

高等院校电子科学与技术专业系列教材

电磁场与电磁波

沈熙宁 编著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书全面系统地阐述了宏观电磁场与电磁波的基本理论、基本概念和基本方法。全书共 10 章。内容包括:矢量分析和场论、电磁场的物理量及电磁现象的基本规律、静电场与恒定电场、静电场边值问题的解法、恒定磁场、时变电磁场、各向同性媒质中的均匀平面波、各向异性媒质中的均匀平面波、导行电磁波、电磁波的辐射。

本书内容全面,安排合理,文字表述明了,物理概念清晰,数学推导易懂,并结合大量的例题说明解题的方法和要点。每章都附有适量的习题,书末有各种相关的数学内容的附录及习题答案。

本书可用作大学本科电子与信息类专业的教材,也可作为有关专业的研究生和科技人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

电磁场与电磁波/沈熙宁编著. —北京:科学出版社,2006

(高等院校电子科学与技术专业系列教材)

ISBN 7-03-016309-5

I. 电… II. 沈… III. ①电磁场-高等学校-教材 ②电磁波-高等学校-教材 IV. O441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 111814 号

责任编辑:马长芳 资丽芳 潘继敏 / 责任校对:刘小梅

责任印制:钱玉芬 / 封面设计:陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006年2月第 一 版 开本: B5 (720 × 1000)

2006年2月第一次印刷 印张: 31 1/4

印数: 1—4 000 字数: 610 000

定价: 39.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈环伟〉)

《高等院校电子科学与技术专业系列教材》编委会

- | | | |
|-----|-----------|----------|
| 主 编 | 姚建铨 | 天津大学 |
| 副主编 | 金亚秋 | 复旦大学 |
| | 陈治明 | 西安理工大学 |
| | 吕志伟 | 哈尔滨工业大学 |
| 委 员 | (按姓氏音序排列) | |
| | 曹全喜 | 西安电子科技大学 |
| | 崔一平 | 东南大学 |
| | 傅兴华 | 贵州大学 |
| | 郭从良 | 中国科技大学 |
| | 郭树续 | 吉林大学 |
| | 黄卡玛 | 四川大学 |
| | 金伟琪 | 北京理工大学 |
| | 刘纯亮 | 西安交通大学 |
| | 刘 旭 | 浙江大学 |
| | 罗淑云 | 清华大学 |
| | 马长芳 | 科学出版社 |
| | 毛军发 | 上海交通大学 |
| | 饶云江 | 重庆大学 |
| | 张怀武 | 电子科技大学 |
| | 张在宣 | 中国计量学院 |
| | 周乐柱 | 北京大学 |
| | 邹雪城 | 华中科技大学 |
| 秘 书 | 资丽芳 | 科学出版社 |

序 言

21 世纪,随着现代科学技术的飞速发展,人类历史即将进入一个崭新的时代——信息时代。其鲜明的时代特征是,支撑这个时代的诸如能源、交通、材料和信息等基础产业均将得到高度发展,并能充分满足社会发展和人民生活的多方面需求。作为信息科学的基础,微电子技术和光电子技术同属于教育部本科专业目录中的一级学科“电子科学与技术”。微电子技术伴随着计算机技术、数字技术、移动通信技术、多媒体技术和网络技术的出现得到了迅猛的发展,从初期的小规模集成电路(SSI)发展到今天的巨大规模集成电路(GSI),成为使人类社会进入信息化时代的先导技术。20 世纪 60 年代初出现的激光和激光技术以其强大的生命力推动着光电子技术及其相关产业的发展,光电子技术集中了固体物理、波导光学、材料科学、半导体科学技术和信息科学技术的研究成就,成为具有强烈应用背景的新兴交叉学科,至今光电子技术已经应用于工业、通信、信息处理、检测、医疗卫生、军事、文化教育、科学研究和社会发展等各个领域。可以预言,光电子技术将继续微电子技术之后再次推动人类科学技术的革命和进步。因此,本世纪将是微电子和光电子共同发挥越来越重要作用的时代,是电子科学与技术飞速发展的时代。

电子科学与技术对于国家经济发展、科技进步和国防建设都具有重要的战略意义。今天,面对电子科学技术的飞速发展,世界上发达国家像美国、德国、日本、英国、法国等都竞相将微电子技术和光电子技术引入国家发展计划。我国对微电子技术和光电子技术的研究也给予了高度重视。在全国电子科学技术的科研、教学、生产和使用单位的共同努力下,我国已经形成了门类齐全、水平先进、应用广泛的微电子和光电子技术的科学研究领域,并在产业化方面形成了一定规模,取得了可喜的进步,为我国科学技术、国民经济和国防建设做出了积极贡献,在国际上也争得了一席之地。但是我们应该清醒地看到,在电子科学与技术领域,我国与世界先进水平仍有不小的差距,尤其在微电子技术方面的差距更大。这既有历史、体制、技术、工艺和资金方面的原因,也有各个层次所需专业人才短缺的原因。

为了我国电子科学与技术事业的可持续发展和抢占该领域中高新技术的制高点,就必须统筹教育、科研、开发、人才、资金和市场等各种资源和要素,其中人才培养是极其重要的一环。根据教育部加强高等学校本科教育的有关精神,电子科学与技术教学指导委员会和科学出版社,经过广泛而深入的调研,组织出版了这套电子科学与技术本科专业系列教材。

本系列教材具有以下特色：

1. 多层次。考虑到多层面的需求(普通院校、重点院校或研究型大学、应用型大学),根据不同的层次,有针对性地编写不同的教材,同层次的教材也可能出版多种面向的教材。

2. 延续传统、更新内容,基础精深、专业宽新。教材编写在准确诠释基本概念、基本理论的同时,注重反映该领域的最新成果和发展方向,真正使教材能够达到培养“厚基础、宽口径、会设计、可操作、能发展”人才的目的。

3. 扩宽专业基础,加强实践教学。适当拓宽专业基础知识的范围,以增强培养人才的适应性;注重实践环节的设置,以促进学生实际动手能力的培育。

4. 适应教学计划,考虑自学需要。教材的编写完全按照教学指导委员会最新的课程要求和课程要求的指示精神,同时给学生留有更大的选择空间,以利于学生的个性发展和创新能力的培养。

5. 立体化。教材的编写是立体的,包括主教材、学习辅导书、教师参考书和多媒体课件等等。

本系列教材的编写集中了全国高校的优势资源,突出了多层次与适应性、综合性与多样性、前沿性与先进性、理论与实践的结合。在教材的组织和出版过程中得到了相关学校教务处及学院的帮助,在此表示衷心的感谢。

根据电子科学与技术专业发展战略的要求,我们将对这套系列教材不断更新,以保持教材的先进性和适用性。热忱欢迎全国同行以及关注电子科学与技术领域教育及发展前景的广大有识之士对我们的工作提出宝贵意见和建议。

教育部“电子科学与技术”教学指导委员会主任
中国科学院院士,天津大学教授

前 言

随着电子与信息科学技术的飞速发展以及众多新兴学科的建立,电磁场与电磁波的理论得到了越来越广泛的应用,因而也使得电磁场理论和方法日益丰富和发展。电磁场理论是高等学校电子类各专业必修的一门技术基础课,也是相关各专业的工程技术人员必须掌握的基础理论之一。为适应新形势下教学的需要,作者根据几十年来讲授“电磁场与电磁波”课程的教学实际,并参考其他院校的有关教材,编写了这本“电磁场与电磁波”。

本书的编写宗旨是根据实际需要,全面、系统地从电子与信息工程的角度介绍电磁场与电磁波的基本理论、基本概念和基本方法。对于理论和概念的表述力求准确明了;对于数学推导,力求易懂,其结论力求物理概念明确;对于基本方法,尽量通过例题说明其要领。

本书共分 10 章。第 1 章是矢量分析和场论基础,并引出亥姆霍兹定理,其内容是学习本课程的数学理论和工具。第 2 章是电磁场的物理量及电磁现象的基本规律。本章在电磁学实验定律的基础上,介绍了电磁场的源量和场量,讨论了作为场的媒质即物质的电磁特性,特别是系统地推导和讨论了作为宏观电磁现象基本规律的麦克斯韦方程组及作为场方程特殊形式的边界条件。这是全书的核心内容,也是贯穿全书内容的一条主线。第 3~5 章是静态场的内容,主要讨论静电场、恒定电场和恒定磁场的基本规律、场的求解、位函数及其方程以及电容、电导和电感的计算等。其中第 4 章全面讨论了静电场边值问题的各种解法,其中一些主要方法不但适用于静电场,也适用于恒定电场和恒定磁场,在一定条件下,对时变场也是适用的。第 6~10 章是时变场和电磁波的内容,这一部分是本书的主要内容,包括了时变场(主要是时谐场)的基本方程、各向同性和各向异性媒质中的平面波、导行电磁波以及电磁波的辐射。它们是进一步学习和研究电磁波各种问题的基础。

在内容结构上,本书中将反映电磁现象普遍规律的麦克斯韦方程组和边界条件放在第 2 章讲述,作为全书讨论各种电磁现象的基础和主线,从一般规律到特殊情况进行全面论述。这样不但教学内容便于安排,更重要的是它揭示了后续各章所讨论的静态场、准静态场和电磁波的内在联系。在内容讲解上,对全书核心内容

的麦克斯韦方程组的各个方程都作了较详细的推证和讲解,对麦克斯韦方程组进行了各方面的讨论,对边界面上的电荷和电流对场量的影响进行了具体的分析。这有助于理解和掌握这些电磁理论的基础和基本规律。除此之外,在内容安排上,注重重点和难点问题,或一般教材中讲述较少的内容。例如,分离变量法本征函数的决定,平面波极化的判别等,并结合例题分析其要领。

本书各章后面都附有适量的习题,并在书末列出参考答案。附录中给出了与本书内容有关的数学内容,以备学习中查阅。

阅读本书应具备高等数学的数学分析、工程数学及大学物理学的基础知识。

本书作为本科生教材,在内容上可根据实际情况选择讲授。本书也可供有关专业的研究生及科技人员参考。

在本书编写中,参考了多种有关教材和参考书,特向本书所列参考文献的作者深表谢意。

限于作者的水平,书中不妥和错误在所难免,敬请读者和同行批评、指正。

沈熙宁

2005年五一节

目 录

前言

第 1 章 矢量分析及场论基础	1
1.1 矢量的基本概念	1
1. 标量与矢量	1
2. 单位矢量与矢量的分量	1
3. 位置矢量与距离矢量	2
4. 矢量的代数运算	3
1.2 标量场与矢量场	4
1. 场量与场函数	4
2. 标量场与矢量场	4
3. 静态场与时变场	6
4. 矢量函数的偏导数和积分	6
1.3 标量场的方向导数及梯度	7
1. 方向导数和梯度	7
2. 哈密顿算子	10
1.4 矢量场的通量及散度 高斯散度定理.....	12
1. 矢量场的通量	12
2. 矢量场的散度	14
3. 高斯散度定理	17
1.5 矢量场的环量及旋度 斯托克斯定理.....	19
1. 矢量场的环量	19
2. 矢量场的旋度	22
3. 斯托克斯定理	26
1.6 场函数的二阶微分运算 无旋场及无源场的位函数.....	28
1.7 亥姆霍兹定理.....	31
1.8 格林定理.....	33
习题	33

第 2 章 电磁场的物理量及电磁现象的基本规律	36
2.1 电磁场的源量——电荷和电流 电荷守恒定律	36
1. 电荷	36
2. 电流	38
3. 电荷守恒定律	42
2.2 电磁场的基本场量——电场强度和磁感应强度	43
1. 库仑定律及电场强度	43
2. 安培磁力定律及磁感应强度	46
2.3 物质的电磁特性	49
1. 传导	49
2. 极化	51
3. 磁化	55
2.4 法拉第电磁感应定律	59
2.5 高斯定理	65
2.6 全电流安培环路定理	68
2.7 磁通连续性原理	74
2.8 麦克斯韦方程组	75
1. 麦克斯韦方程组的基本形式	75
2. 麦克斯韦方程组的物理意义	76
3. 麦克斯韦方程组中的独立方程与非独立方程	77
4. 麦克斯韦方程组的辅助方程	78
5. 麦克斯韦方程组的限定形式与非限定形式	78
6. 静态场、准静态场及电磁波	78
2.9 电磁场的边界条件	81
1. 场矢量的边界条件	82
2. 边界面上的极化电荷和磁化电流	87
3. 边界面上的面电荷及面电流使场矢量产生不连续	88
习题	90
第 3 章 静电场与恒定电场	93
3.1 静电场的基本方程	93
3.2 静电场的有源性——高斯定理及其应用	94
3.3 静电场的无旋性——电场强度与电位	99

1. 电场强度与电位的关系	100
2. 电场强度及电位的积分表示式	102
3.4 泊松方程和拉普拉斯方程	109
3.5 静电场的边界条件	112
1. 电位移的法向分量和电场强度的切向分量的边界条件	112
2. 电位的边界条件	112
3. 两种常见情况	113
3.6 导体系统的电容	117
1. 双导体及孤立导体的电容	117
2. 多导体的电容	118
3.7 静电场的能量	123
1. 点电荷系的能量	123
2. 分布电荷的静电能	125
3. 带电导体系统的静电能	126
4. 静电能的场矢量表示——能量密度	126
3.8 电场力	128
1. 假定各导体的电位不变的情况	128
2. 假定各导体上的电荷量不变的情况	129
3. 对某一转轴的力矩的计算	130
3.9 恒定电场的基本方程及边界条件	130
1. 恒定电场的基本方程	130
2. 恒定电场的边界条件	133
3.10 静电比拟法 电导	137
3.11 焦耳定律	141
习题	142
第4章 静电场边值问题的解法	147
4.1 静电场问题的分类	147
1. 分布型问题	147
2. 边值型问题	147
4.2 静电场解的唯一性定理	149
4.3 分离变量法	150
1. 直角坐标系中二维拉普拉斯方程的分离变量法	150

2. 圆柱坐标系中二维拉普拉斯方程的分离变量法	161
3. 球坐标系中二维拉普拉斯方程的分离变量法	167
4.4 镜像法	172
1. 对于平面的镜像	172
2. 对于球面的镜像	176
3. 对于柱面的镜像	179
4.5 复变函数法	183
1. 复位函数法	183
2. 保角变换法	188
4.6 格林函数法	193
1. 静电场边值问题的格林函数法	193
2. 简单边界条件下的格林函数	196
3. 格林函数法应用举例	197
4.7 有限差分法	198
1. 差分方程的建立	199
2. 差分方程的解法	201
习题	203
第5章 恒定磁场	207
5.1 恒定磁场的基本方程	207
5.2 恒定磁场的有旋性——安培环路定理及其应用	208
5.3 恒定磁场的无源性——磁感应强度与矢量磁位	213
5.4 矢量磁位的微分方程	222
5.5 恒定磁场的边界条件	224
1. 磁感应强度的法向分量和磁场强度的切向分量的边界条件	224
2. 在不同磁介质分界面上磁场方向的关系	224
3. 矢量磁位的边界条件	225
5.6 标量磁位	229
1. 标量磁位的定义	229
2. 等效磁荷	232
3. 标量磁位的微分方程及边界条件	235
5.7 恒定磁场的边值问题	236
1. 分离变量法举例	236

2. 镜像法举例	239
5.8 电感	240
1. 自感	240
2. 互感	245
5.9 磁场的能量	247
1. 载流回路系统的能量	247
2. 磁能的场矢量表示、能量密度	249
5.10 磁场力	251
1. 假定各回路电流不变的情况	251
2. 假定各回路磁链不变的情况	252
3. 回路所受力矩的计算	253
习题	254
第6章 时变电磁场	257
6.1 波动方程	257
6.2 时变电磁场的位函数	259
1. 矢量位和标量位	259
2. 位函数的波动方程	260
6.3 坡印亭定理及坡印亭矢量	263
1. 坡印亭定理	263
2. 坡印亭矢量	266
6.4 时谐电磁场、麦克斯韦方程组和边界条件的复数形式	267
1. 场量和源量的复数形式	268
2. 麦克斯韦方程组的复数形式	269
3. 时谐场的边界条件	270
6.5 时谐场中的亥姆霍兹方程	273
1. 场强复矢量的亥姆霍兹方程	274
2. 位函数及其非齐次亥姆霍兹方程	275
6.6 复坡印亭定理及复坡印亭矢量	276
1. 时谐实矢量乘积的时间平均值	276
2. 复坡印亭定理、复坡印亭矢量、平均坡印亭矢量	278
6.7 时谐场中媒质的性质	281
6.8 时变电磁场的唯一性定理	284

习题	286
第7章 各向同性媒质中的均匀平面波	288
7.1 理想介质中的均匀平面波	288
1. 理想介质中均匀平面波的电场和磁场	288
2. 理想介质中均匀平面波的传播特性	292
7.2 导电媒质中的均匀平面波	296
1. 导电媒质中均匀平面波的电场和磁场	296
2. 导电媒质中均匀平面波的传播特性	297
3. 良介质和良导体中参量的近似表示式	300
7.3 沿任意方向传播的均匀平面波	304
1. 场强的表示式	304
2. 波的特性	305
7.4 电磁波的极化	307
1. 极化的类型	307
2. 极化状态的判别方法	311
7.5 相速、群速与色散	314
7.6 均匀平面波对平面分界面的垂直入射	316
1. 对理想介质分界面的垂直入射	317
2. 对理想导体表面的垂直入射	321
3. 对良导体表面的垂直入射	323
4. 对多层媒质分界面的垂直入射	327
7.7 均匀平面波对平面分界面的斜入射	331
1. 反射定律和折射定律	332
2. 反射系数及折射系数	333
3. 对理想导体表面的斜入射	336
4. 对理想介质分界面的斜入射	341
5. 对良导体表面的斜入射	346
习题	348
第8章 各向异性媒质中的均匀平面波	353
8.1 磁化等离子体中的均匀平面波	353
1. 自由电子的运动方程	353
2. 张量介电常数	355

3. 磁化等离子体中的均匀平面波	358
8.2 磁化铁氧体中的均匀平面波	365
1. 自旋电子磁矩的运动方程	365
2. 张量磁导率	368
3. 磁化铁氧体中的均匀平面波	369
习题	373
第 9 章 导行电磁波	375
9.1 导行电磁波的分析方法	375
1. 导行电磁波的波型	375
2. 矢量波动方程的分解	376
3. 横向场与纵向场分量的关系	377
4. TM 模及 TE 模的求解	378
5. TEM 模的求解	379
9.2 导行电磁波的传播特性	381
1. TM 波和 TE 波的传输特性	381
2. TEM 波的传输特性	384
9.3 导波的传输功率和衰减	385
1. 传输功率	385
2. 衰减	386
9.4 矩形波导	387
1. 电磁场解及波型	387
2. 截止波长	392
3. 矩形波导中的主模 TE_{10}	394
9.5 圆柱形波导	400
1. 电磁场解及波型	400
2. 截止波长	404
3. 圆柱形波导中常用的三个模式	405
9.6 同轴线	406
1. 主模 TEM 波	407
2. 高次模的截止波长	409
9.7 谐振腔	409
1. 谐振腔中的电磁场和振荡模式	410

2. 谐振波长	412
3. 固有品质因数	414
4. 矩形腔和圆柱腔中的常用振荡模式	415
习题	416
第 10 章 电磁波的辐射	419
10.1 滞后位	419
10.2 电偶极子的辐射	423
1. 电偶极子的电磁场	423
2. 电偶极子的辐射特性及天线的电参量	426
10.3 对偶原理与磁偶极子的辐射	432
1. 麦克斯韦方程组的对称形式及对偶原理	432
2. 磁偶极子的辐射	434
10.4 对称振子和天线阵概念	438
1. 对称振子	439
2. 天线阵的概念	442
10.5 面元的辐射	448
1. 等效原理	448
2. 面元的辐射	449
习题	451
附录	453
附录 A 正交坐标系	453
附录 B 矢量代数	456
附录 C 矢量函数的偏导数	458
附录 D 矢量函数的积分	460
附录 E 算子 ∇ 的常用恒等式	462
附录 F 梯度、散度、旋度及标性拉普拉斯运算的展开式	463
附录 G 狄拉克 δ 函数简介	464
附录 H 立体角的概念	467
参考文献	469
部分习题参考答案	470

第 1 章 矢量分析及场论基础

电磁场是矢量场,其物理量如电场强度、电位移、磁感应强度和磁场强度都是矢量函数,研究矢量场特性的主要数学理论和工具就是矢量分析及场论。所以,本章是学习本课程的基础。在本章中,首先介绍矢量的基本知识和场的有关概念,接着分析标量场的梯度和矢量场的散度、旋度。最后,利用矢量分析的工具对矢量场的性质和分类进行讨论。引入位函数,这就是场论的内容。亥姆霍兹定理,是对电磁场进行研究的理论基础。

1.1 矢量的基本概念

1. 标量与矢量

只有大小而无方向的量称为标量。例如,温度、时间、质量等都是标量。

既有大小又有方向且满足平行四边形合成法则的量称为矢量。例如,力、速度、力矩等都是矢量。矢量用黑体字母如 \mathbf{A} 表示,而它的大小(或称为模)则用 $|\mathbf{A}|$ 或 A 表示。

我们可以形象地用一有向线段来表示矢量;有向线段的指向就是矢量的方向,其长度正比于矢量的模值。标有箭头的一端为末端,另一端为始端。空间某点处的矢量常用始端位于该点的一有向线段表示。如果两矢量 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 有相同的模值和方向,则说它们是相等的,即 $\mathbf{A}=\mathbf{B}$ 。故两矢量即使它们位于空间不同的点,它们也可以是相等的。

2. 单位矢量与矢量的分量

长度(即模)为 1 的矢量称为单位矢量,本书中用 \mathbf{e} 表示。任一矢量 \mathbf{A} 的单位矢量表示为 \mathbf{e}_A ,显然有

$$\mathbf{e}_A = \frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|} = \frac{\mathbf{A}}{A} \quad \text{或} \quad \mathbf{A} = \mathbf{e}_A A \quad (1-1-1)$$

在直角坐标系中,有一组基本单位矢量,或称为坐标单位矢量: \mathbf{e}_x 、 \mathbf{e}_y 和 \mathbf{e}_z 。在空间任一点处, \mathbf{e}_x 、 \mathbf{e}_y 及 \mathbf{e}_z 的方向都分别与坐标轴 x 、 y 及 z 轴的正向一致。设某点处矢量 \mathbf{A} 在 \mathbf{e}_x 、 \mathbf{e}_y 及 \mathbf{e}_z 方向上的投影分别为 A_x 、 A_y 及 A_z ,它们称为矢量 \mathbf{A} 在 x 、 y 、 z 方向的分量,如图 1-1-1 所示。在直角坐标系中,某点 P 处,矢量 \mathbf{A} 表示为

$$\mathbf{A} = \mathbf{e}_x A_x + \mathbf{e}_y A_y + \mathbf{e}_z A_z \quad (1-1-2)$$

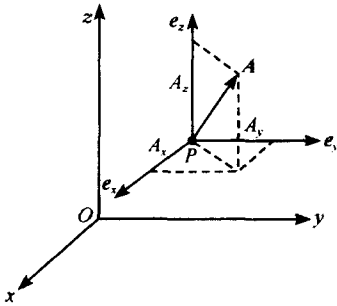


图 1-1-1

其模为

$$|\mathbf{A}| = A = (A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)^{1/2} \quad (1-1-3)$$

而 \mathbf{A} 的单位矢量为

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_A &= \frac{\mathbf{A}}{A} = \mathbf{e}_x \frac{A_x}{A} + \mathbf{e}_y \frac{A_y}{A} + \mathbf{e}_z \frac{A_z}{A} \\ &= \mathbf{e}_x \cos\alpha + \mathbf{e}_y \cos\beta + \mathbf{e}_z \cos\gamma \quad (1-1-4) \end{aligned}$$

式中 α, β, γ 分别是 \mathbf{A} 与 $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ 间的夹角, 而且

$$\cos\alpha = \frac{A_x}{A}, \cos\beta = \frac{A_y}{A}, \cos\gamma = \frac{A_z}{A} \text{ 称为矢量 } \mathbf{A} \text{ 的方向}$$

余弦, 因此, $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$ 。

在其他正交坐标系中, 例如, 圆柱坐标系中变量为 ρ, φ, z , 坐标单位矢量为 $\mathbf{e}_\rho, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z$, 矢量 \mathbf{A} 在其上的分量分别为 A_ρ, A_φ, A_z , 则有

$$\mathbf{A} = \mathbf{e}_\rho A_\rho + \mathbf{e}_\varphi A_\varphi + \mathbf{e}_z A_z \quad (1-1-5)$$

$$|\mathbf{A}| = A = (A_\rho^2 + A_\varphi^2 + A_z^2)^{1/2} \quad (1-1-6)$$

而在球坐标系中, 坐标变量为 r, θ, φ , 坐标单位矢量为 $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\varphi$, 矢量 \mathbf{A} 在其上的分量分别为 A_r, A_θ, A_φ , 则有

$$\mathbf{A} = \mathbf{e}_r A_r + \mathbf{e}_\theta A_\theta + \mathbf{e}_\varphi A_\varphi \quad (1-1-7)$$

$$|\mathbf{A}| = A = [A_r^2 + A_\theta^2 + A_\varphi^2]^{1/2} \quad (1-1-8)$$

要注意的是, 在直角坐标系中, 任一点处的坐标单位矢量 $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ 的方向都分别相同, 而在圆柱坐标系中除 \mathbf{e}_z 在各点的方向均相同以外, \mathbf{e}_ρ 和 \mathbf{e}_φ 的方向都随坐标 φ 变化。在球坐标系中除 \mathbf{e}_φ 的方向随坐标 φ 变化外, \mathbf{e}_r 和 \mathbf{e}_θ 的方向也都随坐标 θ 及 φ 而变化。

在附录 A 中, 介绍了正交坐标系的概念, 并给出了三种常用的正交坐标系, 即直角坐标系、圆柱坐标系和球坐标系中的坐标变量、坐标单位矢量以及它们之间的转换关系, 矢量 \mathbf{A} 在各坐标系中的表达式的转换关系等。

3. 位置矢量与距离矢量

空间中任一点 P , 在直角坐标系中的坐标为 (x, y, z) 。 P 点的位置也可用一个始点为坐标原点 O , 终点为 P 点的矢量 \mathbf{r} 来表示。 矢量 \mathbf{r} 称为 P 点的位置矢量或矢径。 由于 \mathbf{r} 的分量就是 P 点的坐标值 x, y, z , 则由式(1-1-2)有

$$\mathbf{r} = \mathbf{e}_x x + \mathbf{e}_y y + \mathbf{e}_z z \quad (1-1-9)$$

因此, 可以用 P 点的位置矢量 \mathbf{r} 来表示 P 点的坐标值 (x, y, z) 。 以后, 我们将普遍采用这种表示方法。

同理, 如有另一点 $P'(x', y', z')$, 其位置矢量为

$$\mathbf{r}' = \mathbf{e}_x x' + \mathbf{e}_y y' + \mathbf{e}_z z' \quad (1-1-10)$$