



统 / 计 / 学 / 经 / 典 / 译 / 丛
Statistics Classics

工程 统计学

(第3版)

Engineering Statistics (Third Edition)

道格拉斯·C·蒙哥马利 (Douglas C. Montgomery)

乔治·C·朗格尔 (George C. Runger) 著

诺尔马·法里斯·于贝尔 (Norma Faris Hubele)

代金 魏秋萍 译

张波 校译

 中国人民大学出版社

 WILEY

统 / 计 / 学 / 经 / 典 / 译 / 丛
Statistics Classics

TB11
42

工程 统计学

(第3版)

Engineering statistics (Third Edition)

道格拉斯·C·蒙哥马利 (Douglas C. Montgomery)

乔治·C·朗格尔 (George C. Runger) 著

诺尔马·法里斯·于贝尔 (Norma Faris Hubele)

代金 魏秋萍 译

张波 校译

 中国人民大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

工程统计学: 第3版/蒙哥马利等著; 代金等译.

北京: 中国人民大学出版社, 2005

(统计学经典译丛)

ISBN 7-300-06366-7

I. 工…

II. ①蒙…②代…

III. 统计学-应用-工程技术

IV. TB11

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 018863 号

统计学经典译丛

工程统计学 (第3版)

道格拉斯·C·蒙哥马利

乔治·C·朗格尔 著

诺尔马·法里斯·于贝尔

代金 魏秋萍 译

张波 校译

出版发行 中国人民大学出版社

社址 北京中关村大街31号

邮政编码 100080

电话 010-62511242 (总编室) 010-62511239 (出版部)

010-82501766 (邮购部) 010-62514148 (门市部)

010-62515195 (发行公司) 010-62515275 (盗版举报)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.ttrnet.com> (人大教研网)

经 销 新华书店

印 刷 河北涿州星河印刷有限公司

开 本 787×1092 毫米 1/16

版 次 2005年4月第1版

印 张 32.75 插页1

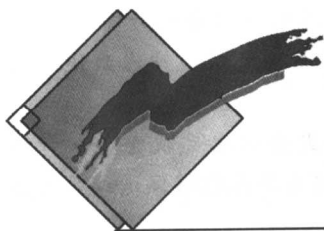
印 次 2005年4月第1次印刷

字 数 688 000

定 价 59.00 元

版权所有 侵权必究

印装差错 负责调换



统计学经典译丛

总 序

统计学作为数据的科学，不仅在理、工、农、医和社会科学的经济、管理、教育、心理等各个领域都有着广泛而成功的应用，而且在纯文科的历史、语言和法律等领域也日益成为重要的工具。这一方面是由于人文与社会科学的多数学科越来越重视对数据的分析，强调定性与定量的对立统一，这体现为对统计学的需求不断增长；另一方面是由于统计方法的体系也在不断完善、创新，特别是与计算机技术的结合，使得统计方法的应用更加简捷方便，应用领域不断扩展，这体现为统计方法的应用和服务能力不断加强。

最近几年，一批国外优秀的统计教材和著作被翻译介绍给国内的读者，受到读者的喜爱和欢迎，同时也促进了我国高校统计教材的建设。纵观翻译出版的统计教材和图书，以经济管理类应用统计的教材居多。这既是我国现阶段经济管理教育，特别是 MBA、EMBA 教育火爆的体现，也反映出其他领域统计应用的相对落后。

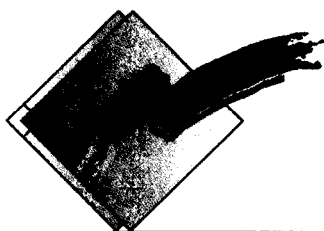
中国人民大学出版社推出的这套统计译丛选择了国际著名出版公司 Springer 和 John Wiley & Sons 近年出版的统计教材和应用图书，特别是在工程、行为科学、法律和智能科学等领域的优秀统计教材与图书，其中有些领域在我国基本上还是空白。例如，统计方法在法律诉讼中的应用对我们就极有启发。丛书选择了两本法律应用的经典著作进行翻译，一本是《律师统计学》（第 2 版），另一本是《法律与诉讼中的经验方法——图示法》。前一本按照统计方法的体系，精选了 100 多个法律诉讼中的实际案例对统计方法的应用进行了深入浅出的介绍；后一本则侧重于从描述统计方法的角度介绍其在法律中的应用。其他几本书既有经过不断再版、不断教学实践修改完善的优秀教材，如

《行为统计学基础》(第9版)、《工程统计学》(第3版)、《商务统计学》(第4版),也有对某个专题的介绍和讨论,如《智慧、基因与成功:钟形曲线与统计》等。

我们衷心地希望通过这套译丛的翻译出版能够更全面地反映整个统计学科,特别是应用统计学的现状,同时也衷心地祝愿这套译丛能够促进统计方法在我国更多领域的应用。

袁卫

2005年3月
中国人民大学静园



统计学经典译丛

译者前言

统计学是研究不确定性现象数量规律性的一门学科。因为随机性的影响无所不在，所以统计学的应用十分广泛，在众多的专业学科领域中，统计学更起着重要的作用，将统计学的概念与方法用来处理工程中的各种问题，就产生了工程统计学。它是解决工程中各种问题的有力工具之一，经有关专家推荐，我们对道格拉斯·C·蒙哥马利等三位学者合著的《工程统计学》（第3版）一书进行了认真的阅读和研究，认为它是一本很有特色的著作，将它翻译成中文介绍给我国的广大读者尤其是工程领域的工作者。

本书的最大特点是应用性强。本书主要介绍统计方法在工程中的应用，以解决实际中存在的有关问题。本书分析了大量以实际数据为基础的案例，每一种统计方法都与一定的案例相关联。本书的主题是统计在其他学科中的基本应用，但是其重点是为了满足工程师的需求。因此，书中的例子和练习都是有工程背景的，书中的案例几乎都来自于实际问题、已经出版的资料或者作者咨询工作所经历的数据，这样更有利于读者对方法的理解。

本书的第二个特点是通俗易懂。本书是为工程应用准备的，全书避免了烦琐的数学理论推导，而是采用深入浅出、循序渐进的方法系统地介绍了统计学的知识，叙述严谨，通俗易懂，内容丰富，图文并茂，理论基础坚实，易于读者理解与掌握。

本书的第三个特点是强调计算机的使用。今天的统计分析已离不开计算机的使用，本书在介绍完每种方法之后，都使用统计软件对实际案例进行了实现，书中使用的主要分析软件是 Minitab。Minitab 是工程统计中常用的软件，它不仅具有一般的统计分析功能，而且具有实验设计和统计过程控制等特殊的功能，并且图形功能强大，产生的图表比较美观，书中很多图表也是用 Minitab 做出的。

此外,作为教材,它应用的层次也多,既可用做财经类、工商管理类本科生的教材,也可供工商管理硕士研究生及统计工作者和从事工程的各类人员学习参考。读者可以根据自己的时间和需要,有选择地学习有关内容。

本书的编排也是经过精心设计的:首先对统计方法理论进行详尽的讲解,用实际例子对统计方法进行实现,加深读者对统计方法的理解,有关重要的公式或者计算机软件输出结果,都用文本框框住,给读者指明重点,便于读者学习和识记,为了加深对概念和方法的理解,在有的小节后面配有大量相关的习题;然后在每章后面配有大量的补充练习和一定的团队互动项目,补充练习主要用来加强对概念的理解,而不是作为分析方法,而团队互动则要求读者用于实践,用已经学到的知识,自己设计研究课题,自己收集数据,自己解决问题;最后在每章末尾还给出了本章所涉及的重要术语和概念。

为了保持原书的风格和特色,在翻译本书的过程中,我们保留了原书的几乎所有栏目,尽可能做到忠于原文,由于本书篇幅巨大,书中的案例和练习很多都涉及工程的专业词汇,有的翻译难度很大,我们为此花费了大量的时间和精力,常常为了一个词汇、一个名词,或者一句话反复琢磨、查核。有时还请教有关方面的行家、专家,尽了我们最大的努力把本书翻译好。翻译过程中对原书出现的少许错误也进行了纠正。由于时间紧迫,加上我们水平有限,译文中一定有不尽如人意之处,敬请读者不吝指正。

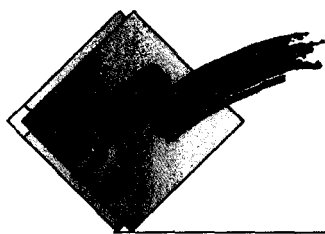
对书中案例分析的 Minitab 程序输出结果,我们没做翻译,因为使用 Minitab 进行相应的统计分析,就能得到相同的输出结果,读者若能用 Minitab 进行实现,就能看懂其中的说明,如果翻译过来,反而令人感到陌生。

本书由魏秋萍翻译第 1、2、3、4 章和部分练习答案;代金翻译第 5、6、7、8 章;全书由张波统纂定稿并负责校译。

忠心感谢在本书的翻译过程中给予我们帮助的各位专家,他们是北京大学力学系唐少强教授,中国人民大学吴喜之教授、易丹辉教授,清华大学自动化系宋士吉教授,哈尔滨工业大学吴冲教授,中国科技大学李平教授,中国矿业大学刘青平教授,天津商学院王延臣教授,宁波大学丁元耀教授,济南大学韩静轩教授等。另外,我们的几位研究生徐静、薛衍、左玉婷、张红梅和杨瑾等同学在文字校对工作方面做出了他们的努力,在此一并致谢。

张波

2004 年 11 月



统计学经典译丛

作者前言

工程师在现代社会里起了重要的作用。他们负责设计研制绝大多数我们生活中要用的产品和制造这些产品的生产过程。工程师也参与工业企业和商业服务组织的许多管理工作。对问题阐述、分析和解决中工程研究能力的基本训练在很大范围内非常有价值。

解决许多类型的工程问题都需要能正确看待可变性和了解一些处理可变性的描述和分析工具。统计是应用数学的一个分支，它关心的是可变性及其他对决策制定的影响。这是工程统计学的一本入门教材。虽然我们介绍的主题是统计在其他学科的基本应用，但是我们会把重点放在满足工程师的需求上，让他们把精力集中在统计在他们学科的应用上。因此，我们的例子和练习都是有工程背景的，几乎在所有的案例里，我们都用了实际问题或者是已出版的资料或者来自于我们自己咨询经历里的数据。

各学科里的工程师都应该至少选一门统计课程。确实，工程技术鉴定局要求工程师把统计当做他们正规的大学学习的一部分，学会如何高效地使用统计方法。由于其他程序要求，绝大多数工科学生只是接受了一门统计课程。本书旨在作为所有工科学生一学期统计课程的课本。

第三版进行了大规模的修正，增加了一些新的例子和许多新的问题。修正过程中，我们把重点放在改写那些学生理解起来比较难的主题上，它们是从我们自己的教学经验或者别人的反馈中了解到的。我们也增加了一些新的材料，像随机变量函数和测量误差问题。第6章的回归已经被重写了，不再需要矩阵代数了。

本书结构

本书建立在一本更全面的书 (Montgomery, D. C., and Runger, G. C., *Applied Statistics and Probability for Engineers*, Third Edition, John Wiley & Sons, New York, 2003) 的基础上, 此书已被教师使用了一个或者两个学期。我们已经把那本书中一学期课程的关键主题作为本书的基础。作为浓缩和修正的结果, 本书的数学水平更加适度。学习了一学期微积分学的工科学生在阅读整个书本时都应当没有什么困难。我们的意图是让学生理解统计方法, 知道怎么把它们应用到工程问题的解决上, 而不是知道统计的数学原理。

第 1 章介绍了统计和概率在解决工程问题时所起的作用。说明了统计思想和相关的方法, 并和其他工程建模方法相比较。用简单的例子讨论了统计方法的重要价值, 也介绍了简单的统计汇总。

第 2 章举例说明了由简单汇总和图形方法给出的有用信息。给出了分析大的数据集的分析过程。阐明了像直方图、茎叶图和频数分布图这些数据分析方法。重点在用这些方法来洞察数据特征或者潜在的系统。

第 3 章介绍了随机变量的概念和描述随机变量特征的概率分布。我们集中介绍了正态分布, 是因为它在那些经常应用于工程的统计工具中起了根本的作用。我们设法避免采用复杂的数学方法和事件样本空间定位方法这类传统的向工科学生提供资料的方法。进一步理解概率对于理解怎样用统计高效的解决工程问题不是必须的。这一章的其他主题包括期望值、方差、概率图和中心极限定理。

第 4 章和第 5 章给出了基本的统计推断工具: 点估计、置信水平和假设检验。单样本的方法在第 4 章, 两样本的推断方法在第 5 章。我们的介绍显然是以应用为导向的, 强调了这些过程的简单比较实验性质。我们希望工科学生能对怎样使用这些方法解决实际问题产生兴趣, 能了解一些概念背后的东西, 这样他们就能明白怎么把它们应用到其他地方。我们合理、有启发地推导了方法, 而不是严格的数学证明。

第 6 章介绍了构造经验模型, 给出了简单和多元线性回归模型, 也讨论了把这些模型作为机械模型的近似。我们让学生明白如何求出回归系数的最小二乘估计, 进行标准的假设检验和求出置信区间, 以及用模型残差评价模型的充分性。纵贯全章, 我们强调了计算机在拟合和分析回归模型中的使用。

第 7 章正式介绍了工程实验设计, 尽管第 4 章和第 5 章的许多部分都是这个主题的基础。我们强调了因子设计, 特别是所有的实验因子都是两个水平的。我们的实践经验指出了, 如果工程师知道如何在所有因子都有两个水平的情况下建立析因实验, 能正确地做实验和正确地分析得到的数据, 它们就能成功地处理在实际中碰到的绝大多数工程实验。因此, 我们写这一章的目的就在于实现这些目标。我们同时也介绍了部分因子设计和对应的浅显方法。

统计质量控制在第8章中介绍。强调了休哈特控制图的重要的主题。给出了 $\bar{X}$ 和R图,以及个体和计数数据的一些简单的控制图方法。我们也讨论了估计过程能力的一些方面。

应当鼓励学生做题目来掌握关键的东西。本书包括了大量的难度不同的题目。每一节后面的练习旨在加强那一节介绍的概念和方法。这些练习比每一章后面的补充练习更加有结构性,而补充练习一般要求更多的公式或概念思考。我们把补充练习当做完整的问题来加强对概念的理解,而不是作为分析方法。项目练习考验了学生把本章的方法和概念应用到需要搜集数据的问题上。正如下面提到的,统计软件在问题解决中的使用应当是本课程完整的一部分。

使用本书

我们相信,对工科学生开设的介绍性统计课程,首要的应该是应用课程。最初的重点应当放在数据描述、推断(置信区间和检验)、模型建立、工程实验设计和统计质量控制上,因为这些方法是实践工程师必须知道如何使用的。讲授这些课程有一个倾向是在概率和随机变量上花费大量的时间(事实上,一些工程师,比如工业和电子工程师,与其他学科的学生相比不需要知道太多)和强调数学推导方面,这就把工程统计课程变成了“婴儿数学状态”课程。讲师教授这种类型的课程时会觉得好笑和很容易,因为教原理比讲应用总是要容易得多,但这不能为学生准备职业经验。

在我们在亚利桑那州立大学讲授的课程里,学生每周上两次课,一次在大教室,一次在小的计算机实验室。学生要做阅读作业、个人课后作业问题和小组项目。课堂的小组项目包括设计实验、产生数据和做分析。课本中的补充练习和项目练习是小组项目比较好的材料。目的在于用有挑战性的问题创造积极的学习环境,以此来培养分析和总和的研究能力。

使用计算机

在实践中,工程师在计算机上应用统计方法来解决。因此,我们强烈推荐计算机使用结合到课程中。纵贯本书,我们给出了Minitab的输出结果,它们是现代计算机软件能做的典型例子。在讲课过程中,我们也用了Statgraphics, Minitab, Excel和一些其他的统计软件包和电子数据表。我们没有在本书中汇集其他不同软件包的例子,因为怎样把软件结合到课程里要比用哪一个软件包重要得多。课本中所有的数据和教师的讲义都有电子版。

在大课的时候,我们就已经接触计算机软件。一讨论到某一方法,我们就给学生示范怎样用软件实现。我们推荐这个教学形式。许多受欢迎的软件包都有廉价的学生版本,在许多学院的局域网上都有统计软件,所以学生找到软件

不是问题。

计算机软件能用来做课本中的许多练习。有一些练习，在它们的旁边有计算机图标，我们强烈推荐在这些情况下用软件。

感谢

我们感谢国家自然科学基金委员会本科教育部的课程和课程发展项目为本书素材提供的大力支持。感谢 Dale Kennedy 博士和 Michele Pfund 博士基于在亚利桑那州立大学教授此教材的经验，给予我们的慷慨的回馈和建议。我们还要感谢俄克拉何马州立大学的 Teri Reed Rhoads 博士、Lora Zimmer 博士和 Sharon Lewis 博士在他们担任教学助理期间，为这一教材的应用和课程发展做出的贡献。非常感谢 Connie Borrer 博士在教师用书中的细致工作。感谢亚利桑那州立大学工业工程学院及 Gary Hogg 院长为我们提供人员和资源支持。

感谢本书的审阅人员为我们提出了宝贵的意见，他们有：纽约州立大学的 Hongshik Ahn 博士，佛罗里达州立大学的 James Simpson 博士，加利福尼亚州综合理工州立大学的 John D. O'Neil 博士，休斯敦大学的 Charles Donaghey 博士，科罗拉多矿业大学的 Gus Greivel 教授，路易斯安那州立大学的 Arthur M. Sterling 教授，西拉克斯大学的 David Powers 教授，俄克拉何马州立大学的 William Warde 博士，以及 David Mathiason 博士。我们同样要感谢加拿大马尼托巴大学的 Smiley Cheng 博士允许我们引用他和 James Fu 博士共著的《课堂和实验室用数据表》一书中数据表。感谢 John Wiley & Sons 出版社、Prentice-Hall 出版社、Biometrika Trustees 出版社、美国统计协会、数理统计学院和《生物统计学》的编者允许我们使用他们的版权资料。

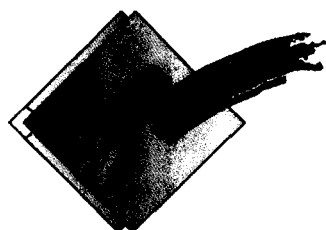
本课题部分由国家科学基金支持。

只代表作者观点，不代表基金立场。

道格拉斯·C·蒙哥马利

乔治·C·朗格尔

诺尔马·法里斯·于贝尔



统计学经典译丛

目 录

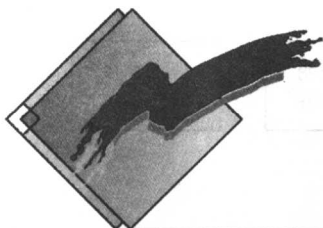
第 1 章 统计在工程中的应用.....	1
1.1 工程方法和统计思想	1
1.2 收集工程数据	4
1.2.1 回顾研究.....	6
1.2.2 观察研究.....	7
1.2.3 设计实验.....	7
1.3 机械和经验模型.....	10
1.4 按时间顺序观察过程.....	13
第 2 章 数据汇总与表示	18
2.1 数据汇总与表示.....	18
2.2 茎叶图.....	23
2.3 直方图.....	28
2.4 箱线图.....	34
2.5 时间序列图.....	37
2.6 多变量数据.....	41
第 3 章 随机变量和概率分布	52
3.1 介绍.....	52
3.2 随机变量.....	54
3.3 概率.....	55
3.4 连续随机变量.....	59
3.4.1 概率密度函数	59

3.4.2	累积分布函数	62
3.4.3	均值和方差	64
3.5	重要的连续分布	68
3.5.1	正态分布	68
3.5.2	对数正态分布	77
3.5.3	伽玛分布	78
3.5.4	威布尔分布	80
3.6	概率图	86
3.6.1	正态概率图	86
3.6.2	其他概率图	87
3.7	离散随机变量	91
3.7.1	概率密度函数	92
3.7.2	累积分布函数	93
3.7.3	均值和方差	94
3.8	贝努里分布	97
3.9	泊松分布	104
3.9.1	泊松分布	104
3.9.2	指数分布	109
3.10	贝努里和泊松分布的渐近正态分布	114
3.11	多个随机变量和独立性	117
3.11.1	联合分布	117
3.11.2	独立性	119
3.12	随机变量的函数	124
3.12.1	独立随机变量的线性组合	125
3.12.2	当随机变量不独立时的情况	126
3.12.3	函数为非线性时的情况	128
3.13	随机抽样、统计量和中心极限定理	132
第 4 章	单样本决策	147
4.1	统计推断	147
4.2	点估计	148
4.3	假设检验	154
4.3.1	统计假设	154
4.3.2	检验统计假设	155
4.3.3	单边和双边假设	161
4.3.4	假设检验的一般步骤	163
4.4	总体均值的推断, 方差已知	165
4.4.1	均值的假设检验	165
4.4.2	P-值的假设检验	168

4.4.3	第Ⅱ类错误和样本量的选择	169
4.4.4	大样本检验	172
4.4.5	假设检验的一些实际解释	172
4.4.6	均值的置信区间	174
4.4.7	求出置信区间的一般方法	179
4.5	总体均值的推断, 方差未知	181
4.5.1	均值的假设检验	181
4.5.2	t -检验的 P -值	186
4.5.3	第Ⅱ类错误和样本量的选择	187
4.5.4	均值的置信区间	188
4.6	正态总体的方差推断	192
4.6.1	正态总体方差的假设检验	192
4.6.2	正态总体方差的置信区间	195
4.7	总体比例的推断	197
4.7.1	二项比例的假设检验	197
4.7.2	第Ⅱ类错误和样本量的选择	199
4.7.3	二项比例的置信区间	200
4.8	单个总体的其他区间估计	205
4.8.1	预测区间	205
4.8.2	正态分布的容许区间	207
4.9	单样本的推断过程汇总表	209
4.10	拟合优度检验	209
第5章	双样本决策	223
5.1	介绍	223
5.2	两总体均值的推断, 方差已知	223
5.2.1	均值差的假设检验, 方差已知	224
5.2.2	第Ⅱ类错误与样本量的选择	226
5.2.3	均值差的置信区间, 方差已知	227
5.3	两总体均值的推断, 方差未知	231
5.3.1	均值差的假设检验	231
5.3.2	第Ⅱ类错误与样本量的选取	237
5.3.3	均值差的置信区间	238
5.4	配对 t 检验	243
5.5	两正态总体方差比的推断	250
5.5.1	两方差比的假设检验	250
5.5.2	两方差比的置信区间	254
5.6	两总体比例的统计推断	256
5.6.1	两二项式比例相等的假设检验	256

5.6.2	第Ⅱ类错误与样本量的选择	258
5.6.3	二项式比例差的置信区间	259
5.7	双样本推断程序汇总表	261
5.8	如果不止两个样本怎么办	261
5.8.1	完全随机化实验和方差分析	262
5.8.2	随机化完全区组设计	270
第6章	建立经验模型	290
6.1	经验模型介绍	290
6.2	简单线性回归	296
6.2.1	最小二乘估计	296
6.2.2	简单线性回归假设检验	302
6.2.3	简单线性回归中的置信区间	305
6.2.4	新观察值的预测	308
6.2.5	模型充分性检查	309
6.2.6	相关系数与回归	313
6.3	多元回归	316
6.3.1	多元回归中的参数估计	316
6.3.2	多元回归中的统计推断	321
6.3.3	检验模型的充分性	326
6.4	回归的其他方面	333
6.4.1	多项式模型	333
6.4.2	类别回归量	335
6.4.3	变量选择技巧	337
第7章	工程实验设计	350
7.1	实验策略	350
7.2	因子实验	351
7.3	2^k 析因设计	355
7.3.1	2^2 例子	355
7.3.2	统计分析	359
7.3.3	残差分析与模型检查	361
7.4	$k \geq 3$ 个因子的 2^k 设计	366
7.5	2^k 设计的单一反复	372
7.6	2^k 设计中的中心点和区组	376
7.6.1	中心点的加入	376
7.6.2	分组与混合	379
7.7	2^k 设计的部分反复	387
7.7.1	2^k 设计的二分之一部分析因设计	387

7.7.2 更小的部分： 2^{k-p} 部分析因设计	393
7.8 应答曲面方法与设计	403
7.8.1 最速上升法	405
7.8.2 二阶应答曲面分析	407
7.9 多于两个水平的因子实验	414
第 8 章 统计过程控制	428
8.1 质量改进与统计	428
8.2 统计过程控制	429
8.3 控制图介绍	430
8.3.1 基本原则	430
8.3.2 控制图设计	433
8.3.3 合理子集	435
8.3.4 控制图图样分析	436
8.4 $\bar{X}$ 与 R 控制图	438
8.5 个体度量的控制图	446
8.6 过程能力	450
8.7 计数控制图	454
8.7.1 P 图（比例控制图）和 nP 图	454
8.7.2 U 图（每单位平均缺陷数量的控制图）和 C 图	457
8.8 控制图绩效	460
8.9 测量系统能力	463
附录	474
附录 A 统计表和图	474
附录 B 参考文献	488
附录 C 部分练习答案	490
附录 D 假设检验程序汇总	503



统计学经典译丛

第 1 章

统计在工程中的应用

1.1 工程方法和统计思想

工程师能高效地运用科学原理来解决社会所关心的问题。工程学或者科学方法就是明确表述和解决这些问题的方法。工程学方法中的步骤如下：

1. 清晰和准确地描述问题。
2. 识别出那些影响问题的重要因素或者可能在解决问题中起作用的因素。
3. 运用已有的科学或工程学知识对问题建立模型，陈述模型的限制和假设条件。
4. 做一些恰当的实验，并收集数据，以此来检验或者证明第 2 步和第 3 步中假设的模型或结论。
5. 根据观察到的数据修改模型。
6. 用模型来解决问题。
7. 设计一项适当的实验来证明问题的解是有效的。
8. 根据问题的解做出总结或建议。

工程学方法中的这些步骤用图形表示就是图 1—1。注意到工程方法有一个显著特征，就是问题间有很强的相互影响：因素可能会影响解决办法，现象的模型、证明模型充分性的实验和提出的问题的解决办法，都会相互影响。把图 1—1 中的第 2~4 步装到一个大的方框里表明，为了得到最终的解答，必须对这些步骤做一些循环和反复。因此，工程师必须知道如何高效地设计实验、收集数据、分析和解释数据，也必须理解观察到的数据与他们对正在研究的问题所提出的模型是怎样关联的。