高考数学备考

gao kao shu xue bei kao

Shu xue

随身酷

浙江教育出版社

高考数学备考随身酷

丛书主编　蒋金山　倪根荣

本册主编　舒林军

本册编写　舒林军　蒋志明

　　　　　沈联晖

浙江教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考备考随身酷. 数学/舒林军,蒋志明,沈联晖编写. —杭州:浙江教育出版社,2004.9(2006.3重印)

ISBN 7-5338-5527-2

Ⅰ. 高… Ⅱ. ①舒… ②蒋… ③沈… Ⅲ. 数学课-高中-升学参考资料 Ⅳ. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第091828号

责任编辑 沈明华　　**特约编辑** 邵建胜

责任校对 朱皖珍　　**封面设计** 孙轶华

高考数学备考随身酷

舒林军等编写

浙江教育出版社出版发行

(杭州市天目山路40号　邮编310013)

网址: www.zjeph.com

富阳美术印刷有限公司印刷

*

开本787×1092　1/64　印张1.75　字数81540

2004年9月第1版

2006年3月第2次印刷

本次印数00001-30000

ISBN 7-5338-5527-2/G·5497

定 价:2.70元

编写说明

为帮助临考学生作最后的冲刺，我们着力编写了《高考备考随身酷》丛书。本丛书按语文、数学、英语、物理、化学、生物、历史、地理8个学科分类，每学科1册；外加《高中理科公式定理概念随身酷》一共9册。

本丛书以《高考考试大纲》为依据、以高中各学科的教材为基础、以高考复习重点为主要内容编写。对于已经过系统复习的学生来说，本丛书主要用以梳理知识和加强记忆。另外，考虑到学生不同学习方式的需求，我们采用了“口袋本”的形式，以便学生能随时随地地学习。故名“随身酷”。

丛书主编蒋金山、倪根荣，本册主编舒林军，参加编写的有舒林军、蒋志明、沈联晖。

编者

2004年8月

目　录

一、平面向量

(一) 向量的有关概念

1. 有向线段

有向线段是规定了起点和终点的线段. 如以 A 为起点、B 为终点的有向线段记作有向线段$\overrightarrow{AB}$,用$|\overrightarrow{AB}|$表示有向线段$\overrightarrow{AB}$的长度.起点、终点和长度是有向线段的三要素.

2. 向量

向量是既有大小又有方向的量，常用一条有向线段来表示.有向线段的长度表示向量的大小,箭头所指的方向表示向量的方向,如向量$\overrightarrow{AB}$,也可用字母 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$ 等表示.

3. 向量的坐标表示

在平面直角坐标系中,由于向量是可以任意平移的,把起点移到原点 O,则终点 A 的位置是唯一确定的,即 A 点的位置是由向量 $\boldsymbol{a}$ 唯一确定.因此向量 $\boldsymbol{a}=\overrightarrow{OA}$ 可以用 A 点的坐标 (x,y)来表示.

4. 向量的长度(或模)

向量的长度即向量$\overrightarrow{AB}$的大小，记作$|\overrightarrow{AB}|$. 若 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，则$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$;若 $\boldsymbol{a}=(x,y)$,则 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{x^2+y^2}$.

5. 零向量

零向量是长度为 0 的向量.记作 $\mathbf{0}$,$|\mathbf{0}|=0$.

6. 单位向量

单位向量是长度等于一个单位长度的向量. 与向量 $\boldsymbol{a}$ 方向相同的单位向量 $\boldsymbol{a}_0=\dfrac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}=\left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}},\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$.

7. 平行向量

方向相同或相反的非零向量叫做平行向量，规定 $\mathbf{0}$ 与任一向量平行，记作 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$，$\mathbf{0}/\!/\boldsymbol{a}$.由于平行向量都可以平移到同一条直线上，因此平行向量也叫共线向量.

8. 相等向量

长度相等且方向相同的向量叫做相等向量，记作 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$. 零向量都相等.判断两个向量相等的常用方法是证明平行四边形.

（二）向量的加减法

1. 用有向线段表示的加减法

(1) 加法：

①三角形法则定义：已知向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，在平面内任取一点 A，作 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，则向量 $\overrightarrow{AC}$ 叫做向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和，记作 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.如图 1–1 所示.

②多边形法则：多个向量相加时，可以连续运用三角形法则，一般地，n 个向量经过平移，顺次使前一个向量的终点与后一个向量的始点重合，组成一向量的折线.这 n 个向量的和等于折线始点到终点的向量，如 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AE}$，如图 1–2 所示.

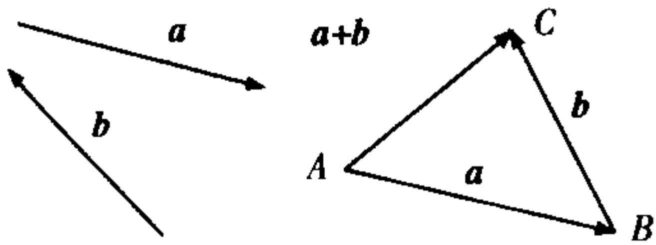

图 1-1

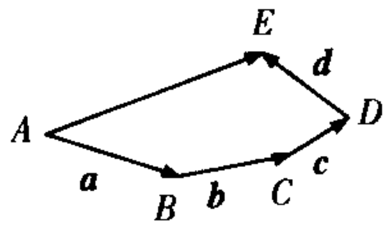

图 1-2

③平行四边形法则：以同一点 A 为起点的两个已知向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 为邻边作平行四边形 $ABCD$，则以 A 为起点的对角线 $\overrightarrow{AC}$ 就是 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和.

④向量的加法满足交换律和结合律，多个向量的加法运算可以按照任意的次序与任意的组合来进行.

（2）减法：

①$\boldsymbol{a}$ 的相反向量：与 $\boldsymbol{a}$ 长度相等且方向相反的向量，记作 $-\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{a}$ 与 $-\boldsymbol{a}$ 互为相反向量，并有 $-\boldsymbol{0}=\boldsymbol{0}$，$-(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{0}$，若 $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$.

②向量 $\boldsymbol{a}$ 加上 $\boldsymbol{b}$ 的相反向量叫做 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，即 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})$.求两个向量的差的运算叫做向量的减法.

③已知 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，在平面内任取一点 O，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.即 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 表示从 $\boldsymbol{b}$ 的终点指向 $\boldsymbol{a}$ 的终点的向量.如图 1-3 所示.

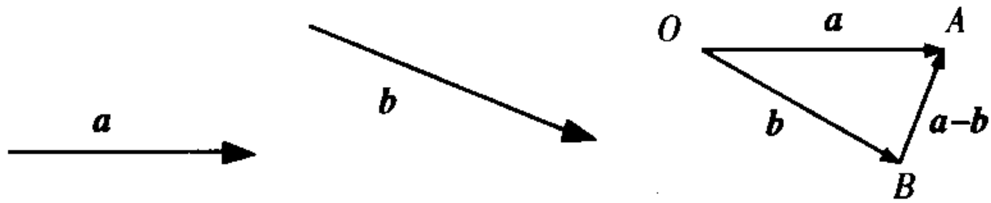

图 1-3

2. 用坐标表示的向量的加减法

设 $\boldsymbol{a}=(x_1,y_1)$，$\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(x_1+x_2,y_1+y_2)$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(x_1-x_2,y_1-y_2)$.

（三）实数与向量的积

1. 定义

实数 λ 与向量 $\boldsymbol{a}$ 的积是一个向量，记作 $\lambda\boldsymbol{a}$ 或 $\lambda(x,y)$，规定如下：

(1) $|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|$.

(2) 当 $\lambda>0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相同；当 $\lambda<0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相反；当 $\lambda=0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$.

(3) 满足的运算律：设 λ,μ 为实数，那么 $\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$；$(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$；$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$.

2. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 平行(或共线)的判定

(1) $\boldsymbol{0}/\!/\boldsymbol{a}$，即 $\boldsymbol{0}$ 与任何向量都平行；

(2) 若存在一个实数 λ，使得 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$，则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$；

(3) 若 $\boldsymbol{a}$ 为非零向量，则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$ 的充要条件是有且只有一个实数 λ，使得 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$；

(4) 设 $\boldsymbol{a}=(x_1,y_1)$，$\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$，则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$ 的充要条件是 $x_1y_2=x_2y_1$.

3. 平面向量的基本定理

如果 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 是同一平面内的两个不共线向量，那么对于这一个平面内的任一向量 $\boldsymbol{a}$，有且只有一对实数 λ_1、λ_2 使 $\boldsymbol{a}=\lambda_1\boldsymbol{e}_1+\lambda_2\boldsymbol{e}_2$.

(1) 同一平面内的两个不共线向量 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 叫做这个平面内所有向量的基底.

(2) 规定 $\boldsymbol{i}=(1,0)$，$\boldsymbol{j}=(0,1)$，则平面内任何向量 $\boldsymbol{a}=(x,y)=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}$.

4. 三点共线的判断

(1) 点 A、B、C 共线的充要条件是 $\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{BC}$，$\lambda$ 是实数.

(2) 若 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$，若存在实数 t，使得 $\boldsymbol{c}=t\boldsymbol{a}+(1-t)\boldsymbol{b}$，则 A、B、C 共线.

(四) 平面向量的数量积

1. 基本概念

(1) 向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角：已知两个非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则 $\angle AOB=\theta(0^\circ\leqslant\theta\leqslant180^\circ)$ 叫做向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角.①当 $\theta=0^\circ$ 时，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向；②当 $\theta=180^\circ$ 时，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 反向；③当 $\theta=90^\circ$ 时，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 垂直，记作 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$.

(2) 向量 $\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 方向的投影：设 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，过点 B 作 BB_1 垂直于直线 OA，垂足为 B_1，则数量 $OB_1=|\boldsymbol{b}|\cos\theta$ 叫做 $\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 方向的投影.当 θ 为锐角时，它是正值，当 θ 是钝角时，它是负值；当 θ 为直角时，它为 0；当 $\theta=0^\circ$ 时，它是 $|\boldsymbol{b}|$；当 $\theta=180^\circ$ 时，它是 $-|\boldsymbol{b}|$.

(3) $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的数量积：已知两个非零向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$，它们的夹角为 θ，把数量 $|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta$ 叫做 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的数量积，规定 $\boldsymbol{0}$ 与任何向量的数量积为 0. 记作：$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta$，$\boldsymbol{0}\cdot\boldsymbol{a}=0$，设 $\boldsymbol{a}=(x_1,y_1)$，$\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta=x_1x_2+y_1y_2$.

2. 基本性质

(1) 数量积的运算律：$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}$，$(\lambda\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}=\lambda(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}\cdot\lambda\boldsymbol{b}$，$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$（$\lambda$ 是实数），数量积不满足结合律.

(2) 已知两个非零向量，它们的夹角为 θ，$\boldsymbol{e}$ 是与 $\boldsymbol{b}$ 方向相同的单位向量.则 $\boldsymbol{e}\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{e}=|\boldsymbol{a}|\cos\theta$.

(3) 垂直的判定:两个非零向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$.

注意:判断两个非零向量垂直的常用方法:

①判断两个向量的数量积是否为零;

②$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$;

③两个向量的夹角为 $90°$.

(4) 当向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向时,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$;当向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 反向时,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$.

(5) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}^2=|\boldsymbol{a}|^2=x_1^{\ 2}+y_1^{\ 2}$,即$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{x_1^{\ 2}+y_1^{\ 2}}$.

注意:常用等式 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}^2=|\boldsymbol{a}|^2$,把向量的模进行平方后化为数量积的形式去解决求数量积或向量的夹角的问题.

(6) 夹角公式:$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^{\ 2}+y_1^{\ 2}}\ \sqrt{x_2^{\ 2}+y_2^{\ 2}}}$.

注意:向量的夹角有时可以运用正弦定理、余弦定理去求.

(7) 基本不等式:$|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$,即:$(x_1x_2+y_1y_2)^2\leqslant(x_1^{\ 2}+y_1^{\ 2})(x_2^{\ 2}+y_2^{\ 2})$.当且仅当 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 平行时等号成立.

(五) 线段的定比分点

1. P 分有向线段$\overrightarrow{AB}$的比 λ

设 A、B 是直线 l 上的两点,P 点是 l 上不同于 A、B 的任意一点,则存在一个实数 λ,使$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{PB}$,$\lambda$ 叫做 P 分有向线段$\overrightarrow{AB}$的比 λ.

2. λ 的取值范围

AP、PB 分别为有向线段$\overrightarrow{AP}$、$\overrightarrow{PB}$的数量,则 $\lambda=\dfrac{AP}{PB}$,当 P 在线段 AB 上时,$\lambda>0$;当 P 在线段 AB 的延长线上时,$\lambda<-1$;

当P在线段AB的反向延长线上时，$-1<\lambda<0$.特别地，当P在线段AB的中点时，$\lambda=1$.λ的取值范围是：$\lambda\neq-1$.

3. 定比分点坐标公式

若P分有向线段$\overrightarrow{AB}$的比为λ，且$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$P(x,y)$，

则$\lambda=\dfrac{x-x_1}{x_2-x}=\dfrac{y-y_1}{y_2-y}$，即$\begin{cases}x=\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}\\y=\dfrac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}\end{cases}$

4. 中点坐标公式

当P是AB的中点时，$\lambda=1$，P点的坐标公式是：

$$\begin{cases}x=\dfrac{x_1+x_2}{2}\\y=\dfrac{y_1+y_2}{2}\end{cases}.$$

5. 三角形重心坐标公式

设三角形ABC，已知$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$C(x_3,y_3)$，则三角形ABC的重心G的坐标为：$\left(\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3},\dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$.

（六）平移

1. 平移的定义

设F是坐标平面内的一个图形，将F上所有点按照同一个方向，移动同样长度，得到图形F'，把这一过程叫做图形的平移.

2. 平移公式

设$P(x,y)$是图形上的任意一点，它按照向量$a=(h,k)$平移后图形上的对应点为$P'(x',y')$，则$\begin{cases}x'=x+h\\y'=y+k\end{cases}$

3. 函数 $y=f(x)$的图象

按照向量 $a=(h,k)$平移后的函数表达式为 $y=f(x-h)+k$.

4. 平移的意义

已知一个点的坐标和平移的向量，可求出平移后点的坐标;已知一个点的坐标和平移后对应点的坐标,可求出平移向量;在选定坐标系下,通过平移,把复杂的函数(或方程)化为比较简单的函数式(或方程),有利于作图象.

二、集合与简易逻辑

(一) 集合

1. 集合

一般地,某些指定的对象聚在一起就成为一个集合,也简称集.集合里的各个对象叫做这个集合的元素,含有无限个元素的集合叫做无限集,含有有限个元素的集合叫做有限集,不含任何元素的集合叫做空集,记作 ϕ.

2. 集合的三个特性

(1) 确定性.集合中的元素是确定的,任何一个对象或者是这个给定集合的元素,或者不是它的元素,且二者必居其一.

(2) 互异性.集合中的元素是互异的,相同的对象归入任何一个集合时,只能算作这个集合的一个元素,元素是没有重复现象的.

(3) 无序性.其元素的顺序是无关的.

3. 集合的表示方法

(1) 列举法.把集合的元素一一列举出来,写在大括号内表示集合的方法.

(2) 描述法.在大括号内先写上这个集合的元素的一般形式,再划一条竖线,在竖线右边写上这个集合的元素的公共属性.有些集合用描述法表示时,可以省去竖线及其左边的部分,例如,由所有的直角三角形组成的集合,可以表示为{直角三角形}.

(3) 常用数集的符号.**N** 表示全体非负整数集或叫自然数集;$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$ 表示全体正整数集;**Z** 表示全体整数集;**Q** 表示全