中学数理化教学经验选

山西人民出版社

中学数理化教学经验选

本 社 编

山 西 人 民 出 版 社

中学数理化教学经验选

本社编

•

山西人民出版社出版　（太原并州路七号）

山西省新华书店发行　山西新华印刷厂印刷

•

开本：787×1092　1/32　印张：7.625字数：160千字

1982年3月第1版　　1982年3月太原第1次印刷

印数：1—14,900册

•

书号：7088·976　定价：0.65元

目　　录

探索学生的认识规律
针对性地进行教学

范亭中学特级教师　张宁生

教学过程是使学生掌握知识、技能和发展智力的过程。教师既要掌握教材的内在规律，也必须深入体察学生的认识过程，掌握学生的认识规律。

一、调查研究，摸清底子

对学生的知识基础、智力水平以及学习效果要经常进行调查了解。我采用以下四种方式：

1.对基础知识进行专题调查。为了了解学生某科基础知识的原有情况或学习效果，我除了个别询问调查外，还常在课堂练习中穿插调查内容。

2.从课堂教学、课外辅导、批改作业中注意摸清学生分析问题和解决问题的能力。坚持记教学笔记，作为教学依据之一。

3.全面摸底分析。主要通过入学考查、阶段测验、期末考试进行。详细分析试卷，对学生学习水平和教师教学情况作出比较全面的总结，对改进教学很有好处。

4.选点观察。在一段时间内，选择不同类型的学生作代表，观察他们的学习情况，从中探索学生的认识过程和智力发展的规律。

经过长期调查研究，我对学生的认识过程取得了一些规

律性的认识。

1.学生学习新知识是在原有的知识基础上进行的，如果在教学中脱离了原有基础，新旧知识就会衔接不上；如果学生缺乏感性知识，老师讲得过于抽象，也会造成认识紊乱甚至中断。

2.学生从不知到知有一个过程，由知识转化为技能也要有一个过程，教师要仔细安排教学活动促进认识的转化。

3.学生学习新知识和智力水平有密切的联系，教学中要努力提高学生的智力，才能促使学生学习更多的新知识。

二、搭桥铺路，扫清障碍

通过调查研究发现学生基础知识不足之处，要给学生补起来。我对一九七八、一九七九两届毕业班都曾集中一段时间补习过初中代数和平面几何；一九七九年入学的高一学生，一般基础较好，我也注意查出知识缺漏，督促学生课外自学，课内则结合新课有计划地复习和练习一些初中数学知识。七九届的学生中有部分基础差的学生，他们的主要问题是基本概念模糊，同时观察、记忆、想象、思维等能力也较低。我在讲解新课时，特别注意这部分学生的困难，经常穿插复习学过的重要概念；对于能力差的学生，除了加强课外辅导外，在课堂上也启发他们解决力所能及的问题，在教学活动中发展他们的能力，增强学习的信心。

对于学生由于感性知识不足，难于理解的问题，我在讲课时力求作到从具体到抽象，从学生熟悉的事物出发逐步引深。教师一定要多为学生着想，要站在学生的角度去看待教材，把教材处理得生动易懂而又不降低要求。如讲周期函数的概念，我先举出一些周期现象的简单实例（以课程表为例），

再引出交流电和电磁波的周期现象（如收音机故障中的低频振荡叫声，电视屏幕上有时出现的横纹干扰图象等）。对周期现象有了认识，再研究周期函数，学生就好接受了。又如讲异面直线所成的角和异面直线间的距离，我让学生观察电线交叉的情形，同时告诉学生在低压线与通讯线路有交叉时，交叉角的大小有具体要求，以防干扰；低压线和高压线交叉时，在距离上也有具体要求，以保安全。给学生留下了深刻的印象。

对于比较抽象的内容，要根据学生的思维能力，精心组织引导学生从具体到抽象地进行思考。比如我教反正弦的概念时，先让学生观察正弦曲线，看到角和正弦值不是一一对应，那么把角缩小到什么范围内就成为一一对应了呢？引导学生正确选定角的范围，按一般步骤确定出反正弦。写出反正弦表示式以后，要强调反正弦是角。等到学生熟悉了反正弦的概念，再把反正弦的对应关系看作是实数集的子集间的对应关系，最终达到教材的要求。

三、化整为零，各个击破

教学中的特点，要从学生的认识过程中去具体分析，找出原因。如两角差的余弦公式（$C_{\alpha-\beta}$）的证明，新教材用解析法来证，方法简捷且具有一般性，比旧教材要好，但学生理解有困难。原因之一是用两点距离公式来推导三角公式，学生不习惯这种思路；其二主要是在一个图形中用两个直角坐标系（实质是坐标轴旋转），学生没有这方面的预备知识。为了克服这些困难，我在讲解时先复习两点距离公式，并把课本中两段主要推导作为练习，画了两个坐标系的图形，让学生参照图形计算两个距离。算出距离后，再利用三

角形全等得出这两个距离相等，从而导出了公式（$C_{\alpha-\beta}$）。这样从复习、练习入手，把课本中的一个图形分解为两个图形，用三角形全等来代替坐标轴旋转，启发学生动脑动手完成证明，在这个基础上，再阅读课本就容易理解了。

课本中有些内容比较复杂，学生不易接受，我就采取分散难点的办法。如准备工作要及早进行，难点和非难点的关系要处理得当，集中的难点要予以分散，作到解决一个消化一个，最后作好总结提高工作。例如教材中讨论函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象，给出了振幅变换（沿 y 轴方向伸缩）、周期变换（沿 x 轴方向伸缩）、相位变换（沿 x 轴方向平移）。这些内容集中讲解学生不易消化；联合起来用，学生更难掌握。为了分散难点，我在讲幂函数、指数函数和对数函数时，就在练习中安排了图象沿 x 轴方向平移和沿 y 轴方向伸缩的练习。在研究函数 $y=\sin2x$ 的周期性时，让学生计算极值点横坐标加以验证，从而看到这些点沿 x 轴的伸缩变化。在研究正弦函数的图象变换时，"五点作图法"是重要手段，我在教学中引导学生通过作图对图象的三种变换一一总结出规律，并通过练习掌握这些规律。然后研究 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象，还是先用"五点作图法"作图，再用上述变换说明 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 与 $y=\sin x$ 图象的关系。经过这样处理，学生一般能渡过难关。然后在单元复习时，再提高到函数图象变换的一般规律去总结，使学生的认识进一步深化。

突破难点要依靠讲练结合，为了帮助学生消化难点，就要精心安排学生的练习。比如反正弦概念有三个要点（定义域、值域、基本关系式），我在组织练习时，先让学生一个

要点一个要点地练，然后再两个、三个要点联合起来练，促使学生深入理解概念。对于学生易混淆，易弄错的问题，要安排针对性的练习。如辨别负数的反正弦和反余弦的取值范围，可让学生比较 $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$和 $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$的大小等，总之要充分发挥练习在解决难点上的作用。

四、揭示规律，培养能力

在高中阶段，学生学习数学知识，掌握技能技巧，在一定条件下逻辑思维能力起着决定的作用。提高教学质量必须重视发展学生的思维能力，而思维能力的发展又要经过学习和运用规律性的知识来实现。

数学教材中，大量的是推导、论证的问题。我在教学中注意讲清思路，通过“明确目标，找出关键，提供线索，揭示规律”来促进学生积极思考。

明确目标，主要是分析问题的要求和条件，以推动学生去寻求达到目标的途径。如我讲复数加法的几何解释这一课，提出如下问题：每一个复数在复平面上对应着一个矢量，那么两个复数相加的结果与相应的两个矢量相加的结果是否刚好对应呢？这时，要结合板书、图形解释清楚：两个复数的和 $(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$ 与两个矢量的和 $\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}=\overrightarrow{OL}$ 相对应的意思就是 L 点刚好坐标$(a+c,\ b+d)$。让学生明确了这个目标，他们就可以考虑如何在图形中作辅助线完成论证。

教师要正确引导学生积极思考，要让学生抓住问题的关键。例如论证奇函数、偶函数图象的对称性，关键在于论证图象上点的对称性。通过点的性质来确定图象性质，这种处

理方法具有一般性，应当引起学生注意。

当学生的思考处于停滞状态时，要提供线索，让学生有选择地回忆旧知识，活跃思想。例如：求证以通过抛物线的焦点的弦为直径所作的圆必切此抛物线的准线。按照解析法的通常思路，学生会演出抛物线的方程去证，这样证计算复杂。有没有简便证法呢？这时要提醒学生应用抛物线的定义再结合平面几何的性质去想。学生的思路开阔了，自然能找出新方法。

揭示规律就是要引导学生注意数学知识、方法的内在联系和适用范围，把学到的知识上升为规律性的认识。比如圆锥曲线是可以互相转化的，只要固定一对焦点、准线，由离心率的变化，就可以引起曲线的变化；离心率变到一定程度，就可以使一种类型的圆锥曲线变化为另一种类型的圆锥曲线。这样讲可以引导学生发现各类曲线性质间的联系，认识到可以把对一种曲线运用过的方法类比到另一种曲线上来。又如应用参数方程解题，要让学生体会参数方程既表示曲线，又表示曲线上动点的坐标，应用上有它方便之处。

对于学生思维能力的培养，要有长期打算，要落实到每个单元每节课的教学目的要求中去，教师要依据教学内容和学生实际作出系统安排。我在教三角函数恒等变形时，把着重点放在培养学生选择公式和运用公式的能力上，并作出整个单元的安排。讲两角和与差的正、余弦时，只要求学生能根据题意正确运用公式展开、合并。展开要看所给角的关系，合并要看给出的三角函数式的形式（如化简$\cos(\alpha+\beta)\cos\beta+\sin(\alpha+\beta)\sin\beta$）。以后又讲到倍角、半角公式。公式多了，要求学生选得准，用得对。强调角的关系看实质，三角

函数式既看整体又看部分，既考虑原公式，又考虑变形式$\left(\text{如求证}\frac{\sin 2\alpha}{(1+\cos 2\alpha)}\cdot\frac{\cos\alpha}{(1+\cos\alpha)}=\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right)$。讲完和差化积与积化和差以后，学生掌握了一些和差化积基本类型题的解法，又学过证恒等式、条件等式的化简法、分析法、综合法，在此基础上培养学生审题时既能放开思想，从多方面考虑，又能集中思路，深入探究；选择公式、方法，既能依据一般规律，又能注意本题特点。实践证明，三角函数恒等变形教学，确实有利于培养学生的思维能力。

高中阶段，培养学生读书能力是很重要的，我在课堂上注意指导学生边读书边思考，让学生养成课后先读书后演题的习惯。对于部分学有余力的学生，指导他们课外阅读，培养自学能力。如在79届高中毕业生中组织了十五名学生阅读一本《数学题解》，首先让初读，了解题意，串通解题过程；再细读，分析题中条件、结论、所用知识和方法。要求他们对关键之处反复推敲，疑难之处刨根究底，直到真正懂得解题思路为止。同时要指导学生在读书时作小注、随时记录体会，不断引深思考。最后，带领学生归纳全书，并通过练习把学习所得化为解题技能技巧。

在钻研数学教材方面的一些作法和体会

太原十八中特级教师　周光璧

数学具有严密的科学性、系统性。数学概念之间，公式定理之间，不同章节与不同分科之间的联系都很紧密，规律性很强。一个数学教师要能够教得比较好，首先必须要有忠诚党的教育事业、为培养大批实现“四化”所需人材而努力奋斗的精神，并把这种精神转化为巨大的工作动力，去深入钻研教材，不断认识和掌握数学知识的科学规律，从而不断提高自己的业务能力和教学水平。在这方面我大致经历了以下三个阶段，或者说逐步作了以下三个方面的工作。

一、钻进去，真正搞清楚

（一）对于数学概念我注意深入理解它的本质特征以及不同概念之间质的区别，做到概念清楚。讲课时力求用最简炼准确的语言讲清概念的确切含意。对于一些重要数学概念除了语言叙述外，尽可能给出数学表达式和几何表示，使学生对概念得到准确、清楚的认识，并从数形结合上加深理解。

例如，我初教反三角函数概念时，发现不少学生虽然记住了书本上的定义，但对于反正弦 $\arcsin\alpha$，反余弦 $\arccos\alpha$ 等符号的意义并未真正理解，因而解题时常发生概念性错误。究其根本原因还在于我自己对反三角函数的认识就比较肤浅，教学时不能抓住本质用简炼准确的语言讲清楚。后来

经过反复钻研琢磨教材，认识深入了一步。之后在讲反三角函数概念时，突出强调以下几点：

①反正弦 arc sin$a$表示的是："在闭区间$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$上，正弦值等于 a 的那个唯一确定的角"。

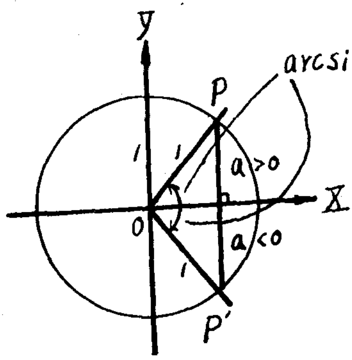
②上述意义可用数学式子表示为：

$$\text{arc sin}a\begin{cases}-1\leqslant a\leqslant 1(\text{数})\\ -\frac{\pi}{2}\leqslant \text{arc sin}a\leqslant\frac{\pi}{2}(\text{角})\\ \sin(\text{arc sin}a)=a\ (\text{定义恒等式})\end{cases}$$

且
$$\begin{cases}0\leqslant \text{arc sin}a\leqslant\frac{\pi}{2} & \text{当}\quad 0\leqslant a\leqslant 1\text{时}\\ -\frac{\pi}{2}\leqslant \text{arc sin}a<0 & \text{当}-1\leqslant a<0\text{时}\end{cases}$$

强调让学生一看见符号 arc sin$a$ 脑子里就清楚地想到以上几点。

③其几何表示如图 1。



（图 1）

类似地，对于反余弦 arc cos$a$ 有：

①反余弦 arc cos$a$ 表示的是："在闭区间〔0,π〕上，余弦值等于 a 的那个唯一确定的角"。

②其数学表达式为：

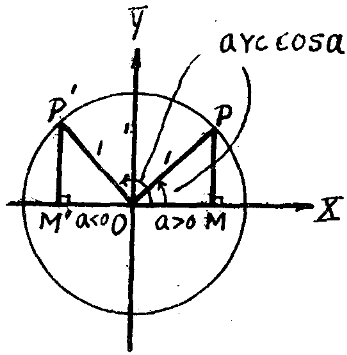
$$\arccos a\begin{cases}-1\leqslant a\leqslant 1 \text{（数）}\\ 0\leqslant \arccos a\leqslant \pi \text{（角）}\\ \cos(\arccos a)=a \text{（定义恒等式）}\end{cases}$$

且
$$\begin{cases}0\leqslant \arccos a\leqslant \dfrac{\pi}{2} & \text{当}0\leqslant a\leqslant 1\text{时}\\ \dfrac{\pi}{2}<\arccos a\leqslant \pi & \text{当}-1\leqslant a<0\text{时}\end{cases}$$

③其几何表示如图2。

（反正切，反余切略）

这样教学后学生对反三角函数概念的认识就清楚了，解题时很少出现概念性错误。



（图2）

（二）对于定理、公式、性质等，首先要搞清楚它们本身（如定理公式的条件？结论？含意？推证的思路和方法），其次要分析它们的主要用途和使用方法，在此基础上进一步分析定理公式的由来、它们和前后有关定理、公式的关系、以及逆定理是否成立等等问题。在教学时要注意抓住本质，突出重点，集中概括，灵活运用。

例如不等式的性质，一共有十一条，比较分散且关系不清楚。经过分析研究，经常使用的可集中概括为以下五条：

① $a>b\longleftrightarrow b<a$（反射性）

② $a>b$，$b>c\longrightarrow a>c$（传递性）

③　$a>b \longrightarrow a+c>b+c$

推论1. $\begin{cases} a>b \longleftrightarrow a-b>0 \\ a<b \longleftrightarrow a-b<0 \\ a=b \longleftrightarrow a-b=0 \end{cases}$ （比较规则）

2. $a+c>b \longleftrightarrow a>b-c$ （移项规则）

3. $a>b, \ c>d \longrightarrow a+c>b+d$

④　$a>b \longrightarrow \begin{cases} ac>bc & 当\ c>0 \\ ac<bc & 当\ c<0 \\ ac=bc=0 & 当\ c=0 \end{cases}$

推论：$a>b>0, \ c>d>0 \longrightarrow ac>bd$

⑤　$a>b>0 \longrightarrow \begin{cases} a^n>b^n \\ \sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b} \quad (n\geq 2 \text{ 整数}) \\ \dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b} \end{cases}$

教学时注意与等式性质类比。前三条与等式相应性质完全类似，学生容易理解掌握。关键是抓住第四条，突出强调不等式两边同乘一数（式）时，一定要考虑乘式的符号："乘正数时得同向不等式，乘负数时得异向不等式，乘式符号未定时，不能轻易去乘。"这与等式相应性质有原则区别。对于性质5，则强调原不等式两边必须均为正的条件，这样处理，便于学生掌握、记忆、使用，效果较好。

对于公式，教学时还应强调从左到右和从右到左两个方面去理解和使用，并能变形灵活运用。例如，幂的对数公式 $\log_a N^x = X\log_a N$，除了通常的意义和用法外，还要教给学生反过来由右端变形为左端，即"对数的 x 倍，等于真数 x 次幂的对数"。如求证 $\log_a N \cdot \log_N a = 1$，除通常用换底

公式去证外，运用上述公式可直接证明如下：

$\log_a N \cdot \log_N a = \log_N a^{\log_a N} = \log_N N = 1$ 。又如正切和角公式

$\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=\dfrac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}$，除了通常的用法外，可变形为 $\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta=\operatorname{tg}(\alpha+\beta)\,[1-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta]$ 使用，当 $\alpha+\beta$ 是特殊角或可“消去”时，这种用法解起题来往往简便的多。

例 1，$\triangle ABC$ 中，求证：

① $\operatorname{tg}A+\operatorname{tg}B+\operatorname{tg}C=\operatorname{tg}A\cdot\operatorname{tg}B\cdot\operatorname{tg}C$。

② $\operatorname{tg}\frac{A}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{B}{2}+\operatorname{tg}\frac{B}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{C}{2}+\operatorname{tg}\frac{C}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{A}{2}=1$。

一般证法：略。

简捷证法：① 左 $=\operatorname{tg}A+\operatorname{tg}B-\operatorname{tg}(A+B)=\operatorname{tg}(A+B)\,[1-\operatorname{tg}A\cdot\operatorname{tg}B]-\operatorname{tg}(A+B)=-\operatorname{tg}(A+B)\cdot\operatorname{tg}A\cdot\operatorname{tg}B=\operatorname{tg}A\cdot\operatorname{tg}B\cdot\operatorname{tg}C=$ 右

② 左 $=\operatorname{tg}\frac{B}{2}\left(\operatorname{tg}\frac{A}{2}+\operatorname{tg}\frac{C}{2}\right)+\operatorname{tg}\frac{C}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{A}{2}$

$$=\operatorname{tg}\frac{B}{2}\operatorname{tg}\left(\frac{A}{2}+\frac{C}{2}\right)\left[1-\operatorname{tg}\frac{A}{2}\operatorname{tg}\frac{C}{2}\right]+\operatorname{tg}\frac{C}{2}\operatorname{tg}\frac{A}{2}$$

$$=\operatorname{tg}\frac{B}{2}\operatorname{ctg}\frac{B}{2}\left[1-\operatorname{tg}\frac{A}{2}\operatorname{tg}\frac{C}{2}\right]+\operatorname{tg}\frac{C}{2}\operatorname{tg}\frac{A}{2}$$

$$=1-\operatorname{tg}\frac{A}{2}\operatorname{tg}\frac{C}{2}+\operatorname{tg}\frac{C}{2}\operatorname{tg}\frac{A}{2}=1=\text{右}$$