数学

下

福州市教师进修学院　福州市数学会编

高中理科自习辅导

SHUXUE

天津科学技术出版社

高中理科自习辅导

数　　学

（下）

福州市教师

福 州 市

天津科学技术出版社

高中理科自习辅导

数　学

(下)

福州市教师进修学院
福 州 市 数 学 会　编

*

天津科学技术出版社出版
天津市赤峰道124号
天津新华印刷一厂印刷
天津市新华书店发行

*

开本 787×1092毫米 1/32 印张 9.25 字数 196,000
一九八三年十月第一版
一九八三年十月第一次印刷
印数：1－280,000
书号：13212·64　定价：0.99元

前　言

为了提高全民族的科学文化水平，以适应四个现代化的需要，一九八〇年我们根据教育部制定的中学教学大纲和全国统编教材，编写了一套《新编高中数理化复习参考书》．其后，又充分分析了近几年高考复习情况，并考虑广大社会青年自学的需要，我们将原书做了较大修订，改名为《高中理科自习辅导》，包括《数学》（上、下）、《物理》（上、下）、《化学》（上、下）、《生物》等共七个分册．

这套书着眼于帮助读者切实掌握和灵活运用数理化生各科基础知识，增强读者分析问题和解决问题的能力。编写时，在总结教学经验、分析学生掌握和运用知识情况的基础上、特别注意到各学科内容的系统性和内在联系，概括出简明学习要点，指出了易混、易错概念和问题；同时精选了一定数量的典型例题和习题；在例题演示上，着重引导读者掌握正确的分析方法和解题思路．因此，这套书可帮助读者准确理解所学知识、扩大知识视野、增强思维能力、提高智力水平、掌握解题思路和技巧，既可作应届高中毕业生学习参考，也可供同等水平的青年学习使用．

高中理科自习辅导《数学》（下）由池伯鼎、周志文、林振铨、郭仰嵩、魏长庚、任寿彬、陈金华、倪木森、高玉

栋、陈敏贤、林宋炘、郭道平、吴大钟、李必成、林玉润、马长冰等编写。

限于我们的水平，书中难免有错和不当之处，敬请广大读者批评指出。

编　者

一九八三年六月

目　　录

第十五章　直 线 形

内 容 提 要

一、命题

1.命题：判断一件事情的句子，叫做命题，每个命题都可分为题设和结论两个部分：题设是已知事项，结论是由题设推出的事项.

命题有真有假，正确的命题叫做真命题，错误的命题叫做假命题.

2.命题的四种形式.

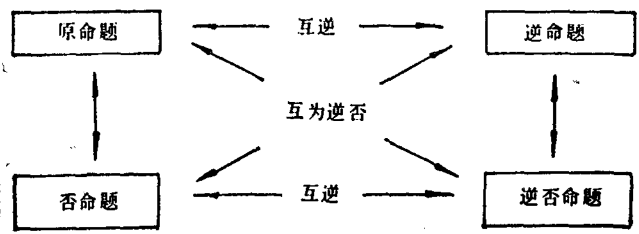
（1）原命题：如果有A，就有B.

（2）逆命题：如果有B，就有A.

（3）否命题：如果没有A，就没有B.

（4）逆否命题：如果没有B，就没有A.

3.四命题的关系．如果原命题正确，它的逆否命题也必



定正确．在四种命题之间，互为逆否的两个命题，可以互相推出，称为等价命题．

4．充分、必要条件：若命题"如果有A，就有B"正确，则"有A"是"有B"的充分条件；"有B"是"有A"的必要条件．若两个命题"如果有A，就有B"、"如果有B，就有A"都正确，则"有A"是"有B"的充要条件，"有B"也是"有A"的充要条件．

二、直线、射线、线段

1．相交线

（1）角．

有关定理．

①对顶角相等．

②一个角的平分线上任意一点，到这角的两边距离相等；到一个角的两边距离相等的点，在这角的平分线上．

（2）垂线．

①定义．相交成直角的两条直线中的一条叫做另一条直线的垂线．它们的交点，叫做垂足．这时两直线称为互相垂直．

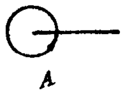
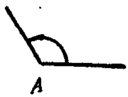
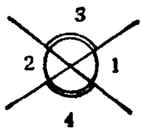
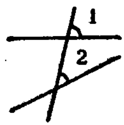
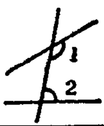
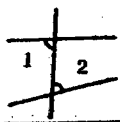
②有关定理．

1）过一点引一直线的垂线，只能引一条．

2）从直线外一点到这条直线上各点所连的线段中，以垂直于该直线的线段为最短．

3）线段垂直平分线上的任意一点，到这条线段两端距离相等；到一条线段两端距离相等的点在这条线段的垂直平分线上．

2．平行线

各种大小的角	周　角 ($\angle A=360°$) 	平　角 ($\angle A=180°$) 	直　角 ($\angle A=90°$) 
	钝　角 ($90°<\angle A<180°$) 		锐　角 ($0°<A<90°$) 
数量相关的两角	互余角 ($\alpha+\beta=90°$) 		互补角 ($\alpha+\beta=180°$) 
位置相关的两角	对顶角 ($\angle 1$和$\angle 2$ $\angle 3$和$\angle 4$) 		同位角 ($\angle 1$和$\angle 2$) 
	同旁内角 ($\angle 1$和$\angle 2$) 		内错角 ($\angle 1$和$\angle 2$) 

（1）平行线的基本性质.过直线外的一点，有且只有一条直线和这条直线平行.

（2）平行线的判定.

①两条直线被第三条直线所截，具有下列条件之一，则两直线平行：

1）同位角相等；

2）内错角相等；

3）同旁内角互补.

②两条直线都和第三条直线平行，则这两条直线平行.

③两条直线都和第三条直线垂直，则这两条直线平行.

（3）平行线性质.

①两条平行线被第三条直线所截，则同位角相等，内错角相等，同旁内角互补.

②一条直线和两条平行线中的一条垂直，则这条直线也和平行线中的另一条垂直.

③平行线间的距离处处相等.

（4）平行线等分线段定理：一组平行线在一条直线上截得相等的线段，那么在其他直线上也截得相等的线段.

（5）平行线分线段成比例的定理：两条直线被一组平行线所截得的线段对应成比例.

三、多边形

1.三角形

（1）一般三角形的性质.

①三角形两边之和大于第三边，两边之差小于第三边.

②三角形的三个内角的和等于180°，三角形的外角等于不相邻的两个内角的和.

③在一个三角形中，边和角间有以下的关系：

1）等边对等角，等角对等边。

2）大边对大角，大角对大边。

3）三角形两边中点连线，平行于第三边，且等于第三边的一半。

④三角形的三条中线交于一点，这点叫做三角形的重心，重心与顶点的距离等于过这顶点的中线长的三分之二。

三角形的三条角平分线交于一点，它是三角形内切圆的圆心，叫做内心。

三角形的三边垂直平分线交于一点，它是三角形外接圆的圆心，叫做外心。

三角形的三条高线交于一点，它是三角形的垂心。

（2）特殊三角形的性质。

①直角三角形。

1）斜边上的高是两条直角边在斜边上的射影的比例中项。

2）每条直角边是这条直角边在斜边上的射影和斜边的比例中项。

3）斜边的平方等于两直角边的平方和（勾股定理）。

4）斜边上的中线等于斜边的一半，斜边中点就是直角三角形的外心。

5）30°角所对的直角边等于斜边的一半。

②等腰三角形。

1）两个底角相等。

2）顶角平分线是底边上的高线和中线，也是它的对称轴。

③等边三角形.

1）各角都等于60°.

2）四心（重心、垂心、内心、外心）重合.

（3）两个三角形的全等与相似.

①全等三角形.

	一般三角形	直角三角形
判定	1)两角和一边对应相等 2)两边和夹角对应相等 3)三边对应相等	1)一边和一锐角对应相等 2)两边对应相等
性质	1)对应角相等 2)对应线段(边、高线、中线、角平分线……)相等	

②相似三角形.

	一般三角形	直角三角形
判定	1)两个角对应相等 2)两边对应成比例且夹角相等 3)三边对应成比例	1)一个锐角相等 2)两边对应成比例
性质	1)对应角相等 2)对应边成比例 3)对应线段的比等于相似比 4)面积的比等于相似比的平方	

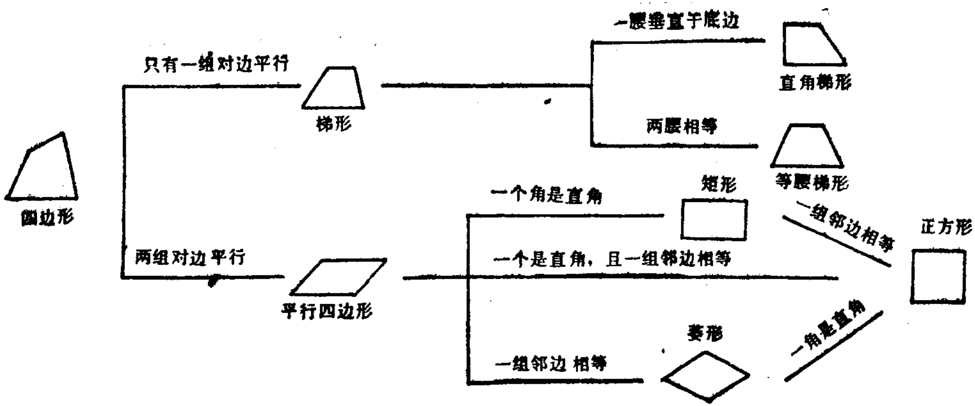
2.四边形.

（1）四边形的从属关系.见下页图.

（2）平行四边形的判定与性质.见8页表.

（3）特殊平行四边形的性质.

①矩形：四个角都是直角；对角线相等；既是中心对称


四边形
只有一组对边平行
梯形
两组对边平行
平行四边形
一腰垂直于底边
直角梯形
两腰相等
等腰梯形
一个角是直角
矩形
一个是直角，且一组邻边相等
一组邻边 相等
菱形
一组邻边相等
一角是直角
正方形

判　　　　定	性　　　　质
1)两组对边分别平行（定义） 2)两组对边分别相等 3)一组对边平行且相等 4)对角线互相平分	1)对边分别平行 2)对边分别相等对角分别相等 3)对角线互相平分 4)是中心对称图形

又是轴对称图形。

②菱形：四条边都相等；对角线互相垂直，且每一条对角线平分它的一组对角；既是中心对称又是轴对称图形。

③正方形：具有矩形、菱形的一切性质。

（4）梯形的性质。

①梯形的中位线平行于上、下底，且等于上、下底和的一半。

②等腰梯形同一条底边上的两个底角相等；对角线相等；两底边中点连线是它的对称轴。

（5）特殊四边形的面积公式（S表示面积）。

①平行四边形：$S=ah_a=ab\sin\alpha$（a，b为邻边，h_a为a边上的高，α为内角）。

②菱形：$S=\frac{1}{2}l_1\cdot l_2$（$l_1$、$l_2$为两条对角线）。

③梯形：$S=\frac{1}{2}(a+b)h=mh$（a,b为上、下底，h为高，m为中位线）。

3.多边形。

（1）多边形的内角和、外角和、对角线条数。

①多边形的内角和等于$(n-2)180°$（n表示边数）。

②多边形的外角和等于$360°$。

③对角线条数等于$\frac{n(n-3)}{2}$（n表示边数）。

（2）正多边形（见第十六章）。

（3）相似多边形。

①定义：对应角相等，对应边都成比例的两个多边形，叫做相似多边形．相似多边形对应边的比叫做相似比。

②性质：对应线段的比等于相似比；面积的比等于相似比的平方。

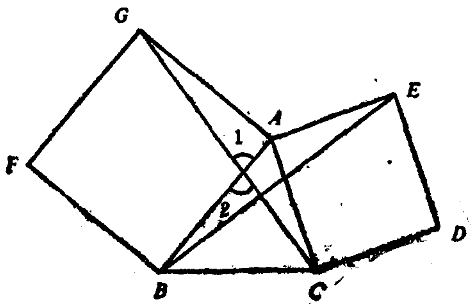
例　　题

【例1】 以$\triangle ABC$的两边AC，AB为边长向形外作正方形$ACDE$，$ABFG$。

（1）连CG，BE，求证：$CG\perp BE$。

（2）设P,Q,R,S分别是BC,CE,EG,GB的中点，求证：$PQRS$为正方形。

分析 （1）若CG，BE交于M点，要证$CG\perp BE$，须证$\angle GMB$为直角．而$\angle GAB$是直角，$\angle 1=\angle 2$，故只须证



明$\angle AGC=\angle ABE$，

证明　设CG交BE于M点.

$\because$ $\angle GAC=\angle GAB+\angle BAC=90^\circ+\angle BAC$

$=\angle BAE$,

$AG=AB$, $AC=AE$,

$\therefore$ $\triangle GAC\cong\triangle BAE$,

$\therefore$ $\angle AGC=\angle ABE$.

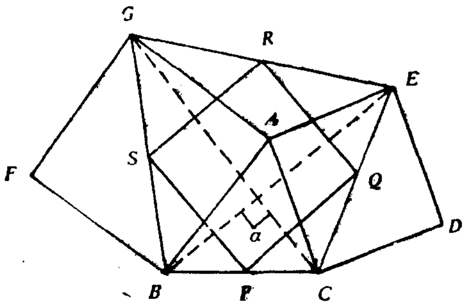
而 $\angle 1=\angle 2$,

$\therefore$ $\angle GMB=180^\circ-(\angle ABE+\angle 2)$

$=180^\circ-(\angle AGC+\angle 1)=\angle GAB=90^\circ$,

即 $CG\perp BE$.

分析　（2）要证$PQRS$为正方形，可利用三角形中位线性质，先证明它是平行四边形.再应用第（1）题的结论$CG\perp BE$及$CG=BE$，可证$PQRS$是正方形.



证明　连CG，BE，由第（1）题知$CG\perp BE$，且$\triangle GAC\cong\triangle BAE$，则$CG=BE$.

$\because$ PQ是$\triangle CBE$的中位线，

$\therefore \quad PQ \underline{\underline{\parallel}} \frac{1}{2} BE$.

同理，$SR \underline{\underline{\parallel}} \frac{1}{2} BE$.

$\therefore \quad PQRS$为平行四边形.

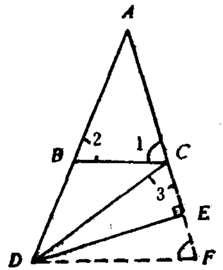
$\because \quad CG = BE$，$\therefore \quad SP = PQ$；

又$\because \quad CG \perp BE$，$\therefore \quad SP \perp PQ$.

从而$PQRS$是邻边相等且有一内角为90°的平行四边形，

$\therefore \quad PQRS$是正方形.

【例 2】 如图，$\triangle DCB \backsim \triangle DAC$，$AB = AC$，$\angle DEA$是直角，求证：$BD = 2CE$.



分析 如果$BD = 2CE$，那么延长 AE 到F，使 $CF = BD$，可知$CE = EF$，则DCF为等腰三角形.$\angle F = \angle 3$.由$\triangle DCB \backsim \triangle DAC$，得$\angle DCA = \angle DBC$，$\therefore \angle 3 = \angle 2 = \angle 1$.因此$\angle F = \angle 1$，$DF \parallel BC$.故推证本题，可引$DF$与 BC平行.

证明 过D作$DF \parallel BC$交AE延长线于F.

则ADF也是等腰三角形.