

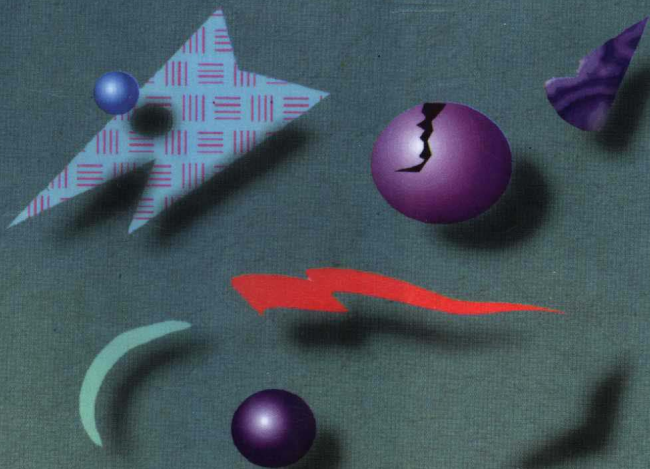
DA XUE WEN KE SHU XUE JIAO CHENG

大学

文科数学教程

(上)

段炎伏 牛亚轩 陈知先 编著



兰州大学出版社

大学文科数学教程

(上)

段炎伏 牛亚轩 陈知先 编著

兰州大学出版社

大学文科数学教程

(上册)

段炎伏 牛亚轩 陈知先
兰州大学出版社出版发行

兰州市天水路 308 号 电话:8617156 邮编:730000

E-mail:press@lzu.edu.cn

<http://www.lzu.edu.cn/press/index.htm>

兰州大学出版社激光照排中心排版

兰州人民印刷厂印刷

开本: 850 × 1168 1/32 印张:11.5

2000 年 3 月第 1 版 2000 年 3 月第 1 次印刷

字数:285 千字 印数:1—2500 册

ISBN7-311-01629-0/O · 144 定价:17.50 元

序

随着时代的变迁、社会的发展,数学在社会生活中的地位发生着历史性的变化,电子计算机的迅速发展和广泛应用,使得数学的潜在威力能越来越快地转化为生产力和认知能力,人类走向了信息的社会。人们不仅从自然科学的基础和工具的角度去看待数学,而且开始从数学技术和数学文化的角度谈论数学,数学在社会科学中的作用也越来越明显了。以前,我国大学文科专业普遍不开设数学课,这已不能适应时代的需要,近些年来,不少高校已在文科数学课程建设方面作了大量的探索和尝试,取得了一定的成就。

文科数学教学是一个新事物,还处于发展的阶段,它存在着许多问题,具有许多新的特点。既要学习一些有用的知识,更要注重理性思维素质的提高;课程学时甚少,学生基础不同(中学分文、理科班教学),各系科的需求又相差较大,矛盾很多。仅仅靠把原有的理工科所用的数学教材进行删繁就简是不能解决问题的,需要新的探索。

参加编写本教程的牛亚轩、段炎伏和陈知先三同志长期从事高等数学教学和课程建设,对文科专业的数学教学也进行了多年的探索和实践,积累了丰富的经验,本教程是他们经验的结晶,相信它能较好地满足当前对文科高等数学教材的需要,对文科数学教材的推广和发展起到良好的作用。

范先令

2000年1月

前 言

时代在前进,观念在更新,高等数学课程的开设已非大学理工农医各专业所独有,继大学文科专业中经济、管理、图情开设高等数学课程之后,中文、历史、新闻、法律、哲学、国政以及外语等专业也相继开设了高等数学的必修课或选修课。越来越多的人认识到,对于现在和将来的社会科学工作者来说,数学既是一种强有力的研究工具,也是一种不可缺少的思维方式,对那些已经或即将步入社会的文科大学生来讲,这种数学的思维方式、数学的素质更是不可缺少的。不少有识之士已将有无一定的数学素质看成选用人才的一个相当重要的标志,而开设高等数学课又是提高大学生数学素质的不可缺少的一个环节。为适应文科各类专业对高等数学教材日益增长的需求,在总结多年来在文科各专业开设高等数学必修及选修课实践中对教学内容、教材结构、教学方法及目标要求等方面体会的基础上,借鉴国内外相应教科书的经验和教训,结合1998年北京和全国部分高校文科高等数学研讨会精神,我们编写了这套《大学文科数学教程》,可供大学文科各专业本科及专科讲授高等数学课程之用,亦可作为已毕业的文科大学生自学的读本。

人们早已习惯于把数学看作科学的工具和语言,却往往忽视了数学也是一种十分重要的思维方式和文化精神,对于一个合格的文科大学毕业生,这种思维方式是十分基本的,而且它是无法通过其他途径获得的。数学除了陈述定理和理论之外,还提供了有特色的思考方式,包括建立模型、抽象化、最优化、逻辑分析、从数据进行推断以及运用符号等等。这种思考方式的经验构成了当今时代日益重要的一种智能——数学能力,它使人们能批判地阅读,能

识别谬误,能洞察偏见,能估计风险,能提出变通方法,能更好地了解我们生活在其中的这个充满信息的世界。和其他科学相比,数学最突出的特点是使用了逻辑的方法,即公理的方法,且以此方法为人类文化的其他部分的建立和发展提供了典范,从某种意义上讲,数学实际上已成为人类思维的基础。电子计算机的迅速发展使数学理论和方法如虎添翼,现在的问题已不是“是否有必要运用数学”,而是“应该怎样更好地应用数学”。

为适应大学文科不同专业、不同层次教学对教材的不同要求,本教程在内容的选取、结构的设计上作了较为周密的考虑。在内容上,除了传统的微积分、几何代数及概率统计三大模块之外,增添了数学模型、数学技术方面的内容;对微积分没有用分两步走的办法,而是尽量将微积分揉为一体,既压缩了教材的篇幅,也加强了内在的联系;书中部分章节标有“*”号,若去掉这些部分,并不会影响教材体系的完整性,使用者可按其要求和计划灵活取舍。全书分第一、二两册,对于一学期的课程(如54或72学时等),可基本讲授第一册的内容,再选讲一些第二册的内容(多元微积分可不讲);对一学年的课程(108学时以上),则基本上可讲完两册的内容。第一章可以不作讲授,第九、十两章主要进行一些介绍,不作必讲的要求。各章每节之后备有习题,并在书后给出了习题简答或适当的提示,供使用者选用和参考。此外,本教材在各专科的教学中也可使用。

本教程由牛亚轩、段炎伏、陈知先三同志集体讨论确定提纲,并分头执笔撰写,再由专人负责统阅各部分的初稿,进行推敲整理而确定全稿。其中第一、七、九、十章主要由陈知先同志完成,第二、四、五章主要由段炎伏同志完成,第三、六、七章主要由牛亚轩同志完成。在整个编写过程中,得到了兰州大学数学系、兰州大学教务处的大力支持,范先令教授、李自珍教授等对编写工作也十分关注并提出了不少宝贵意见。作为本教程的责任编辑,兰州大学出版社

的许多同志,为本书付出了辛勤的劳动,并提出过不少中肯的修改意见和建议,在此一并致谢。

本书得到兰州大学教务处教材建设基金的资助,特表谢意。

由于作者水平有限,加之时间仓促,书中错误及不妥之处在所难免,敬请读者不吝指正。

编者

2000 年 1 月

目 录

序

前言

第一章 高等数学概论	(1)
§ 1 现代数学的特点	(1)
一 数学的抽象性	(1)
二 数学的精确性	(2)
三 数学应用的广泛性	(3)
§ 2 数学发展简史	(8)
一 世界数学发展简史	(9)
二 中国数学发展简史	(15)
§ 3 高等数学简介	(22)
第二章 极限和连续	(24)
§ 1 变量与函数	(24)
一 量与实数	(24)
二 常量与变量	(27)
三 函数概念	(29)
四 函数的表示法	(32)
五 函数的几何性质	(36)
六 反函数与复合函数	(38)
七 初等函数	(41)
习题 2.1	(48)
§ 2 数列的极限	(50)
一 数列及其极限概念的引进	(51)

二	数列极限的定义	(53)
三	数列极限的性质	(57)
四	无穷小与无穷大	(64)
	习题 2.2	(67)
§ 3	函数的极限	(68)
一	数列极限的推广	(68)
二	函数极限的定义	(70)
三	函数极限与数列极限的联系	(73)
四	求函数极限举例	(75)
	习题 2.3	(79)
§ 4	函数的连续性	(81)
一	函数的连续与间断	(81)
二	连续函数的运算性质	(84)
三	初等函数的连续性	(84)
四	闭区间上连续函数的性质	(86)
	习题 2.4	(88)
第三章	一元函数微积分	(90)
§ 1	概念和基本性质	(90)
一	例——两种类型的极限	(90)
二	定义	(93)
三	基本性质	(96)
	习题 3.1	(99)
§ 2	导数和不定积分的计算	(100)
一	用定义进行计算的例	(100)
二	求导和求不定积分的基本方法	(102)
三	求导和求不定积分的基本公式	(119)
四	链式法则的几个特殊应用, 高阶导数	(122)
	习题 3.2	(129)

§ 3 微分中值定理	(132)
一 几何事实和定理的叙述	(132)
二* 定理的证明	(134)
三 定理直接应用的例	(136)
四 函数图形特征的讨论	(137)
五 待定型的极限、洛毕达法则	(149)
习题 3.3	(155)
§ 4 定积分的计算	(157)
一 牛顿——莱布尼兹公式	(157)
二 定积分的分部积分法和换元法	(161)
三 定积分的近似计算	(167)
习题 3.4	(173)
§ 5 微分学的应用	(174)
一 变化率问题	(174)
二 微分用于近似计算	(179)
三 最大(小)值问题	(181)
习题 3.5	(185)
§ 6 定积分的应用	(186)
一 微元法	(186)
二 平面图形的面积	(188)
三 已知横截面积求几何体的体积	(192)
四 曲线的弧长	(195)
五 定积分的物理应用	(196)
习题 3.6	(201)
§ 7 反常积分	(202)
一 概念	(202)
二 用定义计算的例	(204)
三* 敛散性判别	(208)

习题 3.7	(211)
第四章 无穷级数	(212)
§ 1 数项级数	(212)
一 级数的基本概念	(213)
二 级数的基本性质	(215)
三 级数的收敛判定法	(218)
习题 4.1	(224)
§ 2 幂级数	(225)
一 基本概念	(225)
二 幂级数的收敛特性	(226)
三 幂级数的分析性质	(229)
习题 4.2	(232)
§ 3 函数的幂级数展开	(232)
一 函数的马克劳林级数	(233)
二 函数的幂级数展开	(234)
三 幂级数的应用举例	(238)
习题 4.3	(240)
§ 4* 付里叶级数	(240)
习题 4.4	(247)
第五章 代数与几何	(248)
§ 1 空间直角坐标系	(248)
一 空间直角坐标系	(248)
二 距离公式	(249)
三 坐标平移公式	(251)
习题 5.1	(251)
§ 2 向量代数	(252)
一 向量的基本概念	(252)
二 向量的两种基本运算	(253)

三 向量的坐标表示法·····	(254)
四 向量的数量积·····	(257)
五 向量的向量积·····	(258)
习题 5.2 ·····	(260)
§ 3 曲面与空间曲线 ·····	(261)
一 平面方程·····	(263)
二 空间直线方程·····	(268)
三 二次曲面·····	(273)
习题 5.3 ·····	(278)
§ 4 行列式 ·····	(280)
一 二阶、三阶行列式 ·····	(281)
二 n 阶行列式的定义及性质 ·····	(284)
三 克莱姆法则解线性方程组·····	(292)
习题 5.4 ·····	(295)
§ 5 矩阵 ·····	(296)
一 矩阵的定义·····	(296)
二 矩阵的运算·····	(299)
三 逆矩阵·····	(304)
四 矩阵的分块运算·····	(308)
五 矩阵的秩与矩阵的初等变换·····	(311)
六 一般线性方程组解的存在性判别及解法·····	(317)
习题 5.5 ·····	(325)
习题参考答案·····	(329)

第一章 高等数学概论

数学是人类在认识自然、改造自然过程中产生的一门学科,随着人类社会的进步,这门科学的重要性越来越显得突出,它不仅对现代科学技术和生产发展产生深刻的影响,而且已成为多种学科的基础,它的发展促进着许多不同领域科学的进步.本章将简单介绍现代数学的特点,数学发展的简要历史及高等数学的概况.

§ 1 现代数学的特点

数学特别是现代数学,与其他自然科学比较,有着鲜明的特点,这些特点就是:高度的抽象性、结论的精确性和它的应用的广泛性.

一、数学的抽象性

数学的抽象性贯穿在整个数学内容中,从数学概念到数学运算,从几何图形到各种各样的性质及推理方法都无不反映出来,以致于表面上看已同现实生活失去了一切联系,让人感到有点莫名其妙、难于理解,甚至有人指责这是数学家在传播数学知识方面的无能.其实这种抽象性,许多都有现实的内容,而且这种抽象性,正是科学技术本身内在的特性.

在初等数学中,从小学开始就学习数 1、2、3 等,这些数就是抽象的结果,因为现实生活中我们只见到一个人、一头牛、一件物品,并没有见到数字 1,而这个数字 1 就是舍去单位即具体对象而仅从数量上抽象出的符号.类似像运算 $1 + 2 = 3$,也是抛开了一个人

与两个人合在一起的具体含义,从数量上抽象出来的计算方法.又如几何中的直线概念,它实际是以人们看到的光线和拉紧了绳子等为原型,从形状上抽象出来的结果.

抽象性在高等数学中更是表现得淋漓尽致.如高等数学中最基本也是最重要的导数,它是在解决已知曲线求其上某点切线的斜率、已知物体在做变速直线运动时求物体运动到某个时刻的瞬时速度、已知变化着的电流通过导线的某横截面的电量求某一瞬时电流强度等实际问题的方法中抽象出的数学概念.又如定积分,它是在解决求曲边梯形面积、变力所作的功、变速直线运动的路程等实际问题中抽象出的另一个重要概念.再如高等数学中很抽象的 n 维空间,它也是由平面坐标系、空间坐标系总结其共同特性,通过引伸推广而产生的数学概念.至于数学上特别抽象的学科如泛函分析、拓扑学等,也是完全建立在抽象思维基础之上的.

另外,不管是初等数学还是高等数学,要证明一个结论,往往是由概念推出其性质,然后利用逻辑推理来得到,这种思考问题的方法实际上也是一种抽象性.所以不仅数学的概念和运算是抽象的、辩证的,而且数学方法也是抽象的、思辩的.

需要注意,抽象性并不仅是数学独有的属性,它是许多科学乃至全部人类思维都具有的特性,不过数学抽象性的特点在于舍去了自然界中其他方面而仅保留量的关系和空间形式,而且往往是经过一系列阶段而产生的,因而数学的抽象性大大超过了一般自然科学.另外,尽管数学的概念和结论极为抽象,但它决非是数学家在那里玩无聊的数学游戏,而是有实际背景的,它在其他科学或技术上有或即将有着广泛的应用,这一点对于了解数学是至关重要的.

二、数学的精确性

所谓数学的精确性,也就是说它逻辑的严密性以及它结论的

确定性.

数学的精确性表现在两个方面:

其一表现在推理方法上. 虽然数学结论许多有其实际背景, 在现实生活中能找到其原型, 但其论证方法上不能仅靠这些模型将其表现出来, 而必须通过严密的逻辑推理, 每一步都能说出其理论根据, 才能得到承认. 譬如平面几何中, 我们可以测量成千上万个各种各样三角形的内角, 把它们加起来, 知道和是 180° , 但这并不表明已证出了三角形内角和等于 180° 的结论, 而该结论是通过延长三角形一边, 作平行线, 利用平行线性质及平角定义和等量代换推导出来的. 在高等数学中, 同样证明一个定理, 要由定理给出的条件或定理中隐含的概念所固有的性质出发, 靠推理的方法导出这个定理. 这种逻辑推理方法不能违背推理的基本要求, 因而是具备逻辑的严密性的.

其二是结论的准确性. 数学上的结论对于懂得它的人来说, 是无可争辩和确定无疑的, 找不出反面的例子, 正如我们常说 $2 \times 3 = 6$ 的结论那样.

当然数学的严密性也不是绝对的, 不是一成不变的, 它也是在不断的发展中. 如重力加速度 g 这个量, 我们在数学中说它是一个常量, 它就有条件, 这个条件是相对于一个地区而言, 从大范围来看, 它就有微小的变化.

正是由于数学的精确性, 在当今科学技术飞速发展, 对自然界的描述要求越来越精细的情况下, 数学的魅力就显得更为突出了.

三、数学应用的广泛性

应用的广泛性是数学科学非常显著的特点, 也是数学科学生命力之所在.

数学应用的广泛性大致可以从下面几方面来说明:

第一, 在我们日常工作和社会生活中, 几乎无时无刻不在应用

数学:我们上街买东西,要由单价及买的数量算出应付多少钱;我们每月领上工资要计划怎么花销;生产中几乎每天要计算产品的数量、成本及销售收入;商店中要经常了解进货情况、销售情况及利润情况,这一切都离不开数学. 尽管这些地方所用的数学知识很简单,以致我们已习惯而觉察不出在与数学打交道,但要知道这些数学结果在古代某个时期却是经过不少时日才得出的结论. 所以,有人说“当今的社会正在日益数学化,人们可以把数学对我们社会的贡献比喻成空气和食物对生命的作用”,这些说法也并非没有道理.

第二,在工程技术领域,两个多世纪以来,自从人类有了现代工业,数学就一直是它不可缺少的工具. 技术的原理需要数学来表达和推理,工程的设计和产品的制造更需要数学精密的计算. 没有数学,现代技术就不可能发展,离开数学的复杂计算,技术的改进便难于实现,数学与工程技术正以崭新的方式互相联系着、作用着. 我们可以通过下面几个例子来看一看数学在现代工程技术中应用的普遍性:

例1 通讯问题

现代通讯技术的一个主要方面是传输信息. 当卫星发往火星的探测器所摄取的图像送回地球的过程中,要碰到许多随机的干扰,怎么排除这些干扰而得到正确的信息?也就是传输信息怎样最大限度地减少传输出错率,保护机要信息的安全,最有效地将信息分发出去?而许多绝妙的通讯方式都以经典代数式或几何系统的规律或性质为依据. 在数学上这就是信息论、编码理论和密码学研究的课题. 这个问题从美国数学家维纳开始,加上前苏联的科尔莫哥洛夫开创性的工作,形成了一种专门研究在噪声污染线路上如何对信息进行传送、编码、译码的通讯理论. 以后又由信息论奠基者申农充实了这些理论,并在信息工业众多的领域内得到重要的应用,而且对其他领域也产生了深远的影响,如在识别地震信号、

石油地质勘探等方面发挥了关键性的作用。

例2 控制问题

现代控制问题形形色色,小到半导体集成电路块的连续工序生产的操作控制,大至巨大空间站的稳定性问题,这些都是当今的高新技术问题。近年来,著名学者贝尔曼、海斯敦尼斯、莱夫歇茨、庞特里雅金等对数学分支变分法作了重大的推广,从而导致了最优控制理论的发展,又经著名数学大师卡尔曼一个关键性的革新作法,使控制论大大向前推进了一步。应用卡尔曼滤波的最优控制,在阿波罗宇宙飞船的导航和控制中发挥了特殊的作用。

例3 设计问题

现代工程与工业都依赖于设计,像省油的波音767飞机和欧洲的空中客车的机翼设计等问题就离不开数学,特别是一系列门类齐全的应用数学知识。我们知道,当空气流速从亚音速变为超音速时,将会使非线性偏微分方程组的性质发生变化,需要对解的新特性作出解释,并进行计算;将求解非线性偏微分方程用新的近似方法、有效的数值新方法进行有效编码和存贮,以便经济地进行设计和计算时,流体力学的数学理论和分析方法在设计中发挥了关键的作用。在数据存贮磁盘、原子反应堆、半导体集成电路块、汽车车身和其他产品设计中,也都用到了复杂的数学设计方法,而且随着计算机的广泛使用和各种有效解析方法和数值方法的出现,数学在设计中将发挥更加重要的作用。

例4 实验的代替方式

我们知道,物理、化学、生物及工程设计中,以往主要靠试验,而试验所花费的时间和材料往往是巨大的,但如今可应用数学知识和计算机去进行模拟。例如我们现在可不必耗巨资建造石油化工试验工厂,而只需通过计算一些数学模型,就可研究、优化、设计出高效的操作方式;又如耗资巨大的风洞实验的大部分功能,可由一个编程的庞大计算系统,求出困难的非线性偏微分方程的解来