

学习上遇到疑难 全解题库帮您全解

三年级

初中

CHUZHONG SHUXUE QUANJIE TIKU

数学全解题库



初中数学全解题库

三年级

主编 徐随保 芮 滋
编著 钮兆岭 蔡兆生
陈学礼 李振堃

江苏教育出版社

初中数学全解题库(三年级)

主 编 徐随保 茵 滋

编 著 钮兆岭 蔡兆生

陈学礼 李振堃

责任编辑 蔡 立

出 版: 江 苏 教 育 出 版 社
(南京市马家街 31 号, 邮政编码: 210009)

经 销: 江 苏 省 新 华 书 店

照 排: 南京展望照排印刷有限公司

印 刷: 金 坛 教 学 印 刷 厂

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 19.5 字数 440 500

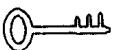
1999 年 9 月第 1 版 2001 年 7 月第 5 次印刷

印数 59 201—79 230 册

ISBN 7—5343—3543—4

G·3228 定价: 14.70 元

江苏教育版图书若有印刷装订错误, 可向承印厂调换



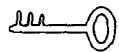
敬 告 读 者

几乎每一位有经验的教师都对学生说过这样的话——提高学习成绩的关键在于平时打好基础。那么，怎样才能打好学习基础呢？教学专家认为，适量的解题训练和及时的小结是教学的两个关键环节。通过解题，可以帮助学生巩固所学知识，增强思维能力，促进综合素质的提高。

对于上述观点，读者大概不会持有异议。但可能有不少读者会问：究竟做多少题为宜？做什么题为好？做完题以后如何及时进行小结？如何提高举一反三的能力？这些正是我们这套初中数理化全解题库的编者——江苏省的一批优秀教师和江苏教育出版社的编辑们试图帮助读者解决的问题，也可以说，是编写出版本套题库的出发点。

本套题库依据最新九年义务教育教学大纲和人教版（或沪科版物理）初中教材编写，兼有题典的优点，具有强大的解题指导功能。具体来讲，本套题库有以下特点：

1. 分年级、分学科按实际教学顺序编写，以知识小单元作为题组设计的单位，题组中的每道题的选择都是该单元最新教学要求的体现。
2. 在每组题中，由易到难的编排方式兼顾了不同层次学生学习的实际情况，坚持少而精的选题原则，不盲目贪多、求难。
3. 对各个学习阶段的典型题基本收齐，同时，对近年初中学科竞赛和中考中具有代表性的新题也尽量收入。
4. 题目分为 A、B、C 三个难易层次。A 为巩固层次。B 是初步综合层次。C 是能力提高层次，达到各年级期末考试或中考中的把关题的综合程度和解题能力要求，甚至达到初中学科竞赛中不超纲的较难题的要求。在新授课教学单元中以 A、B 层次为主；在复习教学单元中以 B、C 层次为主。题目的层次均已标在题号后。
5. 全书前半部分为题集，后半部分为解答和小结。其中解答部分不是简单地给出答案，而是提供全部解题过程，包括“提示”、“全解”和“说明”栏目；小结安排在每个单元的解答之后，突出强调本单元的关键性的知识要求和能力要求，起到了画龙点睛的作用，能帮助读者提高举一反三的能力。



本套题库的设计者和编写者都有一个共同的愿望——尽最大努力向读者提供够用、适用、顶用的习题和解题指导,体现江苏优秀教师的教学水平,使我们这套全解题库成为读者信得过的名牌。

敬请您在使用本书的过程中,把您的感受、您的意见和建议及时告诉我们,帮助我们做得更好,谢谢。

江苏教育出版社

目 录

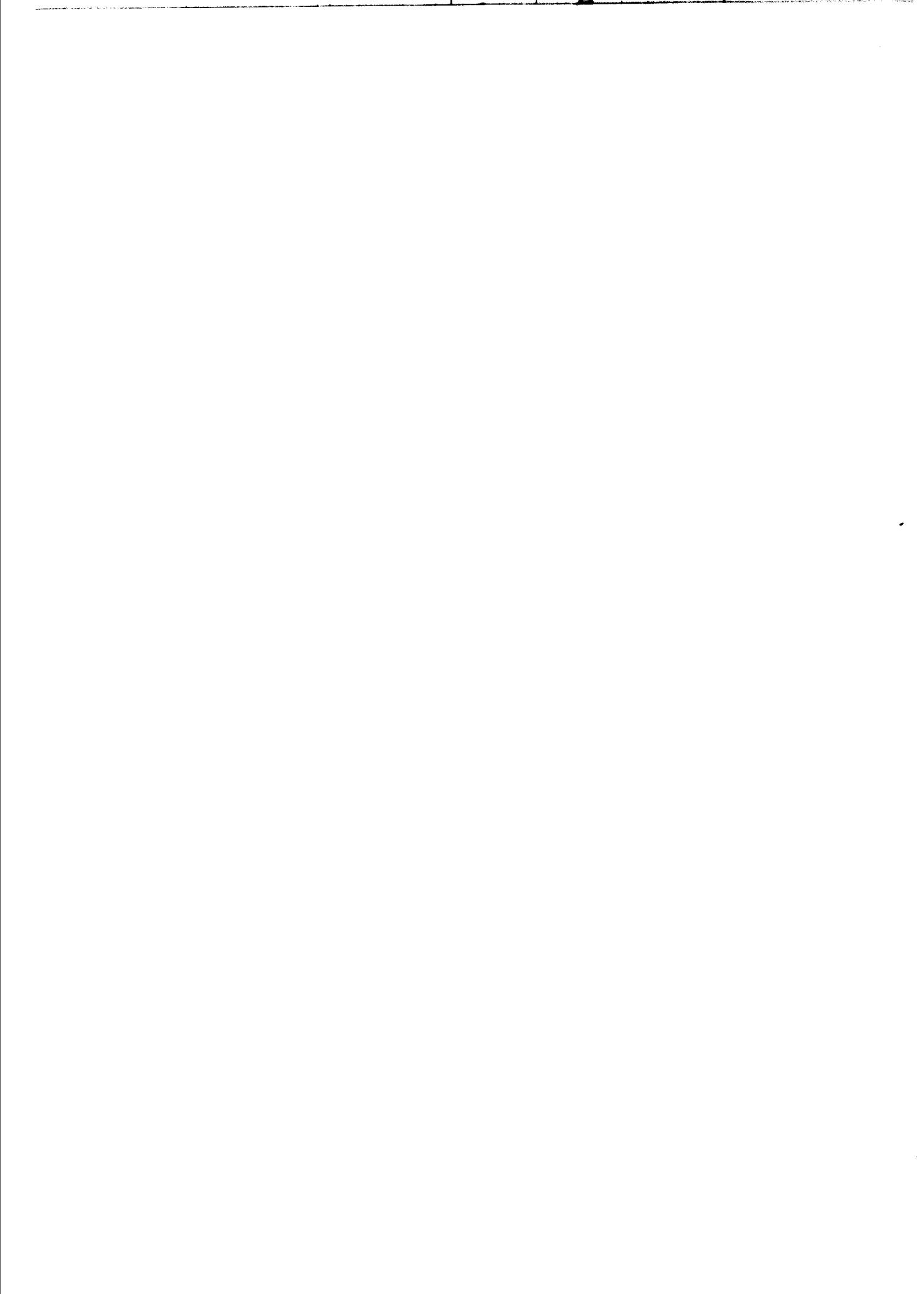
代数部分

第十二章 一元二次方程	3
一、一元二次方程的概念及其解法.....	3
二、一元二次方程的根的判别式.....	6
三、根与系数关系及其应用.....	8
四、一元二次方程的应用	11
五、分式方程	13
六、无理方程及简单的高次方程	17
七、简单的二元二次方程组	19
本章复习题	23
第十三章 函数及其图象	27
一、平面直角坐标系、函数.....	27
二、一次函数的图象和性质	30
三、二次函数的图象和性质	33
四、反比例函数及其图象	38
本章复习题	41
第十四章 统计初步	46

几何部分

第六章 解直角三角形	53
一、锐角三角函数	53
二、解直角三角形	56
本章复习题	60
第七章 圆	63
一、圆的基本性质	63
二、直线和圆的位置关系	79
三、圆和圆的位置关系	98
四、正多边形和圆.....	110
本章复习题	115
提示、全解、说明	125

代数部分

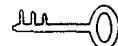




第十二章 一元二次方程

一、一元二次方程的概念及其解法

1. A 下列方程中, 为一元二次方程的是(C).
- (A) $3x^4 - 4x^2 + 1 = 0$ (B) $(3x^2 + 1)^2 - 6 = 0$
(C) $\sqrt{2}x^2 - 4x + \sqrt{3} = 0$ (D) $(x-1)^2 = x^2 - 4$
2. A 一元二次方程的一般形式是(D).
- (A) $ax^2 = bx (a \neq 0)$ (B) $ax^2 + bx = c (a \neq 0)$
(C) $ax^2 + bx + c = 0$ (D) $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$
3. A 下列方程已化为一元二次方程的一般形式的是(D).
- (A) $(x+1)^2 + 4(x+1) - 3 = 0$ (B) $4 - 3x = 5x^2 - 1$
(C) $(3x-1)^2 = 5x - 4$ (D) $x^2 - 23x = 0$
4. A 判断下列方程是否为关于 x 的一元二次方程:
- (1) $6x^2 - 5 = 0$; (2) $a^2x + 6a - 1 = 0 (a \neq 0)$;
(3) $m^2x + (m-1)x = 0 (m \neq 0)$; (4) $\sqrt{2}x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$;
(5) $x^2 + 2px - 3 = 0$; (6) $7x^4 - 2x^2 + 1 = 0$.
5. A (1) 方程 $10x^2 - 16x + 1 = 0$ 的二次项是 10, 一次项是 -16, 常数项是 1;
(2) 方程 $5x^2 - 5x - 6 = 0$ 的二次项系数是 5, 一次项系数是 -5, 常数项是 -6.
6. A 关于 x 的方程 $(a^2 + 1)x^2 - (2a - 1)x + a^2 - 3a + 1 = 0$ 的二次项系数是 $a^2 + 1$,
一次项系数是 $2a - 1$, 常数项是 $a^2 - 3a + 1$.
7. A 把下列方程化为一元二次方程的一般形式, 并写出它的二次项系数、一次项系数和常数项:
- (1) $3x(3+x) = 6 - 2x$; (2) $(\sqrt{2}y + 1)^2 + 2(3y - 4)^2 = 2y - 1$;
(3) $(3 - 4y)^2 - 2(y + 3)^2 = 1$; (4) $(1 - \sqrt{2})x^2 = (2 + \sqrt{2})x + 1$;
(5) $(3z - 2)^2 = 3z - 2$;
(6) $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}) + (2x + 1)^2 = 2x - 5$;
(7) $ax^2 + 2(b+1)x + (x+c)^2 = 0$ (x 是未知数, $a \neq -1$);
(8) $(ax - 1)(ax + 1) + (x - a)^2 + 1 = 0$ (x 是未知数).
8. A 用直接开平方法解关于 x 的方程:
- (1) $3x^2 + 16 = 18$; (2) $(6x)^2 - 3 = 69$;
(3) $2(x+3)^2 = 98$; (4) $\frac{1}{2}(2x-1)^2 = 8$.
9. A 用直接开平方法解关于 x 的方程:



- (1) $(4-x)^2 - 8 = 0$; (2) $\sqrt{5}(x-\sqrt{3})^2 = 2\sqrt{5}$;
 (3) $4(\sqrt{3}x-\sqrt{5})^2 = 16$; (4) $(3x+2)^2 - 64 = 0$.

10. 用直接开平方法解关于 x 的方程:

- (1) $(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}) = 4$; (2) $(2x+2)(x-1) = 8$;
 (3) $(x+3)^2 = (3x-2)^2$; (4) $(2x-3)(2x+3) = x^2 - 8$.

11. 配上适当的数,使下列等式成立:

- (1) $x^2 - 9x + \underline{\quad} = (x - \underline{\quad})^2$;
 (2) $x^2 - \frac{2}{3}x + \underline{\quad} = (x - \underline{\quad})^2$;
 (3) $\underline{\quad} - 18x + \underline{\quad} = (x - \underline{\quad})^2$;
 (4) $\underline{\quad} + 4x + \underline{\quad} = (2x + \underline{\quad})^2$;
 (5) $y^2 - \underline{\quad} + 16m^2 = (y - \underline{\quad})^2$;
 (6) $y^2 - \underline{\quad} + \frac{25}{36} = (y + \underline{\quad})^2$;
 (7) $\underline{\quad} + 16x + \underline{\quad} = 2(x+4)^2$;
 (8) $\frac{1}{5}x^2 - \underline{\quad} + \frac{9}{5} = \frac{1}{5}(x - \underline{\quad})^2$.

12. 判断下列等式是否成立:

- (1) $x^2 + 4x = (x+2)^2 - 4$; ✓
 (2) $x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{2}{9} = \left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{9}$; ✓
 (3) $y^2 - \frac{1}{m}y + \frac{1}{n} = \left(y - \frac{1}{2m}\right)^2 - \frac{1}{4m^2} + \frac{1}{n}$; ✓
 (4) $y^2 + ay + b = \left(y + \frac{a^2}{4}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b$; ✗
 (5) $3x^2 + 2x + 6 = 3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{12}{13}$; ✗
 (6) $2x^2 - \frac{1}{2}x + 1 = 2\left(x - \frac{1}{8}\right)^2 + \frac{33}{32}$.

13. 用公式法解下列方程:

- (1) $\sqrt{2}x^2 + 4\sqrt{3}x - 2\sqrt{2} = 0$;
 (2) $(x+5)^2 + (2x-1)^2 - (x+5)(2x-1) = 67$;
 (3) $2\sqrt{3}x = \sqrt{2}(x^2 + 1)$;
 (4) $(3-x)(4-x) = 48 - 20x + 2x^2$.

14. 用因式分解法解下列方程:

- (1) $x^2 + 5x + 6 = 0$; (2) $x^2 + 5x - 6 = 0$;
 (3) $x^2 - 5x + 6 = 0$; (4) $x^2 - 5x - 6 = 0$;
 (5) $x^2 + x - 6 = 0$; (6) $x^2 - x - 6 = 0$;
 (7) $x^2 - 2x - 35 = 0$; (8) $x^2 + 8x - 33 = 0$;
 (9) $3x^2 + 2x - 1 = 0$; (10) $10x^2 - x - 3 = 0$;
 (11) $6x^2 - 7x - 20 = 0$; (12) $2x^2 + 7x - 60 = 0$.



15. A 用因式分解法解下列方程:

- (1) $(3x+1)^2 - 9 = 0$;
- (2) $4(7x+1)^2 - 16 = 0$;
- (3) $(2x-3)^2 - 2x + 3 = 0$;
- (4) $5x(2x+7) = 3(2x+7)$;
- (5) $(x+5)^2 - 8(x+5) - 33 = 0$;
- (6) $16(x-3)^2 + 8(x-3) + 1 = 0$;
- (7) $x^2 + (5 - \sqrt{5})x - 5\sqrt{5} = 0$;
- (8) $x^2 + (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$;
- (9) $(x-1)(x+3) + 3(x+3)(x-3) = 2(x+3)^2$;
- (10) $2x^2 + (\sqrt{3} - 4)x - 2\sqrt{3} = 0$.

16. A 解下列方程:

- (1) $3x^2 - 5x - 2 = 0$;
- (2) $7x^2 = 3 - 20x$;
- (3) $8y(2y+1) = 15$;
- (4) $\sqrt{6}(1-y^2) = y$;
- (5) $25(x-7)^2 = 16(x+4)^2$;
- (6) $9(x+5)^2 - 6(x+5) + 1 = 0$;
- (7) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 2 = 0$;
- (8) $9x^2 - 12x - 60 = 0$;
- (9) $(x-6)(x+2) + (x-1)(x+5) = 143$;
- (10) $\sqrt{2}x^2 - 4x = 4\sqrt{2}$.

17. B 关于 x 的方程 $mnx^2 - 2(n-1)x = d-1$ ($mn \neq 0$) 的二次项系数、一次项系数、常数项分别是 _____.

18. B 关于 x 的方程 $(x+a)^2 = b$ 有解的条件是 _____.

19. B 若 $2m - (m^2 - 2)x^2 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则 m 需满足条件 _____.

20. B 若 $m^2x^2 - (2x+1)^2 + (n-3)x + 5 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, 且不含 x 的一次项, 则 m, n 应满足条件 _____.

21. B 配上适当的数, 使下列等式成立:

- (1) _____ + $16x + \underline{\quad} = 4(x + \underline{\quad})^2$;
- (2) _____ + $2abx + \underline{\quad} = (ax + \underline{\quad})^2$;
- (3) $ax^2 + bx + \underline{\quad} = a(x + \underline{\quad})^2$.

22. B 用配方法解下列方程:

- (1) $2x^2 - 5x + 2 = 0$;
- (2) $9y^2 - 18y - 7 = 0$;
- (3) $4y^2 + 2y = 12$;
- (4) $\frac{2}{3}y^2 + 2y - 3 = 0$;
- (5) $(2x+1)(2x-1) + 8x = -4$.

23. B 证明: $4y^2 - 6y + 3$ 的值恒大于零.

24. B 试比较 $x^2 - 2x + 2$ 与 0 的大小, 并说明理由.

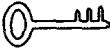
25. B ~~x~~ 为何值时, 代数式 $(x+1)(x-1)$ 的值与代数式 $(2x-3)^2$ 的值相等?

26. B ~~x~~ 为何值时, 代数式 $(x-5)^2$ 的值比代数式 $2(x-5)$ 的值多 4?

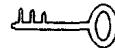
27. B 用公式法解下列关于 x 的方程:

- (1) $x^2 + (2a-5)x + a^2 = 0$ ($a \leq \frac{5}{4}$);
- (2) $2x^2 + 2a^2 = (4a+1)x$.

28. B 已知 m 是方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的正根, 求 $m + \frac{1}{m}$ 的值.



44. A 如果一元二次方程 $(1-2m)x^2+12x-10=0$ 有实数根,那么 m 的最大整数值是().
(A) 1 (B) 2 (C) -1 (D) 0
45. A 已知关于 x 的方程 $x^2+3(a-1)x+2a^2-4a+\frac{7}{4}=0$ (a 为实数),则该方程().
(A) 无实数根 (B) 有两个相等的实数根
(C) 有两个不相等的实数根 (D) 无法确定
46. A 已知关于 x 的方程 $x^2-2mx+m^2x^2+m^2+4=0$,则下列判断正确的是().
(A) $m=\pm\sqrt{2}$ 时,原方程有两个相等的实数根
(B) $-2 < m < 2$ 时,原方程有两个相等的实数根
(C) 不论 m 为什么实数,原方程都没有实数根
(D) 不论 m 为什么实数,原方程都有实数根
47. A 若 $m < 2$,则一元二次方程 $x^2-2x+2m-3=0$ ().
(A) 没有实数根 (B) 有两个相等的实数根
(C) 有两个不相等的实数根 (D) 无法确定
48. A 已知关于 x 的方程 $x^2-2x-m+1=0$ 没有实数根,则关于 x 的方程 $x^2+mx+2m-1=0$ ().
(A) 有两个相等的实数根 (B) 没有实数根
(C) 有两个不相等的实数根 (D) 实根的个数不确定
49. A a 取什么值时,关于 x 的方程 $x^2+(2a+1)x+(a-2)^2=0$:
(1) 有两个不相等的实数根? (2) 有两个相等的实数根? (3) 没有实数根?
50. A 如果关于 x 的方程 $x^2+2(m+2)x+9m=0$ 有两个相等的实数根,求 m .
51. A 当 m 为何值时,关于 x 的一元二次方程 $(3m+1)x^2-2(3m+1)x+m+4=0$ 有两个相等的实数根?
52. A 当 m 为何值时,关于 x 的方程 $(m+1)x^2-(2m-1)x+m-1=0$ 有两个不相等的实根?
53. A m 为何值时,关于 x 的方程 $(m^2-2)x^2-2(m+1)x+1=0$ 有两个不相等的实根?
54. A 求证:关于 x 的方程 $(m^2-1)x^2-2mx-(m^2-4)=0$ (m 为实数) 必有实数根.
55. A 求证:不论 m 为什么实数,关于 x 的方程 $2x^2-(m+5)x+m+1=0$ 都有两个不相等的实数根.
56. A a, b 满足什么关系时,方程 $x^2-(a+b)x+ab=0$:
(1) 有两个相等的实数根?
(2) 有两个不相等的实数根?
57. B 已知 a 是实数,方程 $x^2+2ax+1=0$ 有两个不相等的实数根,试判断方程 $(x-a)^2-(2x^2+3)a^2+1=0$ 是否有实数根.
58. B 如果关于 x 的方程 $(3k-4)x^2+6(k+2)x+3k+4=0$ 没有实数根,那么关于 x 的方程 $kx^2-2(k-1)x+k+4=0$ 有实数根吗? 为什么?
59. B 设 a 为有理数,当 b 为何值时,不管 a 在有理数范围内取什么值,方程 $2x^2+(a+1)x$



$-(3a^2 - 4a + b) = 0$ 的根总是有理数?

60. B 已知 m 为有理数, 试求 n 的值, 使方程 $x^2 - 4mx + 4x + 3m^2 - 2m + 4n = 0$ 的根为有理根.

61. B 设关于 x 的方程 $x^2 + 2(1+a)x + (3a^2 + 4ab + 4b^2 + 2) = 0$ 有实数根, 求 a, b 的值.

62. B 已知关于 x 的方程 $(x+a)(x+b) + (x+b)(x+c) + (x+c)(x+a) = 0$ 有相等的两实数根. 求证: $a = b = c$.

63. B 已知 r_1, r_2, d 均为大于零的常数, 关于 x 的方程 $x^2 - 2r_1x + r_2^2 + r_1d - r_2d = 0$ 有两个相等的实数根. 求证: $r_1 = r_2$ 或 $r_1 + r_2 = d$.

64. B 若关于 x 的方程 $(c^2 + a^2)x^2 + 2(b^2 - c^2)x + c^2 - b^2 = 0$ 有两个相等的实数根, 且 a, b, c 是一个三角形的三边, 证明此三角形是等腰三角形.

65. C 已知关于 x 的方程: $x^2 - ax + 3 - b = 0$ 有两个不相等的实数根, $x^2 + (6-a)x + 6 - b = 0$ 有两个相等的实数根, $x^2 + (4-a)x + 5 - b = 0$ 没有实数根, 则 a 和 b 的取值范围分别是().

(A) $2 < a < 4, 2 < b < 5$ (B) $1 < a < 4, 2 < b < 5$
 (C) $1 < a < 4, 1 < b < 5$ (D) $2 < a < 4, 1 < b < 5$

66. C 若关于 x 的方程 $x^2 + px + q = 0$ 有相等的实数根, 且其根与方程 $x^2 - \frac{1}{q}x + \frac{1}{q} = 0$ 的根互为倒数, 当 m 为实数时, 讨论方程 $p^2x^2 + mx - q = 0$ 的根的情况.

67. C 已知: 关于 x 的方程 $x^2 + 2(m-3)x + m^2 - 7m - n + 12 = 0$ 有两个相等的实数根, 且 m, n 满足 $2m - n = 0$. (1) 求 m, n 的值; (2) 已知 k 是一个实数, 证明: 关于 x 的方程 $(-m+n)x^2 + nkx + 2k - (m+n) = 0$ 有两个不相等的实数根.

三、根与系数关系及其应用

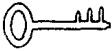
68. A 方程 $(\sqrt{3} + \sqrt{2})x^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})x - (\sqrt{2} - \sqrt{3}) = 0$ 两实根的和与积分别为().
 (A) $2\sqrt{6} - 5, 5 - 2\sqrt{6}$ (B) $5 - 2\sqrt{6}, 2\sqrt{6} - 5$
 (C) $2\sqrt{6} - 5, 2\sqrt{6} + 5$ (D) $5 + 2\sqrt{6}, 2\sqrt{6} - 5$

69. A 方程 $8x^2 - (k-1)x + k - 7 = 0$ 有一正根、一负根, 那么().
 (A) $k > 1$ (B) $k < 1$ (C) $k > 7$ (D) $k < 7$

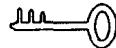
70. A 如果一元二次方程 $x^2 - nx + n - 3 = 0$ 有一正根、一负根, 且 $n > 0$, 化简 $|n - 3| + \sqrt{n^2 + 6n + 9}$ 所得的结果是().
 (A) $2n$ (B) 6 (C) $-2n$ (D) -6

71. A 在一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 中, 如果 $a > 0, b \neq 0, c < 0$, 那么此方程().
 (A) 有两个正根 (B) 有两个负根
 (C) 有一个正根、一个负根 (D) 没有实数根

72. A 已知一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两个实数根互为倒数, 则必有

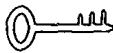


- () .
(A) $a=c$ (B) $a=b$ (C) $b=c$ (D) $bc=0$
73. 已知一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的系数满足 $\frac{b^2}{c}=4a$, 则方程的两根之比为().
(A) $2:1$ (B) $1:1$ (C) $1:2$ (D) $2:8$
74. k 是一个实数, 关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x-k^2=0$ 有().
(A) 两个相等的实数根
(B) 两个不相等的实数根, 且一个正根, 一个为 0
(C) 两个不相等的实数根, 且正实数根的绝对值较大
(D) 两个不相等的实数根, 且负实数根的绝对值较大
75. 一元二次方程 $2x^2+5x-3=0$ 的两根的倒数和为().
(A) $-\frac{5}{3}$ (B) $\frac{5}{3}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $-\frac{3}{5}$
76. 已知关于 x 的方程 $3x^2+(k^2-4k)x+k-4=0$ 的两根互为相反数, 则 k 的值为().
(A) 0 (B) 4 (C) 0 或 4 (D) 0 或 -4
77. 以关于 x 的方程 $x^2-px+q=0$ ($p^2>4q$) 的两根的相反数为根的一元二次方程为().
(A) $x^2+px+q=0$ (B) $x^2-px+q=0$
(C) $x^2+px-q=0$ (D) $x^2-px-q=0$
78. 已知方程 $x^2-3x+c=0$ 的一个根的相反数是 $x^2+3x-c=0$ 的一个根, 那么方程 $x^2-3x+c=0$ (c 是实数) 的根是().
(A) 1, 2 (B) -1, -2 (C) 0, 3 (D) 0, -3
79. 若方程 $x^2-4x+m=0$ 与方程 $x^2-x-2m=0$ 有一个根相同, 那么实数 m 一定等于().
(A) 0 (B) 3 (C) -3 (D) 0 或 3
80. 如果 -3 是方程 $x^2+kx-(k^2-1)=0$ ($k>0$) 的一个根, 那么此方程的另一个根是_____.
81. 已知方程 $x^2-6x+8m=0$ 的两个实数根的差是 2, 则 $m=$ _____.
82. 已知关于 x 的方程 $x^2-4x+c=0$ 的一个根是 $2+\sqrt{3}$, 那么另一个根为_____,
 $c=$ _____.
83. 设 x_1, x_2 是方程 $2x^2-3x+m=0$ 的两个实数根, 且 $8x_1-2x_2=7$, 则 m 的值是_____.
84. 以方程组 $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=5 \end{cases}$ 的解 x 和 y 为两个根的一元二次方程是_____.
85. 一元二次方程的两根 x_1, x_2 满足 $x_1+x_2-x_1x_2=4$, $x_1+x_2+2x_1x_2=-5$, 则这个一元二次方程是_____.
86. 已知方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根为 α, β , 则 $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=$ _____, $\alpha^2+\beta^2=$ _____.



$$\underline{\quad}, \alpha^3 + \beta^3 = \underline{\quad}, \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \underline{\quad}.$$

87. A 已知一元二次方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的两根为 α, β , 则 $|\alpha - \beta| = \underline{\quad}$, $\alpha^3 - \beta^3 = \underline{\quad}$.
88. A 已知方程 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 的两根为 $a^2 + b^2, a - b$, 其中 a, b 是方程 $x^2 + px = q$ 的两个根, 则 $\sqrt{p^2 + q^2} = \underline{\quad}$.
89. A m 为何值时, 方程 $x^2 - 4x + 3m + 1 = 0$ 有两个不相等的正根?
90. A m 为何值时, 方程 $5x^2 + 4mx + 3m - 2 = 0$ 有一个正根, 一个负根?
91. A 已知关于 x 的方程 $x^2 + (1-k)x + k^2 - 4 = 0$ 有一正根和一负根, 且正根的绝对值较小, 求整数 k 的值.
92. A 已知 h 是一个实数, 关于 x 的方程 $x^2 + 2hx - 3 = 0$ 的两根平方和等于 10, 那么 h 的值是 .
93. A 已知关于 x 的方程 $x^2 + (p-1)x + p = 0$ 的两根平方和为 6, 求实数 p 的值.
94. A 已知关于 x 的方程 $2x^2 + kx - 2k + 1 = 0$ 的两根平方和为 $\frac{29}{4}$, 求实数 k 的值.
95. B 证明: 关于 x 的方程 $(x-2)(x-2+m)=1$ 的两个根, 一个大于 2, 一个小于 2.
96. B n 为何值时, 方程 $x^2 - 11x + 30 + n = 0$ 有两个都大于 5 的实数根?
97. B 设关于 x 的方程 $p^2x^2 + q^2x + r^2 = 0$ 的两根分别是方程 $px^2 + qx + r = 0$ 的两根的平方, 求证: $q^2 = pr$.
98. B 已知方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根为 x_1, x_2 , 求证: $\frac{1}{ax_1+b} + \frac{1}{ax_2+b} = \frac{b}{ac}$.
99. B 设 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两个实数根, 求证:
- (1) 如果 $a + b + c = 0$, 则 $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$; 反之, 如果 $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$, 则 $a + b + c = 0$;
 - (2) 如果 $a - b + c = 0$, 则 $x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}$; 反之, 如果 $x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}$, 则 $a - b + c = 0$.
100. B 设 a, b, c 是互不相等的实数, 且方程 $(b-c)x^2 + (c-a)x + (a-b) = 0$ 有相等的两个实数根. 证明: $2b = a + c$.
101. B 对任意实数 k , 关于 x 的方程 $(k^2 + 1)x^2 - 2(a+k)^2x + k^2 + 4k + b = 0$ 总有一个根是 1, 求实数 a, b 的值.
102. B m 取什么实数时, 方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 和方程 $x^2 - x - m = 0$ 有一公共根? 并求此公共根.
103. B 已知一元二次方程 $x^2 + (m+1)x - 3 = 0$ 和 $x^2 - 4x - m = 0$ 有一个公共根, 求两个非公共根的和.
104. B 已知方程 $x^2 - (p-3)x + 5p = 0$ 的一个根的相反数是方程 $x^2 - (p+2)x - 5p = 0$ 的根, 求实数 p 的值.
105. B 已知方程 $x^2 + (m-4)x + (m-7) = 0$ 的一个根比另一个根的 2 倍小 1, 求 m 的值.



106. B 已知方程 $2x^2 - 9x + 8 = 0$, 求作一个一元二次方程, 使它的一根为原方程两根和的倒数, 另一根为原方程两根差的平方.
107. C 已知实数 x, y, z 满足 $x = 6 - y, z^2 = xy - 9$, 求证: $x = y$.
108. C 已知方程 $x^2 - (k+1)x + k = 0$ 有两个不相等的实数根, 且两根差的绝对值小于 3, 求 k 的取值范围.
109. C 设 $x^2 - px + q = 0$ 的两实根为 α, β . (1) 求作以 α^3, β^3 为根的一元二次方程; (2) 若以 α^3, β^3 为根的一元二次方程仍是 $x^2 - px + q = 0$, 求所有这样的一元二次方程.
110. C 已知方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两根为连续整数, 且 q 为质数, 求 p, q 的值.

四、一元二次方程的应用

111. A 在实数范围内分解因式:
- (1) $6x^2 - 22x + 20$; (2) $14a^2 - 9ab - 18b^2$;
(3) $x^2 - 2x - 1$; (4) $2x^2 - 12x + 5$;
(5) $3x^2 - 2xy - 3y^2$; (6) $4a^2 + 4ab - 5b^2$.
112. A m 取何值时, 二次三项式 $5x^2 - 6x + 3m$ 在实数范围内: (1) 能分解因式? (2) 不能分解因式?
113. A 某印刷厂一月份印刷 50 万册书, 三月份印刷 175 万册书, 求平均每月增长的百分率. (精确到 0.01)
114. A 某药品原售价为每瓶 4.01 元, 经过两次降价, 现在售价为每瓶 1.18 元, 求平均每次降低的百分率. (精确到 1%)
115. A 某工厂第三年产量比第一年增长了 21%, 求平均每年比上一年增长的百分率, 又第一年产量是第三年产量的百分之几? (精确到 0.1%)
116. A 某商场今年一月份销售额为 60 万元, 二月份销售额下降 10%, 后改进经营管理, 月销售额大幅度上升, 到四月份销售额已达到 96 万元, 求三、四月份平均每月增长的百分率. (精确到 0.1%).
117. A 红星钢铁厂今年四月份某种钢的产量为 6000 吨, 以后每月比上月产量提高的百分数相同, 六月份的产量为 8640 吨, 求每月的增长率.
118. A 某工厂生产某种零件, 10 月份生产 2 万个, 技术革新后, 第四季度共生产 7.98 万个零件, 如果每月增长的百分率相同, 求每月的增长率.
119. A 已知三个连续奇数的平方和为 155, 求这三个数.
120. A 已知三个连续偶数, 第三个数的平方等于前两个数的平方和, 求这三个数.
121. A 有一个两位数, 个位上的数字与十位上的数字的和是 6, 积是这个两位数的 $1/3$, 求这个两位数.
122. A 已知一个两位数的个位数字比十位数字大 2, 且这个两位数乘以个位数与十位数的数字和等于 144, 求这个两位数.
123. A 一个两位数, 十位上数字与个位上数字之和为 5, 把十位上的数字与个位上的数