全国高等教育自学考试

凌明娟　钱晓明　张震峰　编 著

高等数学（二）学习辅导

（第二版）

GAODENGSHUXUE XUEXIFUDAO

同济大学出版社

全国高等教育自学考试

高等数学(二)学习辅导
(第二版)

凌明娟　钱晓明　张震峰　编著

同济大学出版社

内容提要

本书由“线性代数”和“概率统计”两部分组成.前者的内容包括:行列式、矩阵、线性方程组、线性空间、特征值问题与实二次型;后者的内容包括:描述统计、概率的基本概念、随机变量与概率分布、抽样和抽样分布、参数估计、假设检验、工序质量控制和抽样检验、回归分析与相关分析、经济预测与决策等.每章由内容简述与典型例题、小结、练习题和历年自学考试试题四个部分组成.第二版对原版内容作了较大修改,特别是针对近年来的命题思路,补充了大量的例题,以便于帮助读者更好地完成该课程的学习.书末录人了2002(上)～2002(下)全国高等教育自学考试高等数学(二)(财)试卷,并附有答案和提示.

本书可作为经济管理人员和专升本的考生自学用书,也可供数学教师教学参考.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(二)学习辅导(第二版)/凌明娟等编著.—上海:同济大学出版社,2003.4

全国高等教育自学考试

ISBN 7-5608-1933-8

Ⅰ.高… Ⅱ.凌… Ⅲ.高等数学-高等教育-自学考试—自学参考资料 Ⅳ.013

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第55493号

高等数学(二)学习辅导(第二版)

凌明娟　钱晓明　张震峰　编著

责任编辑　李炳钊　责任校对　郁　峰　封面设计　李志云

出版发行　同济大学出版社

(上海四平路1239号　邮编200092　电话021-65985622)

经　销　全国各地新华书店

印　刷　同济大学印刷厂印刷

开　本　787mm×960mm　1/16

印　张　22

字　数　440000

印　数　1—8000

版　次　2003年4月第一版　　2003年4月第一次印刷

书　号　ISBN 7-5608-1933-8/O・167

定　价　24.00元

再版前言

根据新世纪人才培养的需要，我国高等教育正在经历一场广泛而深入的改革. 其中课程体系和教学内容是改革的核心. “高等数学(二)”作为经济管理类专业本科学历规定的一门必修课程，在人才培养方面占有重要地位. 近年来，受到了越来越多考生的重视.

《高等数学(二)学习辅导》1998 年出版以来，已连续印刷了 7 次，深受广大读者的欢迎，不少同仁还提出了许多宝贵的建议. 为此，我们根据“高等数学(二)自学考试大纲”，结合对历年试卷的研究及阅卷和辅导的经验体会、尤其是分析了近年来命题的思路和最新动态、针对自学考试考生的特点，对第一版进行了改编，以便帮助读者更好地完成该课程的学习.

本书按大纲仍分为“线性代数”和“概率统计”两大部分，“线性代数”共五章、“概率统计”共九章. 在第一版的基础上作了较大改动. 每章由内容简述和典型例题、小结、练习题和历年试题四部分组成.

本书第二版由上海财经大学凌明娟、钱晓明、张震峰编写，并得到了王健、邓祖新、杨勇、潘群等同志的具体帮助和指导. 在此，谨向他们表示衷心感谢.

由于编者才疏学浅，错误和不当之处恐亦难免，恳请读者批评指正.

编　者

2002.12

前　言

我国现代化建设的进程，在很大程度上取决于国民素质的提高和人才资源的开发．为了多渠道地培养与现代化要求相适应的数以千万计的高素质专门人才，在我国实行了高等教育自学考试制度．十多年来，随着我国高等教育自学考试事业的蓬勃发展，越来越多的人自学成才，取得了与全日制高等学校相应专业的大专文凭，其中许多人希望获得更高的学历．“高等数学（二）”作为经济管理类专业本科学历规定的一门必修课程，受到了越来越多考生的重视．对于报考“高等数学（二）”的考生来讲，最关心的问题是如何按照考试大纲的要求，学习并有效地掌握大纲所规定的内容，了解这些内容在深度和广度上的具体要求，同时，也要熟悉自学考试试卷中经常出现的题型以及解法，以便提高学习效率，从而取得理想的考试成绩．

为了便于学生自学和社会助学，我们认真研究了“高等数学（二）自学考试大纲”的要求以及历年试卷，认真筛选资料，并结合我们多年从事自学考试辅导的经验和体会，编写了这本学习辅导书．

本书的特点是：应试针对性强．力求紧扣大纲，深入浅出，内容简明，重点突出，解题思路清晰，逻辑严密，每章配有练习题和自我检查题，以及历年自学考试试卷中按章编辑的各种题型的试题，书末附有答案与提示，使考生通过短时间学习，从不同的层面和深度理解教材，达到考试大纲规定的要求．

本书按大纲分为“线性代数”和“概率统计”两大部分，“线性代数”共五章，“概率统计”共九章，每章由以下四部分组成：

一、基本要求；

二、主要内容简述和典型例题；

三、练习题和自我检查题；

四、历年自学考试试题（附答案和部分试题题解）．

本书由上海财经大学凌明娟策划、统纂定稿．其中，凌明娟编写第一部分第三章（部分），第二部分（第一，二，三，八，九章）；方能文编写第一部分（第一，二，四，五章）和第三章（部分）；钱晓明编写第二部分（第四、五、六、七章）．黄振耀、卞桂英也参加了

部分编写工作.

在本书编写过程中,作者得到了同济大学出版社李炳钊等同志的热情支持,也得到了上海财经大学自学考试办公室的大力支持和帮助,本书在使用过程中征求了张来泰老师和部分学员的意见,在此向有关人员一并表示衷心感谢.

限于编者水平,缺点和错误在所难免,欢迎读者批评指正.

作者

1998 年 5 月

目　　录

第一部分　线性代数

第二部分　概率统计

第一部分
线性代数

原书空白页

第一章　行列式

一、内容简述和典型例题

(一) 行列式的递推定义

1. 二、三阶行列式

二阶行列式定义

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

三阶行列式定义

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}.$$

三阶行列式的值按对角线法则计算，从左上角到右下角的对称线称为行列式的**主对角线**，从右上角到左下角的对角线称为**次对角线**. 二阶行列式的值等于主对角线两个元素的乘积减去次对角线两个元素的乘积.

三阶行列式的每一项都是 3 个取自不同行、列的元素的乘积，共有 3! =6 项. 其中，由实线相连的 3 个元素的乘积项带“+”号；由虚线相连的 3 个元素的乘积项带“−”号.

例 1　计算 $\begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 5 & -1 \end{vmatrix}$.

解　$\begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} = (-3)\times(-1) - (-2)\times 5 = 13.$

例 2　计算 $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}$.

解 $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = (-1)\times1\times1+2\times(-2)\times2+3\times(-3)\times3 -3\times1\times2-2\times3\times1-(-1)\times(-2)\times(-3)$

$$= -1-8-27-6-6+6=-42.$$

2. n 阶行列式

定义 一阶行列式为$|A|=|a_{11}|=a_{11}$，设 $n-1$ 阶行列式已经定义，则定义 n 阶行列式$|A|$为

$$|A|=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}+\cdots+a_{1n}A_{1n}=\sum_{i=1}^{n}a_{1i}A_{1i}.$$

这里，A_{ij} 称为元素 a_{ij} 的**代数余子式**，$A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$，M_{ij} 是 a_{ij} 的**余子式**，表示划去元素 a_{ij} 所在的第 i 行和第 j 列所剩下的 $n-1$ 阶行列式.

例 3 设有 4 阶行列式

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \end{vmatrix}.$$

求$|A|$的第三行第四列元素 a_{34} 的余子式.

解 $M_{34}=\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -5 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix}=15,$

$$A_{34}=(-1)^{4+3}M_{34}=-M_{34}=-15.$$

例 4 计算下三角行列式(主对角线上方元素全为零).

解 $\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}+\cdots+a_{1n}A_{1n}$

$$=a_{11}(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{32} & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$=a_{11}a_{22}\begin{vmatrix} a_{33} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{43} & a_{44} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n3} & a_{n4} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$=a_{11}a_{22}\cdot\cdots\cdot a_{nn}.$$

此例的结论可推广到上三角行列式、对角形行列式，并可作公式应用. 即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}\cdots a_{nn},$$

$$\begin{vmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{vmatrix}=\lambda_1\lambda_2\lambda_3\cdots\lambda_n.$$

例 5　证明 n 阶行列式

$$|A|=\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & \cdots & a_2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & a_{n-1} & \cdots & 0 & 0 \\ a_n & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}a_1a_2\cdot\cdots\cdot a_n.$$

证

$$|A|=a_1A_{1n}=a_1(-1)^{1+n}\begin{vmatrix}0&0&\cdots&0&a_2\\0&0&\cdots&a_3&0\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots&\vdots\\0&a_{n-1}&\cdots&0&0\\a_n&0&\cdots&0&0\end{vmatrix}_{n-1}$$

$$=(-1)^{1+n}a_1a_2(-1)^{1+(n-1)}\begin{vmatrix}0&0&\cdots&0&a_3\\0&0&\cdots&a_4&0\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots&\vdots\\0&a_{n-1}&\cdots&0&0\\a_n&0&\cdots&0&0\end{vmatrix}_{n-2}$$

$$=\cdots$$

$$=(-1)^{1+n}(-1)^{1+(n-1)}\cdot\cdots\cdot(-1)^{1+2}a_1a_2\cdot\cdots\cdot a_{n-1}a_n$$

$$=(-1)^{\frac{4+n}{2}(n-1)}a_1a_2\cdots a_{n-1}a_n=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}a_1a_2\cdots a_n.$$

此例的结论也可推广到次上(下)三角形行列式,并可作公式使用,即

$$\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1,n-1}&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2,n-1}&0\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots&\vdots\\a_{n-1,1}&a_{n-1,2}&\cdots&0&0\\a_{n,1}&0&\cdots&0&0\end{vmatrix}=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}a_{1n}a_{2,n-1}\cdots a_{n-1,2}a_{n,1},$$

$$\begin{vmatrix}0&0&\cdots&0&a_{1n}\\0&0&\cdots&a_{2,n-1}&a_{2n}\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots&\vdots\\0&a_{n-1,2}&\cdots&a_{n-1,n-1}&a_{n-1,n}\\a_{n,1}&a_{n,2}&\cdots&a_{n,n-1}&a_{nn}\end{vmatrix}=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}a_{1n}a_{2,n-1}\cdot\cdots\cdot a_{n-1,2}a_{n1}.$$

例 6 试求行列式

$$|A|=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,n-1} & -1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & -1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n-1,1} & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$$ 的值.

解　$|A|=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}\cdot(-1)\times(-1)\times\cdots\times(-1)$

$=(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}\cdot(-1)^n=(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}$.

(二) 行列式的性质

设$|A|$是一个n阶行列式,若将$|A|$的行改为列,列改为行,则得到一个新的行列式,称为$|A|$的转置,记作$|A|^{\mathrm{T}}$或$|A|'$,用式子表示就是

$$|A|=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix},\quad 则|A|^{\mathrm{T}}=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

1. 行列式与其转置行列式相等,即$|A|=|A|^{\mathrm{T}}$.
2. 互换行列式的两行(列),行列式改变符号,即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{j1} & a_{j2} & \cdots & a_{jn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \xlongequal{r_i\leftrightarrow r_j} -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{j1} & a_{j2} & \cdots & a_{jn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

3. 用数k乘行列式等于行列式的某一行(列)中的所有元素都乘以这个数k,即