全国十五所重点中学初三模拟试题精选与解答

数　学

延边人民出版社

全国十五所重点中学初三模拟试题

数　　学

延边人民出版社

责任编辑：全春吉
技术设计：李学默

全国十五所重点中学初三模拟试题精选与解答
（共五册）
本书编写组
延边人民出版社出版

长春市印刷厂印刷　　吉林省新华书店发行
787×1092毫米 32开本　　32.15印张　72千字
1993年10月第1版　　1993年10月第1次印刷
ISBN7-80599-065-4/G·3　　总定价：19.25元
印数：1—15000册　　（每册：3.85元）

参加本书编写的有：

北师大二附中	丁　捷
南京师大附中	卢固华
北京八十中	蒋国英　徐　红
河南省实验中学	郑振漓
西北师大附中	陈燕肃　杨首中
华东师大二附中	滕永康
杭州二中	沈志兰　叶加群
东北师大附中	郭奕津

目　录

1、北京师大二附中初三数学模拟试题

时间：120 分钟　满分：100 分

一、填空题：（本题共 24 分，每空 2 分）

1. $\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}$的相反数是________

2. $\sqrt{16}$的平方根是________

3. 已知 $e^{2x}=3$，计算$\dfrac{e^{3x}+e^{-3x}}{e^{x}+e^{-x}}$的值等于________

4. 函数 $y=\dfrac{\sqrt{x+1}+\sqrt{2-x}}{x^2-3x+2}$中，自变量 x 的取值范围是________

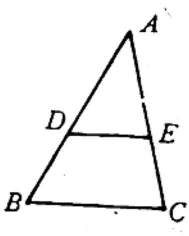
5. 不等式 $|x|<2$ 的整数解是________

6. $(\cos30^\circ-\dfrac{1}{2})^0$ 的值是________

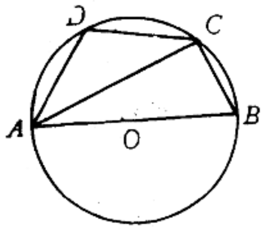
7. 用科学记数法表示：0. 0302＝________

8. 等腰三角形的两边长为 4 和 6，则它的周长为________

9. 如图，在△ABC 中，$DE\parallel BC$，$DE:BC=2:3$，且 $AD=4$cm，那么 BD 的长度为________



第 9 题图



第 11 题图

10. 一等腰梯形的上底与下底的长分别是 4cm 和 16cm，腰与下底成 $45°$角，则它的面积等于________

11. 如图，已知 $ABCD$ 是$\odot O$ 的内接四边形，AB 是直径，则$\angle DAB+\angle ACD=$________度

12. 与已知角的两边都相切的圆的圆心的轨迹是________________

二、选择题：（本题共 12 分，每小题 3 分）

在下列各题的四个备选答案中，只有一个是正确的，请你将正确答案前的字母填左方括号内

1. $-a+|a|$的值应为（　　）

　　（A）正　（B）负　（C）非负　（D）正、负不确定

2. 点 P（-1，-2）和点 P'（1，2）关于（　　）

　　（A）x 轴对称

　　（B）y 轴对称

　　（C）关于第二、四象限的角平分线对称

　　（D）原点对称

3. 在平面上，一个菱形绕它的中心旋转，使它和原来的菱形重合，那么旋转的角至少是（　　）

　　（A）$90°$　（B）$180°$　（C）$90°$或 $180°$　（D）$360°$

4. 正六边形的边长为 2，则边心距为（　　）

　　（A）2　（B）$\sqrt{3}$　（C）1　（D）$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

三、（本题共 16 分，每小题 4 分）

1. 分解因式：$(x+a)(x-a)-2bx+b^2$

2. 计算：$\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}-\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

3. 解方程组$\begin{cases} x-2y=0 \\ x^2-y^2=3 \end{cases}$

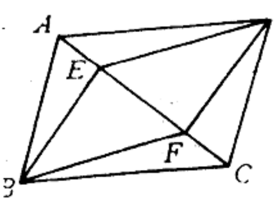
4. 已知 $\sqrt{2x-6}+|3-2y|=0$

求代数式$\dfrac{x^2+y^2}{2}-xy$的值。

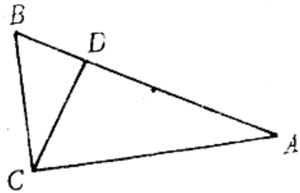
四、(本题共 11 分，其中第 1 小题 5 分，第 2 小题 6 分)

1. 已知：如图 $BFDE$ 是平行四边形，$AE=CF$

求证：$ABCD$ 是平行四边形



第四题 1 图



第四题 2 图

2. 已知：在$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$\angle A:\angle B=1:2$，$CD\perp AB$ 于 D，$BD=2.4\text{cm}$，

求：AB 的长

五、(本题 11 分，其中第 1 小题 5 分，第 2 小题 6 分)

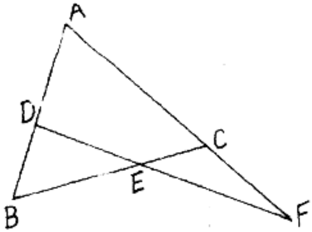
1. 解方程 $2x^2-6x-5\sqrt{x^2-3x-1}=5$

2. 两只水管同时开放，经过 1 小时 20 分钟灌满水池；如果甲管开放 10 分钟以后，乙管再开放 12 分钟，那么只灌满水池的$\dfrac{2}{15}$，问每只水管单独开放灌满水池各需多少时间？

六、(本题 6 分)

已知：在$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，直线 DEF 交 AB 于 D，交 BC 于 E，交 AC 的延长线于 F

求证：$DE \cdot CF = BD \cdot EF$



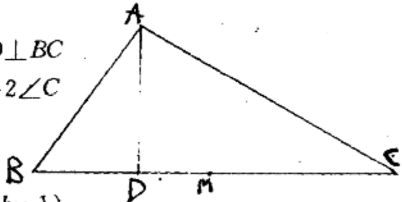
七、（本题 4 分）

已知抛物线 $y=x^2+px+q$ 经过点 A（0，5）和 B（1，2），求（1）p、q 的值；（2）抛物线的顶点坐标和对称轴方程

八、（本题 5 分）

已知：如图，$\triangle ABC$ 中，$AD \perp BC$ 于 D，M 是 BC 的中点，$\angle B = 2\angle C$

求证：$AB = 2DM$

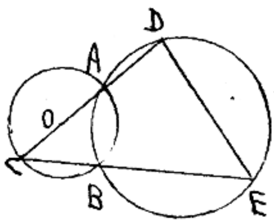


九、（本题 5 分）

已知 x_1、x_2 是方程 $x^2-2(k-1)x+(2k^2-12k+17)=0$ 的两个实数根，求 $x_1^2+x_2^2$ 的最大值和最小值，并求此时方程的根

十、（本题 6 分）

如图，两圆相交于 A、B 两点，AC 为⊙O 的直径，CB 的延长线交另一圆于 E 点，$AC=12$，$BE=30$，$BC=AD$，



求：（1）DE 的长；

（2）$\angle C$ 的度数；

（3）AC、BC 与⊙O 的劣弧 $\overset{\frown}{AB}$ 所围成的面积。

北京师大二附中初三数学
模拟试题参考答案

一、填空题：

1. $-\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}=-\dfrac{\sqrt{3}-2}{3-4}=\sqrt{3}-2$

2. $\sqrt{16}=4$，4 的平方数为± 2

3. $e^{2x}=3$，$e^{-2x}=\dfrac{1}{3}$

$$\frac{e^{3x}+e^{-3x}}{e^{x}+e^{-x}}=\frac{(e^{x}+e^{-x})\ (e^{2x}-1+e^{-2x})}{e^{x}+e^{-x}}$$

$$=3-1+\frac{1}{3}=2\frac{1}{3}.$$

4. $\begin{cases}x+1\geqslant 0,\\2-x\geqslant 0,\\x^2-3x+2\neq 0.\end{cases}\quad\therefore\begin{cases}x\geqslant -1,\\x\leqslant 2,\\x\neq 2,\ x\neq 1.\end{cases}$

$\therefore -1\leqslant x<2$ 且 $x\neq 1$

5. $-2<x<2$，则整数解为-1，0，1

6. $(\cos 30^\circ-\dfrac{1}{2})^0=\ (\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2})^0=1$

7. 3.02×10^{-2}

8. 若底边长为 4，则周长为 16；若底边长为 6，则周长为 14。

9. $\because DE\parallel BC$，$\therefore \dfrac{AD}{AB}=\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{2}{3}$，

$\therefore \dfrac{4}{AB}=\dfrac{2}{3}$，$AB=6\text{cm}$，$\therefore BD=2\text{cm}$

10. 设等腰梯形高为 h，则

$h=\frac{16-4}{2}\cdot \text{tg}45^\circ=6$（cm）.

∴面积 $S=\frac{1}{2}$（4＋16）×6＝60（cm^2）.

11. $\angle DAB+\angle BCD=180^\circ$，$\angle ACB=90^\circ$，

∴$\angle DAB+\angle ACD=90^\circ$.

12. 已知角的平分线（空上角的顶点除外）

二、选择题：

1. 若 $a\geqslant 0$，则 $-a+|a|=0$；

或 $a<0$，则 $-a+|a|=-2a>0$，

∴值为非负数，应选择 C

2. D.

3. B.

4. B.

三、

1. $(x+a)(x-a)-2bx+b^2$

$=x^2-a^2-2bx+b^2=(x-b)^2-a^2$

$=(x-b+a)(x-b-a)$.

2. 原式$=\frac{3\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{3})}{3}-\frac{4\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{4}-\frac{\sqrt{6}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{3-2}$

$=2\sqrt{3}-\sqrt{6}-3\sqrt{2}+\sqrt{6}-3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

$=-6\sqrt{2}$.

3. 解：$x=2y$，

∴$4y^2-y^2=3$，$y=\pm 1$，$x=\pm 2$.

∴$\begin{cases}x_1=2,\\y_1=1;\end{cases}\begin{cases}x_2=-2,\\y_2=-1.\end{cases}$

4. $\begin{cases}2x-6=0,\\3-2y=0,\end{cases}$ $\therefore\begin{cases}x=3,\\y=\dfrac{3}{2}.\end{cases}$

则 $x-y=\dfrac{3}{2}$.

$\dfrac{x^2+y^2}{2}-xy=\dfrac{1}{2}\ (x-y)^2=\dfrac{1}{2}\times\ (\dfrac{3}{2})^2=\dfrac{9}{8}$.

四、

1. $\angle BEF=\angle DFB$,

$\therefore\angle AEB=\angle CFD$, $AE=CF$, $BE=CF$.

$\therefore\triangle ABE\cong\triangle CDF$, $\therefore AB=CD$.

同理：$BC=AD$，$ABCD$ 为平行四边形

2. $\angle A:\angle B=1:2$，则$\angle A=30°$，$\angle BCD=30°$，

$\therefore CB=2BD=4.8\text{cm}$，

$AB=2BC=9.6\text{cm}$.

五、

1. 令 $\sqrt{x^2-3x-1}=y$，

$\therefore 2y^2-5y-3=0$，$\therefore y=-\dfrac{1}{2}$，$y=3$.

$y=-\dfrac{1}{2}$，则 $\sqrt{x^2-3x-1}=-\dfrac{1}{2}$，不合题意，舍去。

$y=3$，则 $\sqrt{x^2-3x-1}=3$，$\therefore x_1=-2$，$x_2=5$.

经检验：$x_1=-2$、$x_2=5$ 是原方程的根.

2. 设甲单独开放 x 小时灌满水池，乙单独开放 y 小时灌满水池。则

$$\begin{cases}\dfrac{\frac{4}{3}}{x}+\dfrac{\frac{4}{3}}{y}=1\\ \dfrac{\frac{1}{6}}{x}+\dfrac{\frac{1}{5}}{y}=\dfrac{2}{15}.\end{cases}\quad \therefore \begin{cases}x=2,\\ y=4\end{cases}$$

∴甲单独开放需 2 小时灌满水池，乙单独开放 4 小时灌满水池

六、

作 $DG \parallel CF$ 交 BC 于 G.

则 $\dfrac{DE}{EF}=\dfrac{DG}{CF}$，$DE \cdot CF=DG \cdot EF$.

而 $\angle DGB=\angle ACB=\angle B$，$\therefore DG=BD$，

$\therefore DE \cdot CF=BD \cdot EF$.

七、

(1) $\begin{cases}5=0^2+p \cdot 0+q,\\ 2=1^2+p+q.\end{cases}$

$\therefore p=-4$，$q=5$

(2) $y=x^2-4x+5$

∴顶点坐标为 (2，1)，对称轴方程为 $x=2$.

八、

取 AB 的中点 E，连结 DE、ME. 在 $Rt\triangle ABD$ 中，E 为中点，

$\therefore BE=ED$. $\angle B=\angle EDB$，

$\therefore \angle EDB=2\angle C$.

又 $EM \parallel AC$，$\therefore \angle EMD=\angle C$.

$\angle DEM+\angle EMD=\angle EDB$，

$\therefore \angle DEM=\angle C=\angle EMD$，$DM=DE$，

$\therefore DM=BE$、$2DM=AB$.

九、

由$\triangle\geqslant 0$得，

$(k-1)^2-(2k^2-12k+17)=-k^2+10k-16\geqslant 0$,

于是 $2\leqslant k\leqslant 8$.

$\because x_1^2+x_2^2=16k-30$.

而 $2\leqslant 16k-30\leqslant 98$.

$\therefore x_1^2+x_{2最大}^2=98$，$x_1^2+x_{2最小}^2=2$.

于是当 $k=8$ 时有方程 $x^2-14x+49=0$.

其根为 $x_1=x_2=7$；

当 $k=2$ 时有方程 $x^2-2x+1=0$,

其根为 $x_3=x_4=1$.

十、

(1) 连结 AB、易证$\triangle ABC\backsim\triangle EDC$、于是有

$\dfrac{12}{BC+30}=\dfrac{AB}{DE}=\dfrac{BC}{BC+12}$，解得 $BC=6$.

$\therefore AB=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$,

$\therefore DE=18\sqrt{3}$.

(2) 由 $\mathrm{tg}C=\dfrac{18\sqrt{3}}{18}$ 得$\angle C=60°$

(3) $S=\dfrac{1}{2}S_{\odot O}-S_{弓形BC}$. 连结 OB,

易知$\triangle OBC$是等边三角形，于是$\angle BOC=60°$.

$\because S_{弓形BC}=\dfrac{1}{6}S_{\odot O}-S_{\triangle OBC}$

$\therefore S=\dfrac{1}{3}S_{\odot O}+S_{\triangle OBC}=\dfrac{1}{3}\times 6^2\pi+\dfrac{1}{2}\times 6^2\sin 60°$

$=12\pi+9\sqrt{3}$ (平方单位).

2、南京师大附中初三数学模拟试题

一、填空题：（每空格 2 分，共 28 分）

1. $\sqrt{2}-1$ 的倒数是________。

2. 已知一个样本：x_1，x_2，x_3、x_4，x_5. 它们的平均数是 10. 那么样本方差 $S^2=$________。

3. 函数 $y=\dfrac{1}{1-\sqrt{x-3}}$ 中，自变量 x 的取值范围是________。

4. 不等式 $|x-1|>2$ 的解集是________。

5. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\operatorname{ctg}A=0.7421$，则 $\operatorname{ctg}(B+C)=$________。

6. $\sqrt{16}$ 的平方根是________。

7. 若 -1 是方程 $x^2-x+k=0$ 的一个根，则 $k=$________。

8. 若 $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z}{7}$，则 $\dfrac{x+2y+z}{y}=$________。

9. $\odot O$ 中，弦 AB、CD 交于 P，且 $PA=3$，$PB=4$，$PC=2$，则 $CD=$________。

10. $\operatorname{ctg}30^\circ\cdot\sin120^\circ+\cos60^\circ\cdot\operatorname{tg}135^\circ=$________。

11. 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，且 $AB=8$，$AC=6$，$BC=7$ 则 $BD=$________。

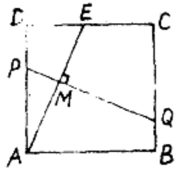
12. 若两圆只有一条公切线，则这两个圆位置关系是________。

13. 和圆心为 O，半径分别为 3cm 和 5cm 的两个同心圆都

相切的圆的圆心轨迹是

________________________。

14. 如图、正方形 $ABCD$ 边长为 12、$DE=EM=5$，$PQ\perp AE$，则 $PM:MQ=$ ________。



二、选择题（下面每小题都给出代号为 A、B、C、D 的四个答案，其中有且只有一个是正确，请把正确答案的代号填在题后括号内）（每小题 3 分、共 15 分）

1. 已知点 $P(x,y)$ 在第四象限，且 $|x|=3$，$|y|=5$，则 P 点关于原点的对称点坐标是（　　）

(A)（3，-5）　　(B)（5，-3）

(C)（-5，3）　　(D)（-3，5）

2. 对于 k 的不同的值，函数 $y=kx+4$（$k\neq0$）的图象是不同的直线。这些直线（　　）

(A) 有无数个交点

(B) 互相平行

(C) 相交于一点

(D) $k>0$ 时，交于一点；$k<0$ 时，交于另一点

3. 下列命题中，正确的是（　　）

(A) 对角线对应相等的两个矩形相似。

(B) 相邻两边的比都是 2 的两个平行四边形相似。

(C) 有一个角相等的两个菱形相似。

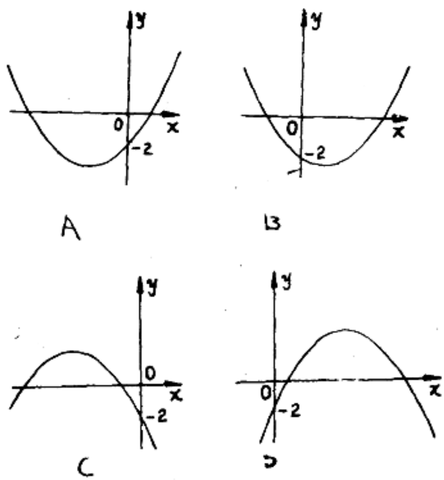
(D) 有一个角相等的两个等腰三角形相似。

4. 若关于 x 的一元二次方程 $mx^2+(2m+1)x+m=0$ 有两个不相等实根，则 m 的取值范围是（　　）

(A) $m<\frac{1}{4}$　　(B) $m<-\frac{1}{4}$ 且 $m\neq 0$

(C) $m>-\frac{1}{4}$　　(D) $m>-\frac{1}{4}$ 且 $m\neq 0$

5. 若直线 $y=ax+b$ 过第一、三、四象限，则抛物线 $y=ax^2+b-2$ 的位置大致是（　　）



三、解下列各题：（第 1～4 题，每题 5 分，第 5，6 题，每题 6 分，共 32 分）

1、已知 $|x-2|+\sqrt{2y+1}=0$

计算：$-2^x+\left(\frac{1}{9}\right)^y-4^{x+y}$

2. 因式分解：x^2-4y^2+4y-1

3. 若 x 满足　$x^2-3x+2<0$