

郑 权 旌

华中理工大学出版社



工程 动力学

力学 是研究物体的机械运动
与力之间关系的科学，其任务是
建立物体运动的一般规律和讨论解决
实际问题的各种方法。



PDG

工程动力学

郑权旌

华中理工大学出版社

内 容 简 介

本书是在华中理工大学使用的“理论力学”讲义基础上进行修订而成的,内容范围符合国家教委审定的《高等工业学校理论力学课程教学基本要求》。它和已经由华中理工大学出版社出版的《工程静力学》、《工程运动学》组成三本独立成书且能连贯使用的配套教材。

本书包括动力学基本定律和质点运动微分方程、质点的振动、质心运动定理、动量定理、动量矩定理、动能定理、碰撞、动静法、虚位移原理、动力学普遍方程和拉格朗日方程,共十章。各章均附有适量的习题,书末附有习题答案。

本书可作为高等工业学校的动力学课程或多、中学时理论力学课程动力学部分的教材,也可供有关工程技术人员参考和作为高等教育自学教材。

工程动力学

郑权旋

责任编辑 杨志锋

华中理工大学出版社出版发行

(武昌喻家山)

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社沔阳印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 10.75 字数: 238 000

1991年3月第1版 1991年3月第1次印刷

印数: 1—4 000

ISBN7-5609-0541-2/TB·18

定价: 2.90元

序 言

本书是按照国家教委审定的《高等工业学校理论力学课程教学基本要求》，为适应教育改革的需要而编写的。鉴于当前高等学校普通物理、高等数学的教学情况，后继课程和工程实际的需要以及为了便于“因材施教”和自学，本书适当提高了起点，增补了一些高于基本要求的内容，并由浅入深地编选了一定数量的例题和习题。

本书既可供单独开设工程动力学课程使用，也可作多学时或中学时类型理论力学课程中动力学部分的教材使用。

本书承蒙西安交通大学党锡淇教授审阅并提出了许多宝贵意见，对此表示衷心感谢。在本书的编写中，还得到华中理工大学理论力学教研室和兄弟院校同志们的关心和大力帮助，在此一并致谢。

由于编者水平所限，缺点错误在所难免，恳请广大读者批评指正。

编 者
1989年7月

目 录

引言.....	(1)
第一章 动力学基本定律和质点运动微分方程.....	(3)
§ 1-1 动力学基本定律.....	(3)
§ 1-2 动力学基本方程的直接应用.....	(6)
§ 1-3 质点运动微分方程.....	(11)
§ 1-4 质点相对于非惯性参考系的运动.....	(19)
习题	(34)
第二章 质点的振动.....	(42)
§ 2-1 质点的自由振动.....	(45)
§ 2-2 质点的衰减振动.....	(56)
§ 2-3 质点的强迫振动.....	(61)
§ 2-4 减振与隔振.....	(75)
习题	(78)
第三章 质心运动定理.....	(84)
§ 3-1 质点系的质量·质量中心.....	(84)
§ 3-2 质心运动定理.....	(86)
习题	(96)
第四章 动量定理.....	(101)
§ 4-1 动量和冲量.....	(101)
§ 4-2 动量定理.....	(105)
§ 4-3 动量定理在流体中的应用.....	(110)
§ 4-4 变质量质点的运动.....	(115)
习题	(121)
第五章 动量矩定理.....	(127)

§ 5-1	质点的动量矩定理	(127)
§ 5-2	质点系的动量矩定理	(132)
§ 5-3	动量矩定理在流体中的应用	(149)
§ 5-4	质点系相对于动点的动量矩定理·刚体平面运动微分方程	(152)
§ 5-5	陀螺的近似理论	(164)
习题		(172)
第六章	动能定理	(183)
§ 6-1	力的功	(183)
§ 6-2	动能	(190)
§ 6-3	动能定理	(194)
§ 6-4	势力场和势能·机械能守恒定理	(214)
习题		(222)
第七章	碰撞	(232)
§ 7-1	碰撞力的概念	(232)
§ 7-2	基本假设与基本理论	(233)
§ 7-3	两物体对心碰撞	(236)
§ 7-4	碰撞对定轴转动刚体及平面运动刚体的作用	(242)
习题		(247)
第八章	动静法	(251)
§ 8-1	达朗伯原理·质点的动静法	(251)
§ 8-2	质点系的动静法	(258)
§ 8-3	惯性力系的简化	(255)
§ 8-4	定轴转动刚体对轴承的动压力	(263)
§ 8-5	静平衡与动平衡的概念	(271)
习题		(273)
第九章	虚位移原理	(278)
§ 9-1	几个基本概念	(280)
§ 9-2	虚位移原理	(286)

§ 9-3	自由度和广义坐标.....	(293)
§ 9-4	用广义力表示的质点系的平衡条件.....	(296)
习题		(303)
第十章	动力学普遍方程和拉格朗日方程	(307)
§ 10-1	动力学普遍方程.....	(307)
§ 10-2	拉格朗日方程.....	(310)
习题		(320)
习题答案		(322)

引 言

动力学是研究物体的机械运动和作用力之间关系的科学。它和静力学、运动学同为经典力学（或称牛顿力学）中的三个基本组成部分。在静力学中，研究了作用于物体上的力系的简化方法和平衡条件，至于物体在非平衡力系作用下将如何运动的问题，则完全没有涉及。在运动学中，从几何学的观点研究了物体的各种运动类型及其性质，但未阐明物体的各种运动是在什么条件下产生的。动力学则在静力学和运动学的基础上，进一步研究物体的运动和产生这种运动的原因，即研究物体的运动变化和受力之间的关系，建立物体运动的一般规律和介绍解决力学实际问题的各种方法。

动力学在工程技术中应用很广，其产生和发展的过程，也就是人类对于物体机械运动规律的认识过程，是和社会生产力的发展密切相联的。近代工业和科学技术的迅速发展，不断对动力学提出许多复杂的新课题，例如高速旋转机械的振动和均衡、工程结构的动荷分析、系统的运动稳定性、宇宙飞行和人造卫星轨道的计算等等问题，都需要应用动力学的理论来加以研究。学好动力学的基本理论和方法，将为今后进一步学习新的科学技术和解决工程实际问题打下必要的基础。

为便于研究问题，在动力学里把实际物体简化为质点、质点系或刚体等力学模型。质点是指具有一定质量的几何点。质点系是由有限或无限个相互联系着的质点所组成的系统。刚体是质点系的一种特殊情形，其特点是系统内任意两个质点间的距离始终保持不变，因此刚体也称为不变的质点系。在实际问

题中，对于作平动的物体，由于体内各点运动相同，一般均可简化为质点来研究。对于作任意运动的物体，则由于研究问题的性质不同，有时可简化为质点，有时则应简化为刚体或质点系。例如当研究飞机航行的轨迹时，由于只需研究整个飞机随同其质心平动的情况，故可略去飞机的形状大小而把它简化为质点；而当研究低速飞机的稳定性和操作性能时，则飞机本身的形状大小的影响不能略去，即既要研究运动的平动部分，还必须研究运动的转动部分，这时就应该把飞机作为刚体来处理（因各部分的变形很小，仍可忽略）。如果是研究高速飞行中机翼的颤动（振动）问题，就必须考虑机翼的变形，这时就应将它视作弹性体，即当作一般的质点系来研究。

动力学可分为质点动力学和质点系动力学两部分，而前者是后者的基础。考虑到已有的物理知识以及工程实际中的应用，本书将着重研究质点系动力学。

第一章 动力学基本定律和

质点运动微分方程

本章首先在普通物理课的基础上对动力学基本定律作简要复习，进一步阐明其物理意义，然后着重介绍质点运动微分方程和质点相对运动微分方程的应用。重点是运动微分方程的建立、运动初条件的分析和积分的方法。

§ 1-1 动力学基本定律

动力学的理论基础是牛顿三定律，从这些定律出发，应用数学演绎法，得到一系列解决动力学问题的定理和方法，使动力学成为一门系统完整、说理严密的科学。

第一定律（惯性定律）：不受力作用的质点，将始终保持静止或作匀速直线运动。

由此定律可知，任何质点都有保持其静止或匀速直线运动状态的性质，这是物质本身所固有的机械属性，这种性质称为惯性。质点的匀速直线运动称为惯性运动。

由运动学知道，描述任一物体的运动，只有相对于一个既定的参考系才有实际意义。选用不同的参考系来描述同一物体的运动，可以得出不同的结果。第一定律表明，在研究物体受力和运动的关系时，客观上存在着这样的参考系，当质点不受外力作用时，它相对于此参考系作惯性运动，这样的参考系称为惯性参考系。在实际问题中，惯性参考系应根据研究问题的性质和所要求的精确度来选取。例如，在绝大多数工程问题中，

将地球作为惯性参考系，所得结果是足够精确的。而在研究远程导弹的偏差或人造卫星的运动时，由于不能忽略地球自转的影响，这时就应该以地心参考系（以地球中心为坐标原点，而三个轴指向三个恒星的坐标系）作为惯性参考系。在研究太阳系中行星运动时，因为地心参考系本身在作公转，这时则必须取日心参考系为惯性参考系。由此可知，在实际分析计算中，只有近似的惯性参考系，而没有“绝对的”惯性参考系。本书中，在研究具体问题时，若不加以特别的指明，均以地球作为惯性参考系。

第二定律（力与加速度关系定律）：质点的质量与加速度的乘积，等于作用于质点的力的大小，加速度的方向与力的方向相同。即

$$ma = F \quad (1-1)$$

实验证明，若同时有多个力作用于质点上，则质点的加速度等于各个力单独作用时所产生的加速度的矢量和。上述关系称为力的独立作用原理。根据此原理，牛顿第二定律可表示为

$$ma = \sum F \quad (1-2)$$

即质点的质量与加速度的乘积等于作用在质点上的力系的合力。式（1-2）建立了作用于质点上的力系、质量与加速度三个独立的物理量之间的关系，是研究动力学问题的基本依据，称为动力学基本方程。

和第一定律一样，第二定律也只能适用于惯性参考系，对于非惯性参考系则不能简单地直接应用这条定律，这个问题将在§1-4中作详细的研究。应用运动学的知识易知，所有相对于某一惯性参考系保持静止或作匀速直线平动的系统都可作为惯性参考系，在所有这些惯性参考系中，都可应用牛顿第二定律

得到相同的力学规律。

普通物理学中已经阐明，在经典力学的范围内，质点的质量是不随其运动状态而改变的常量。由第二定律表明，以相同的力作用于不同的质点上所产生的加速度与它们的质量成反比。即对质量大的，所产生的加速度小；对质量小的，所产生的加速度大。这说明质点的质量越大，改变其原有运动状态越困难，也就是说它的惯性越大。由此可知，质量是质点惯性大小的度量。由于刚体平动时可将其视为质点来研究，因此，质量也是反映刚体平动时惯性大小的特征量。但当刚体绕某轴转动时，度量其转动惯性的大小则不能用质量，而应该是刚体对该轴的转动惯量（见第五章）。

物体的质量可通过其重量来求得。若不计空气阻力，将式(1-1)应用于地球表面上的自由落体运动，则有

$$mg = P$$

式中 P 为物体所受的重力， g 为重力加速度，将此式在铅直方向投影，得

$$mg = P \quad \text{或} \quad m = P/g \quad (1-3)$$

即物体的质量等于其重量除以重力加速度。在地球表面不同纬度和不同高度的地方， g 的数值是不同的，因而物体在不同地点的重量也不同。但 g 的数值在地球表面各处相差甚微，通常在计算中 g 的数值采用 9.80m/s^2 （相当于北京地区的 g 值）。

根据国家规定，本书采用国际单位制（SI），这种单位制以长度、时间和质量为基础量，分别以量纲符号 $[L]$ 、 $[T]$ 和 $[M]$ 表示，而取米（m）、秒（s）和公斤（kg）为基本单位，其它量均属导出量，它们的量纲和单位可通过基本公式由这三个基本量的量纲和单位导出。例如，由式（1-1）可知，力的量纲为 $[F] = [MLT^{-2}]$ ，单位为公斤·米/秒²（ $\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$ ）。

称为牛顿 (N)。在工程实际中常用千牛顿 (kN) 或兆牛顿 (MN) 作为力的单位,

$$1\text{kN}=10^3\text{N}, \quad 1\text{MN}=10^6\text{N}.$$

第三定律(作用和反作用定律):对应于任一作用力,必有一与其等值、反向、共线的反作用力,它们分别作用在相互作用的两个质点(或物体)上。

这个定律已在静力学中作为公理讲述过。需要指出的是,它不仅适用于平衡的物体,也适用于作任何运动的物体,而且它与参考系的选取是无关的。

第三定律对于研究质点系动力学问题具有重要的意义,由此定律可知,任何质点系内部各质点之间相互作用的内力,必然是成对地等值、反向、共线的,因而它们的矢量和以及对任何点或轴的力矩和必然都等于零。也就是说,质点系内力系的主矢以及对任一点或轴的主矩必然都等于零,即

$$\sum \mathbf{F}^{(i)} = 0, \quad (1-4)$$

$$\sum m_i (\mathbf{F}^{(i)}) = 0 \text{ 或 } \sum m_i (F^{(i)}) = 0. \quad (1-5)$$

以上二式中的 $\mathbf{F}$,标以上标(i)表示内力, o 为任意一点, z 为任意一轴。这两个公式在质点系动力学中推证定理时经常要用到。

§ 1-2 动力学基本方程的直接应用

质点动力学的问题,可归纳为两种基本类型:第一类问题是已知质点的运动,求作用于质点的未知力;第二类问题是已知作用在质点上的力,求质点的运动。实际问题中可能同时兼有上述两类问题,即已知运动的一部分和受力的一部分,要求

另一部分未知的运动和力。第一类问题和第二类问题中的某些较为简单的问题，可以直接应用动力学基本方程，即式(1-3)解决。解题时应按下述步骤进行：(1) 根据题意选取研究对象；(2) 分析对象所受的全部外力，画出其受力图；(3) 分析对象的运动，确定其加速度或设出加速度的方向；(4) 列出对象的动力学基本方程，然后选取适当的坐标轴，应用投影法求解。

例1-1 设飞机在水平面内以匀速 v 沿半径为 r 的圆周作正常盘旋(图1-1)。已知其重力 P 及螺旋桨的拉力 T ，试求空气迎面阻力 Q 、机身的倾斜角(坡度) α 及升力 R 。

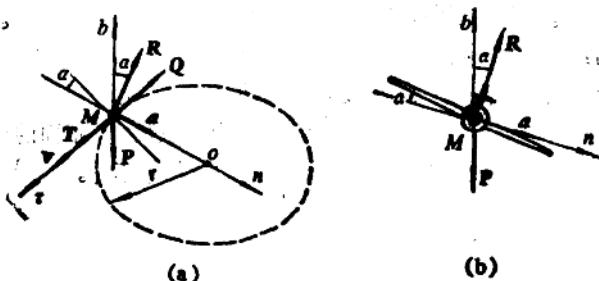


图1-1

解 视飞机为质点(图(a)及图(b)中的 M)，并取为研究对象。其所受外力有重力 P ，螺旋桨的拉力 T ，空气迎面阻力 Q 及升力 R 。各力方向如图所示。因飞机在水平面内作已知的匀速圆周运动，故可用自然法描述其运动。由运动学知道

$a_t = \frac{dv}{dt} = 0$, $a_n = \frac{v^2}{r}$ (沿主法线指向圆心 O)， $a_z = 0$ 。列出

动力学基本方程

$$\frac{P}{g}a = P + T + Q + R,$$

并将它分别投影于自然轴的切线 M_t 、主法线 M_n 和副法线 M_b ，得

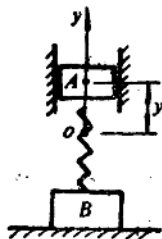
$$\left. \begin{aligned} 0 &= T - Q, \\ P \cdot \frac{v^2}{r} &= R \sin \alpha, \\ 0 &= -P + R \cos \alpha. \end{aligned} \right\}$$

由以上三式解得

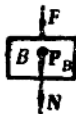
$$Q = T, \quad R = P \sqrt{1 + \frac{v^4}{g^2 r^2}}, \quad \alpha = \arctg \frac{v^2}{gr}.$$

设已知 $T = 10 \text{ kN}$, $P = 40 \text{ kN}$, $v = 360 \text{ km/h} = 100 \text{ m/s}$, $r = 1000 \text{ m}$ 。则 $Q = 10 \text{ kN}$, $R = 57.1 \text{ kN}$, $\alpha = \arctg 1.02 = 45^\circ 34'$ 。

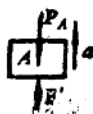
例1-2 物块 A 、 B 的质量分别是 $m_A = 20 \text{ kg}$, $m_B = 40 \text{ kg}$ ，二者用弹簧连接如图1-2所示。已知物块 A 的铅直运动规律 $y = \sin 8\pi t$ ，其中 y 以厘米计， t 以秒计。试求物块 B 对支承面的压力，并求这力的极大值和极小值。弹簧质量忽略不计。



(a)



(b)



(c)

图1-2

解 取物块 B 为研究对象 (图(b))，它受重力 $P_B = m_B g$ 、弹性力 F 和支承面的约束反力 N 而平衡，列平衡方程 $\sum F_y = 0$ 。

有

$$N = m_B g + F_0. \quad (1)$$

再取物块A为研究对象(图(c)), 其上作用有重力 $P_A = m_A g$ 和弹性力 F' 。由物块A的运动规律, 可知其加速度在y轴上的投影为

$$\begin{aligned} a &= \frac{d^2 y}{dt^2} = -64\pi^2 \sin 8\pi t \text{ cm/s}^2 \\ &= -0.64\pi^2 \sin 8\pi t \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

写出物块的动力学基本方程: $m_A a = P_A + F'$ 。向y轴投影, 有

$$m_A a = -m_A g + F',$$

由于 $F' = F$, 故上式可写作

$$-0.64\pi^2 m_A \sin 8\pi t = -m_A g + F. \quad (2)$$

从式(1)、(2)中消去F, 解得

$$\begin{aligned} N &= (m_B + m_A)g - 0.64\pi^2 \sin 8\pi t \\ &= 588 - 126 \sin 8\pi t \text{ N}. \end{aligned}$$

当 $\sin 8\pi t = 1$ 时, N 有极小值: $N_{\min} = 588 - 126 = 462 \text{ N}$; 当 $\sin 8\pi t = -1$ 时, N 有极大值: $N_{\max} = 588 + 126 \text{ N} = 714 \text{ N}$ 。物块B对支承面的压力与图示约束力 N 等值、反向、共线。

例1-3 物块A重 P_A , 置于倾斜角为 α 重 P_B 的光滑斜面B上, 斜面B又放在光滑水平地面上(图1-3)。若系统开始处于静止, 而且没有其它主动力作用, 求斜面B在地面上滑动的加速度。

解 物块在斜面上作直线平动, 而斜面又在地面上作平动, 可见物块相对于地面仍然是作平动。因此, 在分析它们的运动时, 物块和斜面都可以视作质点。先取斜面B为研究对象, 其上作用有重力 P_B , 地面对它的压力 N_1 及物块A对它的压力 N_2 , 如图(b)所示。设斜面B的加速度 a , 水平向右, 列出动力学基本方程

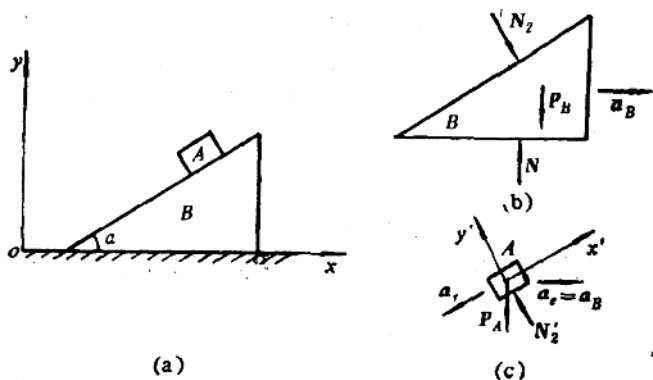


图1-3

$$\frac{P_B}{g} a_B = P_B + N_1 + N_2.$$

向 x 轴投影, 有

$$\frac{P_B}{g} a_B = N_2 \sin \alpha. \quad (1)$$

式(1)包含有 a_B 和 N_2 两个未知量, 为解出 a_B , 还需另取物块 A 为研究对象。物块 A 上受有重力 P_A , 斜面 B 对它的反作用力 N_2' , 如图(c)所示。以 a_A 表示物块 A 对地面的加速度, 则其动力学基本方程为

$$\frac{P_A}{g} a_A = P_A + N_2',$$

选取斜面 B 为动参考系, 由动参考系为平动时的加速度合成定理, 可知 $a_A = a_B + a_{A'}$, 因此上式可写为

$$\frac{P_A}{g} (a_B + a_{A'}) = P_A + N_2'.$$

向垂直于斜面的 y' 轴投影, 有