

• 中学各科同步导学与智能训练丛书 •



中学数学

同步导学与智能训练

高二分册



学林出版社

中学各科同步导学与智能训练丛书

中 学 数 学
同步导学与智能训练
高 二 分 册

学 林 出 版 社

(沪)新登字 113 号

特约编辑：杜 新

封面设计：钱丽明

施 飞

**中学数学同步学习与
智能训练(高二分册)**

蒋国华 黄士森 主编

华林出版社出版 上海文庙路 120 号

新华书店上海发行所发行 江苏太仓印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 17.5 字数 380 千字

1993 年 9 月第 1 版 1993 年 9 月第 1 次印刷 印数 1—8000 册

ISBN 7-80510-806-3/G·194 定价：7.80 元

中学各科同步导学与智能训练丛书

总主编 施国良

本册主编 蒋国华 黄士森

本册编者(按姓氏笔划为序)

于广杰 王应标 李振权 沈家书

张景瑜 杨秀鸾 曲万田 顾丁康

柳双图 黄士森 蒋国华

前 言

随着教学改革的深入发展,有些问题,例如:如何切实提高课堂教学的效果,让学生有效地掌握知识,理解知识,如何培养学生正确的思维,提高学生分析解决问题的能力,如何改进训练方法,开拓学生的智能等等,显得愈来愈突出。本套丛书的编写,正是为了对上述问题的解决作出我们微薄的贡献。

“中学各科同步导学与智能训练丛书”各册主要从三个方面作了一些有意义的探索。一、基础知识的传授。力求突出重点,抓住关键,并注意贯通知识之间的联系,比较好地显示知识的科学性、重点性和系统性,有利于学生将基础知识掌握得实一点,牢固一点,灵活一点,真正做到举一反三,触类旁通。二、能力的培养。着重培养学生的辩证思维的能力、判断是非的能力和运用知识分析解决问题的能力,无论是例题的剖析,还是练习的设计,都力求让学生克服线性思维,善于从个别上升到一般,树立正确的思想方法和掌握灵活多变的技能技巧。三、教学指导。作为教学上的同步指导,“丛书”各分册都充分注意了教学上各个阶段的特殊性,从内容到形式,从体例的安排到特色的表现,都富有针对性,从而就增强了对教与学的辅导作用。

施国良老师任“丛书”编委会主任、总主编,对“丛书”的编写原则、结构体例以及编写特色负责指导,并统筹各项组织工作。各分册均由该册主编负责具体指导及统稿、定稿工作。

在编写过程中，我们借鉴吸取了有关编著中的有益的东西，也溶进了我们自己的一些研究成果。由于我们水平有限，经验不足，缺点错误在所难免，恳望广大读者批评指正。

“中学各科同步导学与智能训练丛书”编委会

1993年8月修撰

目 录

上篇 学 习 导 引

代 数

第五章 不等式	1
5.1 不等式	1
5.2 不等式的性质	3
5.3 不等式的证明	6
5.4 不等式的解法	14
5.5 含有绝对值的不等式	20
专题论析	25
第六章 数列, 极限, 数学归纳法	35
6.1 数列	35
6.2 等差数列	37
6.3 等比数列	42
6.4 数列的极限	47
6.5 数列极限的运算法则	52
6.6 数学归纳法	56
6.7 数学归纳法的应用举例	60
专题论析	65
第八章 复数	86
8.1 数的概念的发展	86
8.2 复数的有关概念	86

8.3	复数的向量表示法	91
8.4	复数的加法与减法	95
8.5	复数的乘法与除法	101
8.6	复数的三角形式	106
8.7	复数三角形式的运算	114
	专题论析	120
第九章	排列、组合、二项式定理	141
9.1	基本原理	141
9.2	排列	144
9.3	排列数公式	146
9.4	组合	154
9.5(1)	组合数公式	157
9.5(2)	组合应用题	159
9.6	组合数的两个性质	163
9.7	二项式定理	165
9.8	二项式系数的性质	170
	专题论析	175

平面解析几何

第一章	直线	182
1.1	有向线段、两点间的距离	182
1.2	线段的定比分点	186
1.3	一次函数的图象与直线的方程	190
1.4	直线的倾斜角和斜率	192
1.5	直线方程的几种形式	195
1.6	直线方程的一般形式	198
1.7	二元一次不等式表示的区域	201

1.9	两条直线的平行与垂直	204
1.10	两条直线所成的角	207
1.11	两条直线的交点	210
1.12	点到直线的距离	216
	专题论析	219
第二章	圆锥曲线	223
2.1	曲线和方程	223
2.2	求曲线的方程	228
2.3	充要条件	232
2.4	曲线的交点	237
2.5	圆的标准方程	241
2.6	圆的一般方程	247
2.7	椭圆及其标准方程	255
2.8	椭圆的几何性质	260
2.9	双曲线及其标准方程	267
2.10	双曲线的几何性质	271
2.11	抛物线及其标准方程	277
2.12	抛物线的几何性质	283
2.13	坐标轴的平移	289
2.14	利用坐标轴的平移化简二元二次方程	295
	专题论析	301
第三章	参数方程、极坐标	316
3.1	曲线的参数方程	316
3.2	参数方程和普通方程的互化	323
3.3	圆的渐开线	332
3.4	极坐标系	334
2.5	曲线的极坐标方程	336

3.6 极坐标和直角坐标的互化	344
3.7 等速螺旋线	348
专题论析	351

下篇 智训集锦

智能训练一(不等式的性质及证明)	365
智能训练二(不等式的解法及含有绝对值的不等式)	367
智能训练三(《代数》第五章)	370
智能训练四(数列)	372
智能训练五(极限)	375
智能训练六(数学归纳法)	376
智能训练七(《代数》第六章)	377
智能训练八(复数的概念)	380
智能训练九(复数的运算)	383
智能训练十(复数的三角形式)	385
智能训练十一(《代数》第八章)	387
智能训练十二(排列与组合)	389
智能训练十三(二项式定理)	391
智能训练十四(《代数》第九章)	392
智能训练十五(有向线段、定比分点)	395
智能训练十六(直线的方程)	397
智能训练十七(两条直线的位置关系)	399
智能训练十八(《解几》第一章)	400
智能训练十九(曲线和方程)	402
智能训练二十(圆)	404
智能训练二十一(椭圆)	406

智能训练二十二(双曲线)	408
智能训练二十三(抛物线)	410
智能训练二十四(《解几》第二章)	412
智能训练二十五(参数方程)	415
智能训练二十六(极坐标)	417
智能训练二十七(《解几》第三章)	419
智能训练二十八(《高中代数》下册)	421
智能训练二十九(《解析几何》)	424
智能训练三十(综合)	429
智能训练三十一(综合)	432
智能训练三十二(综合)	436
智能训练三十三(综合)	440
智能训练三十四(综合)	444
智能训练三十五(综合)	448

参 考 答 案

自测导训与巩固练习

高中代数下册	452
高中解几	472

智能训练

智能训练(一~一十四)	501
智能训练(十五~二十七)	512
智能训练(二十八~三十五)	525

代 数

第五章 不 等 式

5.1 不等式

基础导学

知识要点	知 识 要 素	学 习 水 平			
		识记	理解	运用	综合
不等式的概念	表示不相等关系的式子	✓			
同向不等式	两个不等式的不等号方向相同	✓	✓		
异向不等式	两个不等式的不等号方向相反	✓	✓		
实数的大小比较	$a-b>0 \iff a>b$				
	$a-b=0 \iff a=b$	✓	✓	✓	
	$a-b<0 \iff a<b$				

例题导示

例 1: “ $1 \leq 2$ ”、“ $3 \leq 3$ ”对不对,为什么?

解析: 都对。因为“ $\leq$ ”即不大于,它是“ $=$ ”和“ $<$ ”的并,这里 $1 < 2$, 故 $1 \leq 2$ 成立, $3 = 3$, 故 $3 \leq 3$ 成立。

例 2: 比较下列每组数的大小

$$3x^2 - x + 1 \text{ 和 } 2x^2 + x - 1$$

$$\begin{aligned}\text{解析: } (3x^2 - x + 1) - (2x^2 + x - 1) &= x^2 - 2x + 2 \\ &= (x-1)^2 + 1 > 0\end{aligned}$$

$$\therefore 3x^2 - x + 1 > 2x^2 + x - 1$$

拓展: 比较两个数的大小, 只要考虑它们的差即可, 一般把差变形为几个非负数的和, 或者变为几个因式的积。

例 3: (1) 设 $m > n > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$, 比较 $a^m + a^{-m}$ 与 $a^n + a^{-n}$ 的大小;

$$(2) \frac{b}{a} \text{ 和 } \frac{b+m}{a+m} \quad (a, b, m \in \mathbb{R}^+).$$

$$\text{解析: (1)} \quad \frac{b}{a} - \frac{b+m}{a+m} = \frac{m(b-a)}{a(a+m)}$$

$$\text{其中 } \frac{m}{a(a+m)} > 0$$

$$\text{故当 } a > b \text{ 时, } \frac{b}{a} < \frac{b+m}{a+m}$$

$$a = b \text{ 时, } \frac{b}{a} = \frac{b+m}{a+m}$$

$$a < b \text{ 时, } \frac{b}{a} > \frac{b+m}{a+m}$$

$$(2) \quad (a^m + a^{-m}) - (a^n + a^{-n}) = (a^m - a^n) \left(1 - \frac{1}{a^{m+n}} \right)$$

$$\text{当 } a > 1 \text{ 时, } a^m - a^n > 0, 1 - \frac{1}{a^{m+n}} > 0$$

$$\text{当 } 0 < a < 1 \text{ 时, } a^m - a^n < 0, 1 - \frac{1}{a^{m+n}} < 0$$

$$\therefore a^m + a^{-m} > a^n + a^{-n}$$

拓展: 在运用比较法比较两数(或两式)大小时, 由于参数影响到对差的符号判断, 故需对参数分类讨论。

自测导训

1. 设 $a \in R$, 下面式子正确的是 ()

(A) $2a < 3a$ (B) $a^3 > a^2$

(C) $\frac{1}{1+a} < 1-a$ (D) $2-a > 1-a$

2. 设 $a > b > c > 1$, 则将 $\sqrt{abc}$, $\sqrt{ab}$, $\sqrt{bc}$, $\sqrt{ca}$ 按从小到大顺序的排列是_____。

3. 比较大小 (1) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{7}{8}}$ 与 $\log_{\frac{3}{2}} \frac{\sqrt{5}}{2}$

(2) $0.4^{-0.5}$ 与 $0.5^{-0.4}$

4. 设 $a > 0$, $b > 0$, $n \in N$ 且 $n \neq 1$, 试比较 $a^n + b^n$ 与 $a^{n-1}b + ab^{n-1}$ 的大小。

5. 已知 $a < b < c$, $x < y < z$ 则 $ax + by + cz$, $ax + cy + bz$, $bx + ay + cz$, $bx + cy + az$ 中最大的是哪一个? 证明你的结论。

5.2 不等式的性质

基础导学

知识要点	知识要素	学习水平			
		识记	理解	运用	掌握
不等式的性质	1. $a > b \iff b < a$	✓	✓	✓	
	2. $\left. \begin{matrix} a > b \\ b > c \end{matrix} \right\} \implies a > c$	✓	✓	✓	
	3. $a + b \implies a + c > b + c$	✓	✓	✓	✓

(续表)

知识要点	知识要素	学习水平			
		识记	理解	运用	掌握
	$\left. \begin{array}{l} a > b \\ c > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow ac > bc$ $\left. \begin{array}{l} a > b \\ c < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow ac < bc$	✓	✓	✓	✓
	$5. \left. \begin{array}{l} a > b > 0 \\ \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} \end{array} \right\} \Rightarrow a^n > b^n \quad (n \in \mathbb{Z}, n > 1)$	✓	✓	✓	✓
	$6. \left. \begin{array}{l} a > b \\ c > d \end{array} \right\} \Rightarrow a + c > b + d$	✓	✓	✓	
	$7. \left. \begin{array}{l} a > b \\ c < d \end{array} \right\} \Rightarrow a - c > b - d$	✓	✓	✓	
	$8. \left. \begin{array}{l} a > b > 0 \\ c > d > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow ac > bd$	✓	✓	✓	

例题导示

例 1: 求证: (1) 若 $a < b < 0, c < d < 0$, 则 $ac > bd$,

(2) 若 $a > b, ab > 0$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

解析: (1) $\left. \begin{array}{l} a < b < 0 \\ c < d < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -a > -b > 0 \\ -c > -d > 0 \end{array} \right\}$
 $\Rightarrow (-a) \cdot (-c) > (-b) \cdot (-d)$
 即 $ac > bd$

(2) $\left. \begin{array}{l} a > b \\ ab > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a}{ab} > \frac{b}{ab} \quad \text{即} \quad \frac{1}{b} > \frac{1}{a}$

$$\therefore \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

拓展：(1) 表中不等式性质的第四条是用的较多的一个，而且常容易发生错误，需加以重视。(2) 在不等式中，两个同向不等式才能相加。

例 2: $x > y$ 与 $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$ 同时成立的条件是什么?

解析: $\because \frac{1}{x} > \frac{1}{y} \quad \therefore \frac{1}{x} - \frac{1}{y} > 0$ 即 $\frac{y-x}{xy} > 0$

$$\because x > y \quad \therefore y - x < 0 \quad \therefore xy < 0$$

$$\text{又} \because x > y \quad \therefore x > 0, y < 0$$

自测导训

1. 判断下列命题的正误，并说明理由。

(1) 若 $a > b$, $c = d$, 则 $ac > bd$;

(2) 若 $a > b$, $c \in R$, 则 $ac^2 > bc^2$;

(3) 若 $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$, 则 $a > b$;

(4) 若 $a > b$, 则 $a^n > b^n$, $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$;

(5) 若 $|a| < b$, 则 $-b < a < b$ 。

2. 选择题

(1) 与 $a > b$ 等价的不等式是 ()

(A) $|a| > |b|$ (B) $a^2 > b^2$

(C) $\frac{b}{a} > 1$ (D) $2^a > 2^b$

(2) 已知 $a < b < |a|$, 下列各式中成立的是 ()

(A) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

(B) $ab < 1$

(C) $\frac{a}{b} > 1$

(D) $a^2 > b^2$

3. 下列两题的解法是否正确?为什么?

(1) 设 $a < 0, b < 0$, 则 $a < b$,

证明: 设 $c > 0$, 则 $ab > 0, ac < 0, bc < 0$

$\therefore ab > ac$ ①

$ab > bc$ ②

① - ② 得: $ab - ab > ac - bc$

即 $0 > (a - b)c$

$\therefore c > 0$

$\therefore a - b < 0 \quad \therefore a < b$

(2) 若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$.

证明: $\therefore a > b \quad \therefore a - b > 0$

$\therefore a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$\therefore a^2 - b^2 > 0$

$\therefore a^2 > b^2$

5.3 不等式的证明

基础导学

知识要点	知识要素	学习水平			
		识记	理解	运用	掌握
基本不等式	$a^2 + b^2 \geq 2ab$ ($a=b$ 时等号成立)	✓	✓	✓	✓