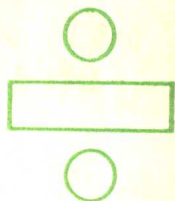


算术应用题详解



天津科学技术出版社

算术应用题详解

刘仲虎 编写

*

天津科学技术出版社出版

天津市赤峰道124号

天津新华印刷二厂印刷

天津市新华书店发行

*

开本787×1092毫米 1/32 印张 6 5/8 字数 140,000

一九八一年二月第一版

一九八一年二月第一次印刷

印数: 1-526 000

统一书号: 13212·80 定价: 0.49元

编者的话

算术应用题是小学数学的重要课题之一，也是学生学
习、教师教学上的难题之一。

为了帮助小学高年级学生提高分析和解答算术应用题的
能力、培养钻研数学的兴趣并满足教师的教学需要，编写了
这本《算术应用题详解》。

本书把算术应用题分成二十四种类型，分别介绍了它们
的特点、解题规律、运算公式。每个类型中都在小学教材的
基础上，参照各年各省市初中入学试题，选了有代表性的题
目予以详解，尽力做到由浅入深，难易结合，以便读者自
学。其中有些内容是小学算术课讲不到的，作为资料编入书
中，目的是开阔思路，启迪智慧，培养解题能力。

本书可供小学教师作为教学参考，也可供小学高年级学
生学习和学生家长辅导子女学习使用。

编写中承蒙黑龙江大学数学系顾秉海教授、哈尔滨师范
大学数学系田中禾老师、以及天津市教育局中小学教材研究
室刘玉翘同志审阅，在这里一并致谢。

由于水平有限，书中难免有许多缺点和错误，望读者批
评指正。

作 者

1980年9月于双城

目 录

一、常见的典型应用题

(一) 平均问题	1
(二) 归一问题	10
(三) 和倍问题	20
(四) 差倍问题	30
(五) 和差问题	39
(六) 行程问题	49
(七) 分数问题	69
(八) 百分数问题	82
(九) 工程问题	96
(十) 比例分配问题	106
(十一) 比例问题	116

二、较特殊的典型应用题

(十二) 盈亏问题	129
(十三) 鸡兔问题	135
(十四) 数字问题	144
(十五) 公约数与公倍数问题	151
(十六) 还原问题	157
(十七) 流水问题	159
(十八) 植树问题	162

三、供参考用的应用题

(十九) 方阵问题	165
(二十) 年龄问题	167
(二十一) 时钟问题	169
(二十二) 连锁比例问题	173
(二十三) 混合比例问题	176
(二十四) 进位制问题	183

〔附〕京津两市1980年初中入学试题及解答

一、常见的典型应用题

(一) 平均问题

平均问题是最常见的应用题之一。因为这种问题的基本算法，是要求若干个数的平均数，所以叫做平均问题。这种应用题在分析生产发展的状态、经济情况的变化、运动的规律、以及统计工作中，都有广泛的应用。

小学教材中的平均问题有两种：

① 求简单平均数。

平均数 = 各数的和 ÷ 数的个数。

② 求加权平均数。

平均数 = $\frac{\text{部分平均数} \times \text{权数}}{\text{权数的和}}$ 的总和

关于“权数”的问题，我们将结合下面的具体算题来说明。

1. 一台拖拉机，第一天耕地78亩，第二天上午耕地39亩，下午耕地41亩。平均每天耕地多少亩？

〔解〕 这是求简单平均数的问题，但应注意，题中所给的三个耕地数，不能同样看待，因为第二天上下午两个耕地数，仍为一天的耕地数，所以只能“按天平均”，即用2平均，不能用3平均。算式为：

$$(78 + 39 + 41) \div 2 = 79 \text{ (亩)}。$$

答：平均每天耕地79亩。

2. 王庄生产队有两块小麦地，第一块地16.5亩，平均每亩收小麦205.6公斤，第二块地10.5亩，平均每亩收小麦231.4公斤，这两块地平均每亩收多少公斤？(得数保留一位小数)
(1965年南京市入学试题)。

〔解〕 此题求每亩平均，不能想成是

$$(205.6 + 231.4) \div 2$$

因为两块地的亩数不同，影响到平均的结果。这里，亩数16.5与10.5起到了“权衡轻重”的作用，我们把它们称为“权数”（“权”的本意是秤锤）。考虑到权数的平均，称为“加权平均”。故此题解法应为：

$$(205.6 \times 16.5 + 231.4 \times 10.5) \div (16.5 + 10.5) \\ = 5822.1 \div 27 \approx 215.6 \text{ (公斤)}$$

答：平均每亩收215.6公斤。

3. 建新化肥厂，今年六月份前18天每天生产化肥15吨，后12天每天生产化肥18吨，这个月平均每天生产化肥多少吨？(1979年哈尔滨市入学试题)。

〔解〕 对照上题就可以看出，这里也有影响平均结果的条件——天数，其中18天、12天就是权数。算式应为：

$$(15 \times 18 + 18 \times 12) \div (18 + 12) = 16.2 \text{ (吨)}$$

答：这个月平均每天生产化肥16.2吨。

4. 某人前12分钟走了3.25公里，后用每小时39公里的速度走24分钟到达目的地，求平均速度？(1962年上海市入学试题)。

〔解〕 要注意两次条件给法上的不同：后24分钟走的路程没有直接给出，所给速度的单位是公里/小时。

$$(3.25 + 39 \div 60 \times 24) \div (12 + 24) \approx 0.52 \text{ (公里/分)}$$

答：平均每分钟走0.52公里。

5. 四天共炼油20吨720公斤，第一天炼4吨320公斤，第二天是第一天的 $\frac{1}{4}$ ，那么后2天平均炼油多少吨？（1958年无锡市入学试题）

〔解〕 注意到求的是后2天的平均炼油量，因此要集中力量求出后2天炼油的总量。故有：

$$(20.720 - 4.320 - 4.320 \times \frac{1}{4}) \div 2$$

$$= 15.32 \div 2 = 7.66 \text{ (吨)}.$$

答：后2天平均每天炼油7.66吨。

计算中保留了原题给的小数点后的零，主要考虑它是原题给的有效数字。

6. 某农业生产合作社有麦田400亩，其中60%的麦田每亩产小麦1000斤，其余的每亩产小麦800斤，平均每亩产小麦多少斤？（1958年北京市入学试题）

〔解〕 这个平均问题虽是求加权平均数的，但是权数不是直接给出的，可先求这两个权数，即：

$$400 \times 60\% = 240 \text{ (亩)},$$

$$400 - 240 = 160 \text{ (亩)}.$$

再按求加权平均数的公式计算：

$$(1000 \times 240 + 800 \times 160) \div 400$$

$$= 368000 \div 400 = 920 \text{ (斤)}.$$

答：平均亩产小麦920斤。

7. 某工厂原计划每月生产农具400部，技术革新后，9个月的产量比全年计划产量超过780部，问每月平均产量比原

计划多多少部？（1960年北京市新生入学试题）

〔解〕 显然需要求出9个月的平均产量。为此，应先求出这9个月的总产量，故有：

$$\begin{aligned}& (400 \times 12 + 780) \div 9 - 400 \\&= 5580 \div 9 - 400 \\&= 620 - 400 \\&= 220(\text{部})\end{aligned}$$

答：每月平均产量比原计划多220部。

8. 有42个少先队员，在校园和路边种蓖麻。在校园内种的棵数是路边的 $2\frac{1}{2}$ 倍，在校园比路边多种684棵，平均每人种多少棵？（1961年北京市入学试题）

〔解〕 先求在校园和路边所种蓖麻的总棵数，为此，可按差倍问题的原理求解。（见后）

$$684 \div (2\frac{1}{2} - 1) = 456(\text{棵}) \cdots \text{路边种蓖麻量,}$$

$$456 \times (1 + 2\frac{1}{2}) = 1596(\text{棵}) \cdots \text{总种蓖麻量.}$$

$$1596 \div 42 = 38(\text{棵})$$

答：平均每人种38棵。

9. 新光小学学生帮助生产队采茶叶，第一组16人，共采38.4斤，第二组17人共采39斤，第三组16人，共采40.2斤，平均每人采茶叶多少？（1978年上海市徐汇区入学试题）

〔解〕 注意此题中的三个“共”字，它与第2题不同，不应误解。此题很简单，全式为：

$$(38.4 + 39 + 40.2) \div (16 + 17 + 16) \\ = 117.6 \div 49 = 2.4(\text{斤}).$$

答：平均每人采茶叶2.4斤。

10. 东风生产队蚕豆大丰收，今收到蚕豆3000斤，准备供应给3个菜场，在装运过程中损耗了0.1%，平均每个菜场能收到多少斤？（1978年上海市杨浦区入学试题）

〔解〕 此题是求简单平均数的问题，但总数需要考虑“损耗0.1%”这个变化，因为菜场分到的是损耗后的数量。

按百分数（见后）规则，求出损耗后的总量为：

$$3000 \times (1 - 0.1\%) = 2997(\text{斤}).$$

$$2997 \div 3 = 999(\text{斤}).$$

答：平均每个菜场能收到999斤。

11. 有两块棉田，平均亩产量是185斤，已知一块地是5亩，平均亩产是203斤，另一块田的亩产量是170斤，问这块田是几亩？（1978年常州市胜利区入学试题）

〔解〕 这个题不是平均问题，是把平均问题反过来用的，所以，平均问题的规律仍在起作用。

我们分析部分平均值203斤、170斤与总平均值产生差距的原因：

第一块地5亩共多出 $(203 - 185) \times 5 = 90(\text{斤})$ ，

第二块地每亩少 $185 - 170 = 15(\text{斤})$ ，

这说明第二块地的亩数是 $90 \div 15 = 6(\text{亩})$ 。

全式为：

$$(203 - 185) \times 5 \div (185 - 170) = 6(\text{亩}).$$

答：第二块地的面积是6亩。

这种解题的思路，在后面“混合比例”中还可以看到。

12. 汽车往返于甲乙两地之间，上行速度为30公里/小时，下行速度为60公里/小时，求往返平均速度。(1977年山西省高考试题)

〔解〕 这种题非常容易按简单平均问题而误解为：

$$(30 + 60) \div 2 = 45 \text{ (公里/小时)}.$$

其实，对于同样的路程，由于速度不同，所用的时间也不同，求平均速度，应该用总时间去除总路程才对。

这里，总路程为甲乙两地间距离的2倍，为了研究方便，不妨设它为 $2a$ 。依匀速运动公式，应有：

$$2a + \left(\frac{a}{30} + \frac{a}{60} \right)$$

$$= 2 + \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{60} \right)$$

$$= 2 + \frac{1}{20}$$

$$= 40 \text{ (公里/小时)}.$$

由此可见，所求的往返平均速度，与路程无关，故本题可直接取前式的第二步为第一步，即直接列成：

$$2 + \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{60} \right).$$

下面的几个题目，也可以根据这个道理去考虑。

13. 某人步行由公社到县城去取自行车，每时走12里，回来时骑自行车每时走24里。求这人往返的平均速度？

〔解〕 按照上题的分析，可列出：

$$2 + \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{24} \right) = 16 \text{ (里/小时)}$$

答：这人往返的平均速度为每小时16里。

14. 张华从甲地到乙地，先是骑自行车走完全程的一半，每小时速度是12公里，剩下的步行，速度是每小时4公里，求张华走完全程的平均速度是多少？（1978年上海市杨浦区入学试题）

〔解〕 仿上题办法，可有：

$$1 + \left(\frac{1}{2} \div 12 + \frac{1}{2} \div 4 \right).$$

但此式与 $2 + \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4} \right)$ 是一样的（除数与被除数同时扩大2倍，其商不变），故有：

$$2 + \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4} \right) = 2 + \frac{1}{3} = 6 \text{ (公里/小时)}$$

答：张华走完全程的平均速度是每小时6公里。

15. 某人由甲地到乙地，全程的 $\frac{1}{3}$ 坐汽车， $\frac{1}{3}$ 坐火车，

$\frac{1}{3}$ 骑自行车，已知汽车速度每时60里，火车每时100里，自行车每时30里，求这人由甲地到乙地的平均速度？

〔解〕 这题是前两题的复杂化——三种速度走完全程，依上题办法，应有：

$$3 + \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{100} + \frac{1}{30} \right) = 3 + \frac{3}{50} = 50 \text{ (里/小时)}.$$

答：此人由甲地到乙地的平均速度为每小时50里。

下面的几个题目，读者可自己列式解出：（题后括号内的数字是答案，下同。）

16. 红星生产队用“六六六”配制药水，在稻田防止螟

虫，三片田共用去“六六六”药粉200斤，第一片田24亩，第二片的亩数是第一片的2.5倍，第三片比第二片少19亩，三片稻田合在一起计算，平均每亩用多少斤？（1965年常州市入学试题） [1.6]

17. 某生产队要收割471亩小麦，前2天每天割78亩，剩下的3天割完，剩下的平均每天收割多少亩？（1978年苏州市入学试题） [105]

18. 农光中学有两块玉米地，第一块2.5亩，平均每亩产780斤；第二块4亩，总产量比第一块总产量多80%。这两块地平均亩产多少斤？ [840]

19. 一台解放牌汽车行驶了3小时，第一小时行了全程的 $\frac{1}{4}$ ，第二小时行了40公里，第三小时比第二小时少行 $\frac{1}{8}$ ，

求这台汽车平均每小时行多少公里？ $[33\frac{1}{3}]$

20. 一台汽车由甲地到乙地， $\frac{1}{3}$ 的时间走平路，速度是每小时40公里； $\frac{1}{3}$ 的时间走上坡路，每小时走32公里； $\frac{1}{3}$ 的时间走下坡路，每小时51公里。求汽车由甲地到乙地的平均速度。 [41]

21. 大发明家爱迪生1869—1910年期间，仅正式登记的发明就有1328项，他平均每月发明几项？

〔解〕 要注意1869年和1910年都应计算在内，即共 $(1910 - 1869 + 1)$ 年，全式为：

$$1328 \div [(1910 - 1869 + 1) \times 12] \approx 2.6 \text{ (项)}.$$

答：爱迪生平均每月发明2.6项。

22. 某人原计划骑自行车由甲地去乙地，后改为前半程乘汽车（车速是自行车的2倍），后半程步行，求这段行程的平均速度（自行车速度每小时20里）。

〔解〕 此题很容易误想为：平均速度 = 自行车速度，这是不对的。实际上应为：

$$\begin{aligned} & \text{全程} \div \left(\frac{\text{半程}}{2 \times \text{自行车速}} + \frac{\text{半程}}{\frac{1}{2} \times \text{自行车速}} \right) \\ &= 1 \div \left(\frac{1}{4 \times \text{自行车速}} + \frac{1}{\text{自行车速}} \right) \\ &= 1 \div \frac{1+4}{4 \times \text{自行车速}} \\ &= \frac{4}{5} \times \text{自行车速}. \end{aligned}$$

故此行程的平均速度应为：

$$20 \times \frac{4}{5} = 16 \text{ (里/小时)}$$

答：（略）。

由此题也可以看出，正确地平均，也不那么容易。如下题：

23. 水果店一次运来240个西瓜，一半大的，每两个卖一元，一半小的，每三个卖一元。这样卖与平均每个卖四角的结果差多少？

〔解〕 乍一看来，每个卖4角，就是2个半卖一元钱，似乎也与第一种卖法一样。其实不然。

第一种卖法，得：

$$240 \div 2 + 2 + 240 \div 2 + 3 = 60 + 40 = 100 \text{ (元)},$$

第二种卖法，得：

$$240 \times 0.4 = 96 \text{ (元)},$$

两种卖法差了： $100 - 96 = 4 \text{ (元)}$ 。

答：第一种卖法比第二种多得4元。

读者可根据同样的道理分析下面的题目：

24. 一台拖拉机耕两块同样面积的土地，第一块平均每天可耕20公顷，第二块平均每天可耕16公顷，两块地全部耕完后，拖拉机平均每天可耕多少公顷？ $[17\frac{7}{9}]$

(二) 归 一 问 题

归一问题也是常见的应用题之一。因为这种问题的求解，往往归结到先求出一份量上，这种解法称为归一法。用归一法求解的应用题，通常称为归一问题。

归一问题也可分成几类，为了便于理解，结合具体题目分述如下：

25. 一架电子计算机，6秒钟完成492万次计算，如果以同样的速度工作，要完成1230万次计算，需要多少秒钟？

(1978年杭州市一中入学试题)

〔解〕 可以先求出1秒钟完成多少万次计算：

$$492 \div 6 = 82 \text{ (万次)},$$

再求1230万次计算需要多少秒钟：

$$1230 \div 82 = 15 \text{ (秒)}.$$

答：需要15秒钟。

26. 3台拖拉机10小时开荒地90公顷，8台拖拉机6小

时开荒多少公顷？

〔解〕 先求出一台拖拉机一小时开荒数：

$$90 \div 3 \div 10 = 3 \text{ (公顷)},$$

再求 8 台拖拉机 6 小时的开荒数：

$$3 \times 8 \times 6 = 144 \text{ (公顷)}.$$

全式为： $90 \div 3 \div 10 \times 8 \times 6 = 144 \text{ (公顷)}.$

答：8 台拖拉机 6 小时可开荒地 144 公顷。

此题“归一”后，用乘法计算，称为“顺归一”；相对的，25题在“归一”后，用除法计算，称为“逆归一”。它们的公式分别为：

① 总量 $\div$ 总份数 $\times$ 份数 = 所求几份的数量；

② 另一总量 $\div$ (总量 $\div$ 总份数) = 所求份数。

25题的算式 $1230 \div (492 \div 6)$ 还可变成：

$$6 \times (1230 \div 492) = 6 \times 2.5 = 15 \text{ (秒)}.$$

它的具体意义是先看 1230 是 492 的多少倍，其需要的时间。也按比例地扩大相应倍数，这种方法称为“倍比方法”。选用倍比法解归一问题，有时可以避免不能整除的情况。

27. 红星农场用拖拉机耕地，原计划每天耕 300 亩，5 天完成；实际提前半天完成，每天多耕多少亩？（1978 年六合县竞赛题）

〔解〕 求每天多耕亩数，应先把后来每天实耕亩数求出来，这样，就需要知道原计划的总任务量。按题目所讲，求总任务量的方法是：

$$300 \times 5 \div (5 - 0.5) = 333 \frac{1}{3} \text{ (亩)},$$

故知每天多耕 $333\frac{1}{3} - 300 = 33\frac{1}{3}$ (亩).

综合算式为:

$$300 \times 5 \div (5 - 0.5) - 300 = 33\frac{1}{3} \text{ (亩)}.$$

答: 每天多耕 $33\frac{1}{3}$ 亩.

此题是归一问题的一种变形. 这里, 先求总量. 所以, 有的书上称它为“归总法”.

28. 某农具厂原来计划在27天内制造10800部喷雾器, 由于技术革新, 每天比原计划多制造200个, 这样可以比原计划提早几天完成? (1960年南京市入学试题)

[解] 要注意“多制造”和“提早”的字样, 它反映的是“日产量”和“完成天数”的差.

原计划每天制造 $10800 \div 27 = 400$ (部),

革新后每天制造 $400 + 200 = 600$ (部),

实际需 $10800 \div 600 = 18$ (天) 完成总任务, 故知提前了 $27 - 18 = 9$ (天).

综合算式为:

$$27 - 10800 \div (10800 \div 27 + 200) = 9 \text{ (天)}.$$

答: 可提前9天完成任务.

29. 跃进生产队播种3000亩, 原计划用6部播种机每天每部可以播种25亩, 后来为了加快速度, 增加4部播种机, 可以比原计划提前几天完成? (1963年南京市新生入学试题)

[解] 可以把计划用的天数和实际完成用的天数分别求