
§ 4.14	分辨率	149
§ 4.15	目标重建的实验研究	153

第五章 理想导体目标重建的时域方法

§ 5.1 物理光学近似下的冲击响应	157
§ 5.2 斜坡响应与投影面积函数的重建	161
§ 5.3 推广的物理光学近似和长度修正	163
§ 5.4 双曲型限定曲面方法	167
§ 5.5 斜坡响应的获得	170
§ 5.6 拉东变换	173
§ 5.7 滤波投影方法	180
§ 5.8 滤波逆投影的冲击响应函数	183
§ 5.9 三维目标逆投影的冲击响应	186

第六章 介质目标的逆散射理论

§ 6.1 三维格林函数的平面波展开	192
§ 6.2 格林函数沿平面分布的傅立叶展开	195
§ 6.3 二维格林函数的平面波展开	200
§ 6.4 傅立叶衍射定理	202
§ 6.5 二维介质目标的重建	206
§ 6.6 沃尔夫关系式	209
§ 6.7 三维介质目标的重建与分辨率	215
§ 6.8 介质目标重建的实验研究	217

第七章 粒子尺寸分布的反演

§ 7.1 粒子对电磁波的散射	223
§ 7.2 应用夫琅和费衍射的近似反演方法	227
§ 7.3 直接反演方法	232
§ 7.4 病态问题概念	235
§ 7.5 菲利普斯-图梅方法	240
§ 7.6 矩阵运算的 N 维空间几何解释	246

§ 7.7	贝库斯-吉尔伯特方法	255
§ 7.8	粒子尺寸分布反演的实验研究	262
第八章 相位重建问题		
§ 8.1	相位重建中的非唯一性概念	267
§ 8.2	散射波用全息方法记录	270
§ 8.3	有限底座函数的卷积	273
§ 8.4	由全息底片重建波函数的模和相位	275
§ 8.5	光学成象系统中的傅立叶关系	279
§ 8.6	希尔伯特变换关系	282
§ 8.7	半平面孔径方法	284
名词索引		

第一章 引言

§1.1 逆问题的概念

随着现代工程技术和应用科学的发展,从理论及实际应用方面越来越广泛地开展了对于逆问题的研究。下面,举一个例子来说明逆问题的概念。

设物体质量为 m , 沿着无摩擦的弯曲曲面自由下滑, 如图 1-1 所示。若已知从不同高度 z 物体滑到地面所用的时间为 $t(z)$, 试求该弯坡的剖面形状 $s(z)$ 。这一问题称为阿贝耳(Abel, 1826 年)问题, 可以说是最早研究的逆问题。

阿贝耳问题的相应正问题是: 假如弯坡的剖面 $s(z)$ 为已知, 欲求物体自由滑落到地面所需的时间 $t(z)$ 。质点 m 自高

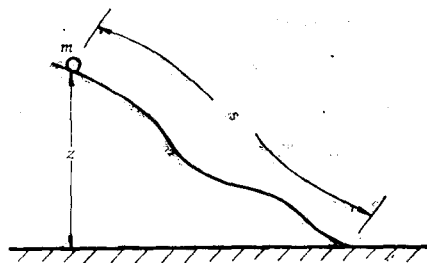


图 1-1 阿贝耳问题的示意

度 z 处从静止开始下滑, 到达高度 ξ 处的速率设为 $v(\xi)$ 。由能量守恒定律可得

$$mg(z-\xi) = \frac{1}{2}mv^2(\xi) \quad (1.1-1)$$

式中 g 为重力加速度。所以, 有

$$v(\xi) = \sqrt{2g(z-\xi)} \quad (1.1-2)$$

于是, 自高度 z 滑落到地面所需时间可以由下式计算:

$$t(z) = \int_0^z \frac{ds(\xi)}{v(\xi)} = \int_0^z \frac{s'(\xi)d\xi}{\sqrt{2g(z-\xi)}} \quad (1.1-3)$$

若令

$$y(\xi) = \frac{s'(\xi)}{\sqrt{2g}} \quad (1.1-4)$$

则式(1.1-3)可写为

$$t(z) = \int_0^z \frac{y(\xi)d\xi}{\sqrt{z-\xi}} \quad (1.1-5)$$

在正问题中, $y(\xi)$ 为已知, 要求得 $t(z)$, 只需要完成积分运算。而在逆问题中, $y(\xi)$ 为未知函数, 处于积分号内, 所以面临的是一个积分方程求解问题。式(1.1-5)属于沃尔泰拉 (Volterra) 积分方程, 又称之为阿贝耳方程。

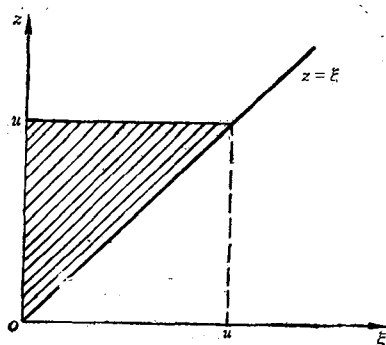
为求解方程(1.1-5), 先将其两端除以 $\sqrt{u-z}$, 并对 z 由 0 到 u 积分。这里 u 为参变量。于是得到

$$\begin{aligned} \int_0^u \frac{t(z)dz}{\sqrt{u-z}} &= \int_0^u \int_0^z \frac{y(\xi)d\xi}{\sqrt{z-\xi}} \frac{dz}{\sqrt{u-z}} \\ &= \int_0^u \int_{\xi}^u \frac{dz}{\sqrt{(u-z)(z-\xi)}} y(\xi)d\xi \end{aligned} \quad (1.1-6)$$

上式中作积分次序交换时, 需注意到积分区域如图 1-2 中的阴影区域。

引入新变量 x , 令
 $z = (u - \xi)x + \xi$, 则式
 (1.1-6) 中对 z 的积分可算
 出为

$$\begin{aligned} & \int_{\xi}^u \frac{dz}{\sqrt{(u-z)(z-\xi)}} \\ &= \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}} = \pi \end{aligned} \quad (1.1-7)$$



将上式代入式(1.1-6), 便
 有

图 1-2 式(1.1-6)的积分区域

$$\pi \int_0^u y(\xi) d\xi = \int_0^u \frac{t(z) dz}{\sqrt{u-z}} \quad (1.1-8)$$

两端对 u 求导, 再将 z 改写为 ξ , u 改写为 z , 便得到

$$y(z) = \frac{1}{\pi} \frac{d}{dz} \int_0^z \frac{t(\xi) d\xi}{\sqrt{z-\xi}} \quad (1.1-9)$$

这就是阿贝耳方程(1.1-5)的解。将上式代入到式(1.1-4),
 积分后略去常数因子, 最后求得阿贝耳逆问题的解为

$$s(z) = \frac{\sqrt{2g}}{\pi} \int_0^z \frac{t(\xi) d\xi}{\sqrt{z-\xi}} \quad (1.1-10)$$

在一定意义上, 正问题与逆问题的称呼是相对的。两个
 问题, 若其中一个问题的前提正好是或者部分地是另一个问
 题的结论, 则这两个问题可以说是“互逆的”。通常, 由于历
 史的原因, 其中一个问题研究得较早或研究的范围较广, 称
 为正问题, 另一个问题则称为逆问题。

从物理角度，通常正问题是在所关心物体或目标的性质为已知的前提下，去研究一定条件下的实验数据。而逆问题则恰好相反，它是根据某一定条件下所获得的实验数据（这些实验数据往往是通过遥感方式取得的），经过分析推演来确定目标的某种特性。如果物体或目标特性是空间坐标的函数，这一类逆问题又称为剖面反演。

用通俗的语言，可以说，逆问题所研究的是关于“诊断”的理论。实际上，人的眼和耳就是光波和声波的检测器。人们常常根据物体发射或散射的光波与声波去推断物体的大小、形状、位置、表面纹理及构成材料等，这都可以说是在处理某种逆问题。现代著名的计算机断层成像，正是根据 x 射线、超声波或其它辐射对目标或人体的贯穿的测量结果，经过综合推演，来获得目标的剖面象的。目前，逆问题的理论和反演方法的研究已涉及许多学科和工程技术领域。在遥测、无损探测、地球物理、医用成像及雷达目标识别等领域都对这一类问题开展着活跃的研究。

一般而言，假设物体或现象的一些特性用一个称作源函数的集合

$$G = \{g_1, g_2, \dots, g_n\} \quad (1.1-11)$$

来描写，而另外一些特性，通常可由测量获得，用一个称作象函数的集合

$$F = \{f_1, f_2, \dots, f_m\} \quad (1.1-12)$$

来描写。对这一现象的物理模型的研究可以归纳为寻求一个变换或映射。对于正问题，是研究如何通过一个变换 E 从已知的源函数集合来获得象函数集合，即

$$E: \quad G \rightarrow F \quad (1.1-13)$$

所谓逆问题，则是讨论如何通过另一个变换 E^{-1} 从测量所得数据，即象函数集合去重建源函数的集合，即

$$E^{-1}: F \rightarrow G \quad (1.1-14)$$

相对于式(1.1-13)所表述的变换而言，称这一变换为逆变换。有时，由象函数到源函数的逆变换或重建可能是不唯一的或不稳定的。这时，为保证重建的唯一性，常需要某些先决认识。这些先决认识有时可根据实验或客观条件的分析而得到。当重建结果为不稳定时，常需要采用特殊的反演方法。

§ 1.2 逆散射问题的概念

波在传播过程中，若遇到介质性质出现不均匀或突变的地方，将被散射。散射是入射波和介质相互作用的结果，所以，散射波携带有大量关于散射体的信息。因而，散射现象是研究我们周围物理世界的最重要的信息来源之一。著名的卢瑟福(Rutherford, 1911年)实验正是从 α 粒子散射现象的分析而揭示了原子的核结构。晶体对 x 射线的衍射，其实就是晶体的周期结构对波长很短的电磁波的散射。它是认识和研究晶体结构的重要手段。

通常的散射问题是在已知入射波及散射体的特性（例如其大小、形状和位置）以及介质性质等的条件下，研究频域或时域散射波的状况。为区别起见，称之为正散射问题。所谓逆散射问题则是给定入射波，并假设散射波数据可通过测量得到，在此基础上确定或重建散射体的几何或物理性质。

逆散射的研究对于应用科学技术有着实际的意义。例如，通过对无线电波传播和散射的研究，去确定大气折射率沿高度的分布以及电离层电子浓度剖面。又如，地球物理学中，

通过对地面地震波测量,反演沿深度分布的地震波速度剖面,从而推断地层下的结构。人们发现,上述两个不同学科的反演问题的处理有相同和相互借鉴之处。因此,逆散射问题具有跨学科的特点。

逆散射研究的开展与当代科学技术的迅速发展密切相关。各种传感器、测量技术以及计算机技术的发展,使人们可以快速、大量、准确地采集和存贮数据,并以高度的科学技巧来处理和显示所获得的结果。此外,电磁波具有宽阔的波长范围(由米波到亚毫米波,以及红外、可见光、紫外、 x 射线),这就使人们在重建目标特性时可以选用适当波段。逆散射理论则试图提供正确的途径和方法去解释散射数据,以重建描写介质或目标特性的基本函数。

逆散射作为一门应用理论正在迅速发展,它有着广阔的研究领域。我们将介绍电磁逆散射中的若干问题。无疑,其中一些原理与方法在超声波及地震波的逆散射研究中也在平行地发展。

参 考 文 献

- [1] H.P.Baltes, Introduction, in Inverse Source Problems in Optics, Edited by H.P.Baltes, Springer-Verlag (1978) .
- [2] J.B.Keller, Inverse Problems, Am.Math.Monthly, Vol. 83, No.2, p.107 (1976).
- [3] P.C.Sabatier, Inverse Problems-An Introduction, Inverse Problems, Vol.1, No.1, Feb.(1985).
- [4] F.B.Hilderbrand, Method of Applied Mathematics,

Prentice-Hall, Inc.(1956).

- [5] L.Colin, Preface, *in* Mathematics of Profile.In-
version, NASA TM X-62, 150, Aug.(1972).
- [6] W.M.Boerner, Polarization Utilization in Elec-
tromagnetic Inverse Scattering,*in* Inverse Scatter-
ing Problems in Optics, Edited by H. P. Baltes,
Springer-Verlag (1980).
- [7] W.M.Boerner, A.K.Jordan, and J.W.Kay, Introduc-
tion to the Special Issue on Inverse Methods in
Electromagnetics, IEEE Trans.Vol.AP-29, No.2,
p.185, March(1981).

第二章 一维逆散射的盖尔芬德-莱维坦方法

平面电磁波入射到分层介质时会产生反射。不同电参数分布的介质会有不同的反射。根据反射系数的分析,可以获得分层介质电参数的分布。这一过程称为介质电参数剖面的重建或恢复,简称为介质剖面的反演。通常的一维散射问题,是从分层介质的特性去求反射或透射系数。介质剖面的反演正好与之相反,所以也称为一维逆散射问题。盖尔芬德-莱维坦(Gel' fand-Levitan)方法是处理一维逆散射问题的一种重要方法。本章将首先讨论分层介质中的波方程及薛定谔方程解的积分表达式,然后介绍盖尔芬德-莱维坦方法。在讨论了盖尔芬德-莱维坦积分方程解的唯一性以后,将研究几种具体的求解方法。

§ 2.1 分层介质中的波方程

电磁场所满足的麦克斯韦方程为

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.1-1)$$

对于时谐电磁场,若时间因子取为 $\exp(-j\omega t)$,则上式可