

成功导读系列丛书

MATHEMATICS

徐炎章 王剑峰 编著



敲开数学之门

中国青年出版社

成功导读系列丛书

敲开数学之门

徐炎章 王剑峰 编著

中国美术学院出版

(京)新登字 083 号

图书在版编目 (CIP) 数据

敲开数学之门/徐炎章,王剑峰编著. —北京:中国青年出版社,
2003

ISBN 7-5006-4960-6

I. 敲... II. ①徐... ②王... III. 数学—青少年读物
IV. 01—49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 108259 号

*

中国青年出版社 出版 发行

社址:北京东四 12 条 21 号 邮政编码:100708

网址:www. cyp. com. cn

编辑部电话:(010) 64079077 发行部电话:(010) 64010813

天利华印刷有限公司印刷 新华书店经销

*

850×1168 1/32 9.5 印张 213 千字

2003 年 1 月北京第 1 版 2003 年 1 月北京第 1 次印刷

印数:1—8,000 册 定价:16.00 元

本图书如有任何印装质量问题,请与出版处联系调换

联系电话:(010)64033570

雄狮书店:(010)84039659

序

美国的教育学家拉比认为：“只有把科学和人文科学融为一体，我们才能期望达到与我们时代和我们这一代人相称的智慧的顶点。”现代的伟大科学家爱因斯坦也曾说过，科学结论“几乎总是以完成的形式出现在读者面前。读者体验不到探索和发现的喜悦，感觉不到思想形成的生动过程，也很难清楚地理解全部情况”。这些话告诉我们，掌握知识是重要的，了解知识的来源也是同等重要的。

序

长期以来，我国一直进行着应试教育，让许多人产生了认识上的误区：只觉得掌握知识本身最重要，其他的是次要的。近年来，人们认识到了这种教育的不足之处，正在逐步在教育中注重综合素质、综合能力的培养。所以，人们越来越注意在传播知识的同时，培养学生掌握知识的能力，培养学生的如何思维、提高创造力，培养学生正确的人生态度、情感、思想品德、意志力等。

中国科协曾对我国公众的科学技术素养进行了调查。调查的结果表明，我国公众掌握科学知识的水平与发达国家的相近，但具有全面科学素养的人仅有 0.3%，相当于美国的 1/23。如何培养整个国民（特别是青少年）的科学素养是一个紧迫的问题。

为了适应新的教育形势和科普要求，《成功导读系列丛书》出版了。我们非常高兴看到这样的丛书出现。这套丛书包括《敲开数学之门》、《敲开物理学之门》、《敲开化学之门》、《敲开生物学之门》、《敲开天文地理之门》等。

这套丛书讲述了各学科的知识发现过程，在人物与事件的交织过程中，向读者传授知识，展示了知识探索者的智慧、精神和人格魅力，揭示了事件的发生过程和意义，达到同时获得知识、启发智慧等的效果。

这套丛书体现了我国的教育改革的趋势和科普的要求，给予读者研究性学习方法、创造性思维的启示，提高读者的科学素质——科学知识、科学方法、科学思想、科学精神，让读者体味到科学的魅力。

这套丛书在内容上结合我国中学课本，不仅能丰富读者的知识，培养读者的智力素质与非智力素质（如态度、情感、思想品德、意志力等），帮助读者更深刻理解课本知识，也会增添读者的学习兴趣，还将给中学教育工作者提供补充的参考资料。

王渝生 申先甲 赵树智

2002年12月 于北京

目 录

第一章 数学的童年	(1)
泥版的故事	(1)
纸草书中的数学.....	(3)
圈草绳的人.....	(5)
金字塔有多高?	(8)
日常记数常用十进位制的揭秘.....	(11)
六十岁称为“花甲”	(14)
二进制与八卦.....	(16)
令人生畏的分数.....	(19)
中国人的老朋友.....	(22)
梵塔搬迁何时完?	(25)
第二章 形形色色的数	(27)
哥伦布鸡蛋.....	(27)
投针见 π	(31)
无理数悲剧.....	(32)
数学中的“两栖动物”	(35)
诞生在大桥上的四元数.....	(38)
寻觅超越数.....	(41)
指数概念的扩张.....	(43)
变化无穷的函数.....	(45)
“魔鬼的发明”	(48)

第三章 千态万状的形	(53)
没有规矩,不成方圆	(53)
七巧板,巧在哪里?	(54)
迷人的幻方	(57)
狄多圈地的妙计	(60)
“祖冲之山”的来历	(63)
曲线概念的漫漫路	(66)
圆锥截面“三胞胎”	(68)
坐标家族兄弟多	(70)
难以想像的妖怪	(73)
第四章 神通广大的方程	(76)
“方程”的来历	(76)
万能的契丹算法	(78)
还原与对消	(82)
只要译成代数语言就行了	(83)
韩信点兵	(85)
“口吃者”和“怪杰”的争斗	(88)
最先打开高次方程大门的钥匙	(91)
走出求解高次方程的误区	(93)
线性方程“双胞胎”	(96)
第五章 天衣无缝的证明	(100)
独具匠心的勾股定理证明	(100)
三角形的三内角之和是 180 度吗?	(102)
几何中的“驴桥”与“神秘的六边形”	(104)
重金悬赏下的证明	(107)
数学王子摘明珠	(111)
囚徒能否死里逃生?	(113)
第六章 数学名题集锦	(115)

孙子巧解“鸡兔同笼”	(115)
五家共井问井深	(116)
千年不衰的百鸡问题	(117)
纸草书上的等比数列	(119)
围棋盘的大数	(120)
哥尼斯堡七桥问题	(122)
令人为难的遗嘱	(124)
向 π 的无穷逼近	(127)
第七章 数学难题趣谈	(131)
无法制作的祭坛	(131)
狱中奇想	(134)
华罗庚与三分角	(137)
阿基米德的“群牛诗”	(140)
整数丛林的探索	(141)
方阵中的 36 名军官	(146)
地图染色引出的难题	(148)
素数知多少	(150)
无穷多个房间的旅馆	(153)
第八章 绝妙的数学美	(155)
+、-、 $\times$ 、 $\div$ 有来历	(155)
琴弦上的数学美	(157)
外星人看得懂“勾股定理”图形吗?	(159)
海伦公式与三斜求积	(161)
数学王国的美神	(162)
小高斯神算的奥妙	(165)
奇妙的对数螺线	(168)
有缘“五虎”来相会	(170)
不等式为极限概念一锤定音	(172)

第九章 神奇的计算工具	(176)
天然的计算器.....	(176)
善计者不用筹策.....	(178)
电脑时代话算盘.....	(179)
天文学家长寿的法宝.....	(182)
机械计算器.....	(186)
电子计算机.....	(188)
第十章 数学分支探源 (.....)	(192)
猜想之王为数论奠基.....	(192)
微积分在危机中成长.....	(193)
脱胎赌场的概率论.....	(195)
诞生于军校的画法几何学.....	(198)
牢房里的数学发明.....	(200)
平行公理“三兄弟”.....	(202)
里外不分的麦比乌斯带.....	(205)
破译无穷集合之谜.....	(207)
“理发师悖论”引发的数学风波.....	(210)
模糊数学不模糊.....	(215)
第十一章 古今数学经典	(219)
不朽的数学名著《九章算术》.....	(219)
《墨经》中的几何学.....	(222)
数学家的“圣经”.....	(224)
代数学的经典.....	(227)
《四元玉鉴》与朱世杰招兵.....	(229)
“风行宇内”的《算法统宗》.....	(231)
笛卡儿和他的《几何学》.....	(234)
各种几何皆兄弟.....	(238)
希尔伯特修改“数学圣经”.....	(241)

揭开 20 世纪数学帷幕的演讲·····	(243)
第十二章 中外数学名人 ·····	(247)
智慧之神毕达哥拉斯·····	(247)
几何之王欧几里得·····	(250)
数学之神阿基米德·····	(251)
数学泰斗刘徽·····	(254)
天元术大师李冶·····	(257)
数学奇才秦九韶·····	(260)
数学教育家杨辉·····	(262)
四元术大师朱世杰·····	(264)
数学伯乐巴罗·····	(266)
在海边玩耍的孩子·····	(268)
法学博士成为数学巨匠·····	(274)
“数学王子”高斯·····	(277)
几何学中的哥白尼·····	(280)
数学女杰柯瓦列夫斯卡娅·····	(283)
20 世纪全才冯·诺伊曼·····	(286)

第一章 数学的童年

泥版的故事

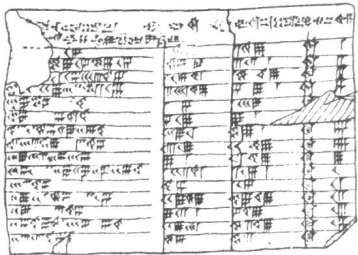
19 世纪前期，人们在亚洲西部伊拉克境内发现了 50 万块泥版，上面密密麻麻地刻着许多奇怪的符号，这些泥版到底是派什么用场的呢？

科学家研究发现，这些泥版原来就是古代巴比伦人的“书籍”，上面的符号就是巴比伦人所用的文字，人们称它为“楔形文字”。



“普林顿 322”泥版

什么叫楔形文字呢？这要追述到公元前 3000 年左右，当时的苏美尔人创造了一种文字，他们用小尖棒在未干的软泥板上压出字迹来，每一个笔画都是一头钝一头尖，呈楔子^①形状，被称为“楔形文字”。古巴比伦人、亚述人、波斯人等都曾使用过这种文字。



“普林图 322”摹真图

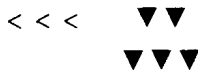
把文字刻在软泥板上，刻完后马上烘干，使它变硬，

①楔子：插在木器的榫子缝里的木片，可以使接榫的地方不活动。

这样,泥版书虽然比较笨重,但只要不泡在水里,比埃及的纸草书还要经久耐用。古代西亚战乱频繁,眼看着无数座宏伟的城池和壮丽的宫殿在烈火中焚毁,夷为平地,而泥版书却在大火焚烧中变为陶版,历经劫难反而更加坚固耐用,就像中国上古的陶文。有数量巨大的古代文献借助于泥版保存至今。

巴比伦人竟给我们留下了 50 万块泥版,这不能不令人惊叹。经研究发现,泥版上记载的,是巴比伦人已获得的知识,当中有大量的数学知识。

占人最初用石块、绳结记事,后来又用手指计数。一个指头代表 1,两个指头代表 2……至数到 10 时,就要重新开始。由此巴比伦人产生了“逢十进一”的概念。又加上一年中月亮有 12 次圆缺,一只手又有 5 个手指头,总共就是 60 (12×5),这样他们就又有了每隔 60 进一的计数法。在泥版上,巴比伦人用“▼”表示 1,用“<”表示 10,其他数通过▼和<的组合实现。



巴比伦人数字 35 的表示

这种计数方法也影响了后人,我们现在仍然使用十进制和六十进制,像 1 米等于 10 分米,1 分钟等于 60 秒,等等。

巴比伦人还掌握了许多计算方法,并且编制了各种数表帮助计算。在这些泥版上就发现了乘法表、倒数表、平方和立方表、平方根表和立方根表。像乘法表,现在的学生还在背诵呢!

巴比伦泥版上有这样一个问题:兄弟 10 人分 $\frac{5}{3}$ 米那的

银子（米那和后面的赛克尔都是巴比伦人的重量单位，1米那等于60赛克尔），相邻的兄弟俩，比如老大和老二、老二和老三……所分银子的差相等，而且老八分的银子是6赛克尔，要求得每人所得的银子数量。从这个例子可以看出，巴比伦人已经知道了“等差数列”这个概念。

巴比伦人也掌握了初步的几何知识。他们会把不规则形状的田地分割为长方形、三角形和梯形来计算面积，也能计算简单的体积。他们非常熟悉等分圆周的方法，求得圆周与直径的比 $\pi \approx 3$ ，还使用了勾股定理。

巴比伦人在数学上的成就对后来数学的发展产生了巨大的影响。

纸草书中的数学

我们知道，古巴比伦人的书籍是泥版书，那么古埃及人的书籍又是怎样的呢？古埃及人的书籍不是泥版书，而是一种用纸莎草制成的纸草书。

现代人对古埃及数学成就的直接了解，大都来自对纸草书的研究。什么是纸草呢？纸草是生长在尼罗河三角洲的一种水生植物，形状很像芦苇，把它的茎一层一层地撕下来切成薄片，压平晒干，可以用削尖的芦苇秆蘸（zhàn）着颜料在上面写字。在中国的造纸术传入埃及以前，它是埃及人书写文字的“纸张”。书写在纸草上的文献都叫纸草书。

纸草书很难长期保存，流传下来的纸草书也就显得十分珍贵。迄今为止，人们发现的最有名的纸草书有“莱因特纸草书”以及“莫斯科纸草书”。

“莱因特纸草书”是公元前1650年左右的数学文献，作者是书记官阿默斯，1858年由英国人莱因特购得而得名，现

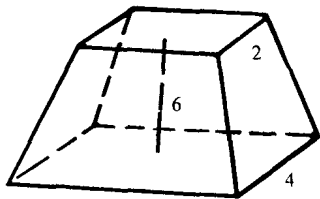
藏于英国伦敦大英博物馆。“莫斯科纸草书”大约写于公元前1890年，迄今已有3800多年的历史。1893年由一位沙俄贵族购得，现藏于莫斯科普希金精细艺术博物馆。

这两部纸草书记载了100多个数学问题，通过对这两部纸草书的研究，人们知道，古埃及人已经学会了用数学来解决生活中的一系列问题，如确定付给劳役者的报酬，求谷仓的容积和田地的面积，计算建造房屋所需要的砖块数等等，他们还可以算出酿造一定量的酒所需要的谷物数量！

用数学的语言来说，古埃及人已经掌握了加减乘除运算、分数的运算，其中有些问题类似于今天的一元一次方程。

纸草书中还有关于等差、等比数列的问题。书上有这样一道题：“把100个面包分给五个人，使前两人分得的面包数等于后3个人面包数的 $\frac{1}{7}$ ，这5个人各应分得多少面包？”这就是莱因特纸草书中的一个著名的关于等差数列的问题。

另外，古埃及已经尝试计算矩形、三角形、圆形和梯形的面积，计算的结果和现代的计算值十分相近。比如，他们用公式 $s = (\frac{8}{9}d)^2$ 来计算圆的面积，公式中的 d 为直径，这相当于取 $\pi = 3.1605$ ，这在当时来说真是了不起。



四棱锥台体

在莫斯科纸草书中有一道求四棱锥台体积的题目，也非常令人瞩目。题目是这样的：“已知一个四棱锥台的高为6，下底边为4，上底边为2，求体积。”

四棱锥台是一个立体图形，它的上、下底面是两个不等的正方形，前后左右4个侧面都是梯形。对生活在近4000年

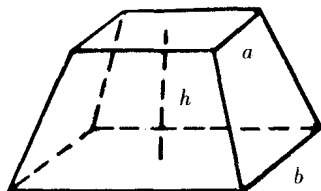
前的古埃及人来说,要计算这种复杂几何图形的体积,是有一定困难的。可以想像,古埃及人一定为解决这个问题付出过艰苦的劳动。

古埃及人是怎样计算这个四棱锥台的体积的呢?

纸草书中是这样叙述的:“你要取4的平方,得16;你要把4加倍,得8;你要取2的平方,得4;再把16、8、4加起来,得28;你要取6的 $\frac{1}{3}$,得2;取28的两倍,得56。”瞧,结果是56,答案是正确的。

对这段叙述我们可以将它翻译成现代的计算

$$\text{式: } \frac{1}{3} \times 6 \times (4^2 + 4 \times 2 + 2^2) = 56。$$



四棱锥台体

仔细观察这个计算式后我们可以发现,纸草书中对这个题目的解答,实际上已经给出了计算所有四棱锥台体积的一般法则。瞧,对任意的一个四棱锥台,只要知道了它的高、上下底边的长度是多少,按照与上题同样的解题步骤,都能求出它的体积来。

也就是说,古埃及人实际上已经发现了四棱锥台的体积计算公式 $V = \frac{1}{3} h (a^2 + ab + b^2)$, 公式中的 h 是高, a 、 b 分别是上、下底边的长。

古埃及人能够发现如此精确的计算公式,充分显示了他们的数学水平,而纸草书为我们了解古埃及人的数学成就立下了汗马功劳!

图草绳的人

几何是研究图形(平面或空间点集)性质的一门学科。儿

何学知识，最初是人们从实践经验中总结出来的，“几何学”这一名词的希腊文原义指的就是“测地术”，据说是从古埃及传入的。

大约几千年前，埃及的尼罗河每年都要发生洪水泛滥，每经过一次洪水，原先的地界就会被冲毁，人们在水退之后就要重新测量和划分土地。这样年复一年，几何学便在不断的测量中得以萌发、成长起来。

埃及人把从事测量的技术人员叫做“圈草绳的人”。测量人员测量完土地以后，为便于划分，会地上钉上楔子，按测量图形圈上草绳。在进行土地测量或建筑工程的时候，这些



古埃及人在丈量土地

人是必不可少的，他们要根据设计图准确无误地在地上画出图形来。

绘制图形最重要的是画好直线和直角，直线还比较容易，而直角就没那么容易了。特别是在地上画相当于实物的巨大图形时很难画好直角。这就要求那些测量员了。埃及的测量员究竟是怎样画直角的呢？



用草绳圈出直角

原来测量员的工具只是一根打着扣的草绳，每条草绳都按相同长度打了 10 个左右的扣，在绘制直角的时候，他们会

数好扣数,按 3:4:5 的比例圈成一个三角形,这样边 3 与边 4 之间形成的角就是直角。

我们都知道三边长度为 3 厘米、4 厘米、5 厘米的三角形是直角三角形,所以,不用看也知道,长度为 3 厘米和 4 厘米的两边之间的夹角肯定是直角。

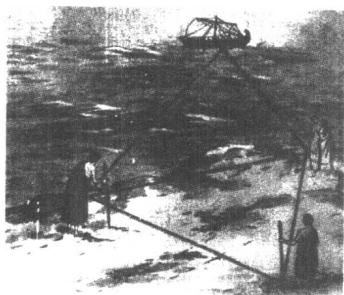
在此之前,大家可能怀疑用草绳怎么能圈出直角,可埃及的测量员的确能用简单得不可思议的工具准确无误地绘制出直角来。我们都知道埃及著名的金字塔,距今有 5000 年的历史了,金字塔的底座为正方形,四角都是直角,金字塔的图形也是靠那些测量员用草绳圈出来的,这听起来似乎使人难以相信,但的确是真实的。

埃及的测量员之所以有这么高超的测量技术,得益于他们从实践中总结出来的几何学知识,他们能用一根粗陋的草绳绘制直角,说明他们在测量土地的过程中,已经对直角三角形的性质有了一定程度的了解。几何学从测地术中产生,进而又促进测地水平的提高,几何学之所以叫测地术,原因正在于此。

古希腊人继承了埃及科学知识和先进的技术,并在系统的几何学知识的基础上,使测地的水平有了更大的提高。埃及的测量员用草绳测地,必须在平展的地面上进行,如果地面上有障碍怎么办呢?

泰勒斯就遇到过这样的难题。在下面的图里,要测 A、B 两地之间的距离,但两地之间隔着巨大的岩石而无法直接测量。怎么办呢?

泰勒斯运用三角形全等的原理,毫不费劲地测出了



测量船与海岸距离