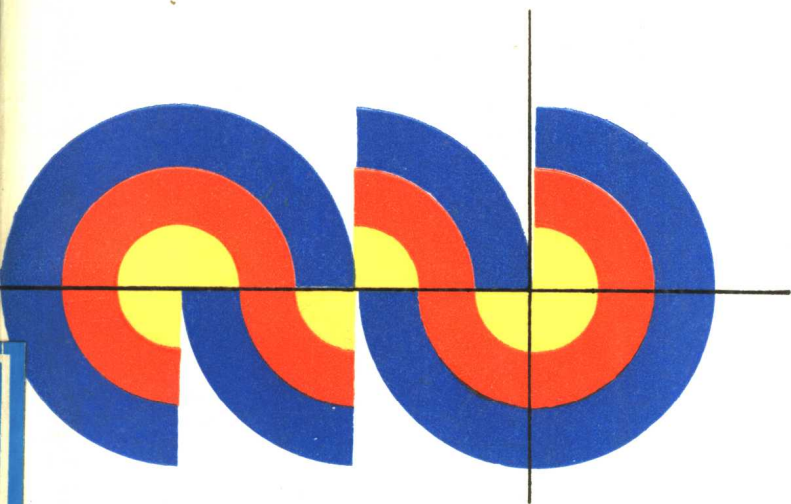


GAOZHONG XUESHENG
SHUXUE SHOUC

高中学生 数学手册

■ 崔冠之 吕 松 编著



■ 中国 社会 出版 社

高中学生数学手册

崔冠之 吕 松 编著

中国 社 会 出 版 社

京新登字022号

高中学生数学手册

崔冠之 吕 松 编著

中国社会科学出版社出版发行

北京北河沿147号 邮政编码100006

北京地质印刷厂印刷

新华书店北京发行所经销

开本：787×1092毫米1/32 印张：19.5 字数 437 千字

1992年2月第一版 1992年2月第一次印刷

印数：1—6,000册 定价：8.30元

ISBN 7-80088-159-8/G·61

前 言

数学是研究现实世界空间形式和数量关系的科学，是学习和研究现代科学技术的基础和工具，它被日益广泛地应用到各个领域。因此，数学已成为现代社会成员必备的文化素养。在中学阶段，数学是重要的学科之一，数学课被列为必修课，每个中学生都应该把数学知识切实学好，这无论是对继续升学深造，还是对参加“四化”建设都具有十分重要的作用。本书正是为了帮助高中学生学习和系统复习高中数学知识而编写的一本小型工具书。

本书是按照国家教委颁布的《全日制中学数学教学大纲》的要求，以现行高中数学教材为基础，并结合作者的一些教学经验和体会进行编写而成的。本书对高中阶段学生应掌握的数学基础知识、基本方法进行了系统整理、概括总结，对教材中不全的地方进行了适当的补充，对高中数学涉及到的全部概念、公理、定理、公式、法则、图象及性质进行了简明规范的阐述，对每个定义的概念注意揭示它的内涵和外延，对于同类概念进行了对比，以便更好地理解和记忆；对于重要的定理、公式和法则结合典型例题说明其应用；对于易混淆的概念、公式和应用中易出现的错误在“注意”一栏中进行了辨析，以提醒学生注意。

本书按知识系统分为代数、平面三角、立体几何、平面解析几何、微积分初步五大部分，在书末还附有常用的数

表，以备查用。

本书的特点是：内容全面，条理清晰，概念扼要，公式简明，易查易记，实用性强。愿本书能为读者学习和复习高中数学提供方便。

为本书收集资料、演算习题和制图的还有崔梅、陈畅、朱震宇等同志。

限于编者水平，书中不当之处，敬请读者批评指正。

崔冠之 吕 松

1991年9月于北京

目 录

第一部分 代 数

第一章 幂函数、指数函数与对数函数

一、集合、映射与函数.....	1
(一) 集合	1
1. 集合的有关概念.....	1
2. 子集、真子集、集合相等与全集.....	3
3. 交集、并集与补集.....	5
(二) 映射	8
1. 映射.....	8
2. 一一映射.....	9
3. 逆映射.....	9
(三) 函数	10
1. 函数的有关概念.....	10
2. 反函数.....	11
3. 函数的性质.....	12
4. 初等函数的分类.....	14
二、幂函数、指数函数与对数函数.....	15
(一) 幂函数	15
1. 定义.....	15
2. 定义域与值域.....	15
3. 图象与性质.....	17
(二) 指数函数	19
1. 定义.....	19

2. 定义域与值域.....	19
3. 图象与性质.....	19
(三) 对数函数	20
1. 定义.....	20
2. 定义域与值域.....	20
3. 图象与性质.....	20
(四) 指数方程和对数方程	24
1. 定义.....	24
2. 解法.....	24

第二章 不 等 式

一、不等式的概念	28
(一) 不等式的定义.....	28
(二) 两个实数比较大小	28
二、不等式的性质	28
(一) 不等式的基本性质	28
(二) 含有绝对值的不等式的性质	29
三、不等式与不等式组的解法.....	29
(一) 不等式(组)的解集与解不等式(组)	29
1. 不等式的解集与解不等式.....	29
2. 不等式组的解集与解不等式组.....	30
3. 不等式的同解性.....	30
(二) 不等式(组)的解法	31
1. 一元一次不等式.....	31
2. 一元一次不等式组.....	31
3. 一元二次不等式.....	32
4. 其他不等式和不等式组的解法.....	36
(三) 解不等式(组)的应用	48
1. 求函数的定义域.....	48
2. 求函数的值域.....	50

3. 求函数的最大值或最小值	51
4. 求函数的正负值区间	54
5. 讨论函数的单调性和求单调区间	56
6. 讨论实系数一元二次方程根的性质	56
7. 讨论实系数一元二次方程实根的分布	59
四、不等式的证明	60
(一) 证明不等式的依据	60
(二) 证明不等式的方法	61
1. 比较法	61
2. 综合法	62
3. 分析法	62
4. 反证法	62
5. 数学归纳法	63
6. 放缩法	63

第三章 数列与数学归纳法

一、数列	66
(一) 数列的有关概念	66
1. 数列的定义	66
2. 数列的通项公式	66
3. 数列的前 n 项和	67
4. 数列的分类	67
5. 数列的图形表示	68
6. 数列的给出方法	68
(二) 等差数列与等比数列	69
二、数学归纳法	73
(一) 数学归纳法的证明步骤	73
(二) 数学归纳法的应用	74
1. 证明等式	74
2. 证明不等式	75
3. 证明整除性问题	75

4. 证明几何问题.....	78
----------------	----

第四章 行列式与线性方程组

一、行列式	79
(一) 二阶行列式	79
1. 定义	79
2. 二阶行列式展开的对角线法则	80
(二) 三阶行列式	80
1. 定义	80
2. 按对角线法则展开三阶行列式	81
3. 三阶行列式的性质	81
4. 按一行(或一列)展开三阶行列式	83
(三) 四阶行列式	85
二、线性方程组	86
(一) 线性方程与线性方程组	86
(二) 二元线性方程组	86
1. 二元线性方程组的一般形式	86
2. 二元线性方程组的解与解集	86
3. 二元线性方程组的解的行列式表示	87
4. 二元线性方程组的解的讨论	87
5. 用行列式来讨论平面内两条直线的位置关系	88
(三) 三元线性方程组	88
1. 三元线性方程组的一般形式	88
2. 三元线性方程组的解与解集	88
3. 三元线性方程组的解的行列式表示	89
4. 三元线性方程组的解的讨论	89
(四) 三元齐次线性方程组	91
1. 定义	91
2. 三元齐次线性方程组的解的讨论	91
3. 三元齐次线性方程组有非零解的充要条件	91
(五) 四元线性方程组	92

1. 四元线性方程组的一般形式	92
2. 四元线性方程组的解的行列式表示	93
三、用顺序消元法解线性方程组	93
(一) 矩阵的有关概念	93
1. 矩阵	93
2. 系数矩阵、常数项矩阵和增广矩阵	94
3. 矩阵的初等变换	95
(二) 顺序消元法解线性方程组	95
1. 基本思想与步骤	95
2. 矩阵表示	96

第五章 复 数

一、复数的有关概念	99
(一) 虚数单位	99
(二) 复数	99
1. 复数的定义	99
2. 实数、虚数、纯虚数、复数之间的关系	100
(三) 复数的分类	100
(四) 复数的相等	100
(五) 共轭复数	101
1. 共轭复数的定义	101
2. 共轭复数的性质	101
二、复数的表示方法	101
(一) 代数形式表示	101
(二) 几何形式表示	102
1. 用复平面内的点表示	102
2. 用向量表示	102
(三) 三角形形式表示	104
1. 复数的模	104
2. 复数的辐角	105

3. 复数的三角形式.....	106
(四) 指数形式表示.....	107
三、复数的运算.....	108
(一) 复数的加法与减法.....	108
1. 复数的加(减)法法则.....	108
2. 复数加法的运算律.....	108
3. 复数加、减法的几何意义.....	108
4. 复平面内一些曲线的方程.....	109
(二) 复数的乘法.....	110
1. 复数的乘法法则.....	110
2. 复数乘法的运算律.....	110
3. 用三角形式进行乘法运算.....	110
4. 用指数形式进行乘法运算.....	111
5. 复数乘法的几何意义.....	111
(三) 复数的除法.....	112
1. 复数的除法法则.....	112
2. 用三角形式进行除法运算.....	112
3. 用指数形式进行除法运算.....	112
4. 复数除法的几何意义.....	112
(四) 复数的乘方.....	113
1. 复数的乘方法则.....	113
2. 复数乘方的运算律.....	113
3. 用三角形式进行乘方运算.....	114
4. 用指数形式进行乘方运算.....	114
(五) 复数的开方.....	114
1. 用三角形式进行开方运算.....	114
2. 用指数形式进行开方运算.....	114
3. 复数开方的几何意义.....	114
四、二项方程.....	118
(一) 二项方程的定义.....	118
(二) 二项方程的解法.....	118

(三) 二项方程的根的几何意义	118
-----------------------	-----

第六章 排列、组合与二项式定理

一、排列与组合	119
(一) 基本原理	119
1. 加法原理	119
2. 乘法原理	120
(二) 排列与组合	120
二、二项式定理	123
(一) 二项式定理	123
(二) 二项展开式的性质	124
1. 项数	124
2. 指数	124
3. 系数 (仅指 C_n^r)	124
(三) 常用的公式	125
(四) 二项式定理的一些应用	125

第七章 一元多项式与高次方程

一、一元多项式	128
(一) 一元 n 次多项式的概念	128
(二) 综合除法	129
1. 被除式、除式、商式及余式之间的关系	129
2. 综合除法	129
(三) 余数定理和因式定理	131
1. 余数定理	131
2. 因式定理	131
(四) 一元 n 次多项式的因式分解	131
1. 复系数一元 n 次多项式的因式分解的形式	131
2. 整系数一元 n 次多项式有整系数一次因式的条件	132
二、高次方程	132
(一) 一元 n 次方程的概念	132

(二) 一元 n 次方程的根的个数	133
(三) 一元 n 次方程的根与系数的关系	134
(四) 实系数一元 n 次方程虚根成对定理	134

第八章 概 率

一、随机事件的概率	136
(一) 随机事件	136
1. 必然事件	136
2. 不可能事件	137
3. 随机事件	137
(二) 随机事件的概率	137
1. 事件 A 发生的频率	137
2. 事件 A 的概率	137
二、等可能性事件的概率	138
(一) 等可能性事件	138
(二) 等可能性事件的概率	138
三、互斥事件有一个发生的概率	138
(一) 互斥事件	138
1. 互斥事件	138
2. 对立事件	139
(二) 互斥事件有一个发生的概率	139
四、相互独立事件同时发生的概率	139
(一) 相互独立事件	139
(二) 相互独立事件同时发生的概率	140
五、独立重复试验	140

第二部分 平面三角

第一章 三角函数

一、三角函数的有关概念	141
(一) 角的有关概念	141

1. 角的概念的推广	141
2. 角的度量	142
3. 终边相同的角	144
4. 象限角	144
5. 坐标轴角	145
(二) 任意角的三角函数	145
1. 任意角的三角函数的定义	145
2. 三角函数线	148
3. 三角函数的符号	150
4. 特殊角的三角函数值	150
二、三角函数的图象和性质	151
(一) 四个基本三角函数的图象和性质	151
(二) 正弦曲线的“五点法”画图	151
1. 正弦函数 $y = \sin x, x \in [0, 2\pi]$ 的图象	151
2. 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi), (A > 0, \omega > 0, x \in R)$ 的图象	151

第二章 三角函数式的恒等变换

一、同角三角函数的基本关系式	156
(一) 倒数关系	156
(二) 商数关系	156
(三) 平方关系	156
二、诱导公式	157
三、两角和与差的三角函数公式	158
四、倍角的三角函数公式	159
(一) 二倍角的正弦、余弦、正切公式	159
(二) 三倍角的正弦、余弦、正切公式	159
五、半角的三角函数公式	159
六、万能公式	160
七、三角函数的积化和差与和差化积公式	160
(一) 三角函数的积化和差公式	160

(二) 三角函数的和差化积公式	161
八、三角函数恒等变换公式间的内在联系	161
九、三角函数式的化简与证明	163
(一) 化简三角函数式	163
(二) 证明三角恒等式	165

第三章 反三角函数与简单三角方程

一、反三角函数	171
(一) 反三角函数的定义	171
(二) 反三角函数的图象和性质	172
(三) 反三角函数之间的两个基本关系式	173
(四) 反三角函数的三角运算	173
二、简单三角方程	175
(一) 三角方程的有关概念	175
1. 三角方程的定义	175
2. 三角方程的解集	175
3. 解三角方程	175
(二) 最简单的三角方程	175
1. 最简单的三角方程	175
2. 最简单的三角方程的解集	175
(三) 简单的三角方程的解法	176
1. 只含同角的同名三角函数的三角方程的解法	176
2. 可以化成含同角的同名三角函数的三角方程的解法	177
3. 一边为零而另一边可以分解因式的三角方程的解法	177
4. $\sin x$ 和 $\cos x$ 的齐次方程的解法	178
5. 形如 $a \sin x + b \cos x = c$ 的三角方程的解法	179
6. 关于 $\sin f(x) = \sin \phi(x)$, $\cos f(x) = \cos \phi(x)$, $\operatorname{tg} f(x) = \operatorname{tg} \phi(x)$, $\operatorname{ctg} f(x) = \operatorname{ctg} \phi(x)$ 的三角方程的解法	180

第三部分 立体几何

第一章 直线与平面

一、平面	183
(一) 平面的基本性质	183
1. 基本性质	183
2. 平面的确定	184
(二) 水平放置的平面图形的直观图的画法	184
1. 直观图	184
2. 直观图的斜二测画法	185
3. 直观图的正等测画法	186
二、空间两条直线	187
(一) 空间两条直线的位置关系	187
(二) 平行直线	188
(三) 异面直线	189
1. 异面直线的定义	189
2. 两条异面直线所成的角	189
3. 两条异面直线互相垂直	190
4. 两条异面直线的公垂线	191
5. 两条异面直线的距离	191
三、空间直线和平面	192
(一) 直线和平面的位置关系	192
(二) 直线和平面平行	193
(三) 直线和平面垂直	194
1. 直线和平面垂直	194
2. 点到平面的距离	194
3. 直线和平面的距离	194
(四) 直线和平面斜交	196
1. 斜线	196
2. 射影	196

3. 直线和平面所成的角	197
4. 三垂线定理及其逆定理	197
四、空间两个平面	199
(一) 两个平面的位置关系	199
(二) 两个平面平行	199
1. 两个平面平行	199
2. 两个平行平面间的距离	202
(三) 二面角	202
1. 二面角的概念	202
2. 二面角的平面角	203
3. 直二面角	203
(四) 两个平面垂直	203

第二章 多面体与旋转体

一、多面体	207
(一) 棱柱	207
1. 棱柱的有关概念	207
2. 棱柱的性质	211
3. 直棱柱的直观图的画法	212
4. 直棱柱的侧面积	212
(二) 棱锥	215
1. 棱锥的有关概念	215
2. 棱锥的性质	216
3. 正棱锥的直观图的画法	217
4. 正棱锥的侧面积	218
(三) 棱台	221
1. 棱台的有关概念	221
2. 棱台的性质	222
3. 正棱台的直观图的画法	223
4. 正棱台的侧面积	224
(四) 多面体	227