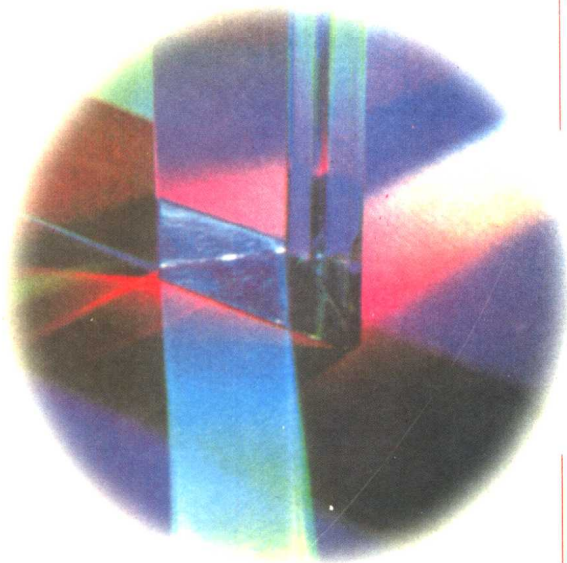


◆ 中学教师继续教育教材 ◆

数学教材分析



孙宏安 / 编著



辽宁师范大学出版社

数学教材分析

孙宏安 编著

辽宁师范大学出版社

数学教材分析

孙宏安 编著

辽宁师范大学出版社出版

(大连市黄河路 850 号 邮政编码 116029)

金城印刷厂印刷 辽宁师范大学出版社发行

开本: 787×1092 毫米 1/32 字数: 200 千字 印张: 9 1/4

印数: 3301~8300 册

2000 年 4 月修订本

2000 年 4 月第 2 次印刷

责任编辑: 何 成

责任校对: 何 丽

封面设计: 魏 东

版式设计: 白 水

ISBN 7-81042-299-5/G · 185

定价: 11.50 元

如发现印装质量问题, 请与印刷厂调换

序

国家振兴,教育为本;教育振兴,教师为本。通过继续教育提高中小学教师素质,建设一支适应时代发展需要的师资队伍,是深化基础教育改革、全面实施素质教育的迫切要求,是培养千百万合格的社会主义事业的建设者和接班人的大事。

当代世界教育迅猛发展,各国正在面向 21 世纪,建立适合人的个性发展的终身教育体系,“管用一生的一次性教育”已被“贯穿一生的终身教育”所代替。这就决定了教师必须不断接受继续教育。我国《教师法》明确规定“接受继续教育是教师的权利和义务”。经过多年努力,到“八五”末期,教师基本完成了学历补偿教育,教师的学历达标率有了较大幅度的提高。但不容忽视的是,相当一部分教师的教育教学能力还存在着较大差距,表现为教师把握大纲和驾驭教材的能力较差,教学设计不够科学合理,教法单一,教育管理能力薄弱,教研科研能力水平较低,教学基本功不过硬等。因此,从“九五”初期开始,教师培训的重心已经转移到以提高教师的实际教育教学能力为主的继续教育上来。

根据国家教育部《关于加强在职中小学教师培训工作的意见》,适应全面实施素质教育的要求,我们组织编写了教师继续教育系列教材。这套教材是依据以提高教师教育教学能力为重点的培训宗旨,在充分调查研究和反复论证基础上完

成的。它分为思想政治和学科教育教学两类,教材内容不追求理论知识的系统性与完整性,而是侧重于专题研究,体现实用性和针对性,力求解决教育教学实践中遇到的各种实际问题。这套教材在付梓之前,经过了一年的试用,各学科编写者在广泛征求各方面意见的基础上,进行了认真的修改,教材的内容更贴近实际,更有助于提高教师的实际教育教学能力。

教师继续教育是一项系统工程,构建具有特色的教师继续教育模式更是一项艰巨的任务。目前,教师继续教育尚处于探索、研究、实践阶段,编写继续教育教材是一项正在探索的工作,教育行政部门、教师培训院校和广大基层学校只有不断的努力和探索,才能切实做好这项工作,进而提高教师的整体素质。

在这套教材正式出版之际,我谨向参与教材编写的教师们和精心审稿的专家们表示衷心的感谢,希望培训院校和教研部门的同志们在实践中不断充实和完善它,希望教师学好课程,用好教材,服务于教育教学实践。

王允庆

2000年2月

前 言

《数学教材分析》一书对初中数学教材(包括教科书和教师用书)进行教学法分析,其目标是为初中数学教师的数学教学工作提供参考。

本书内容包括初中代数教材分析和初中几何教材分析两大部分,对教材进行逐章逐节的分析。按“教学目标”、“知识结构”、“数学思想方法”、“教材理解与处理”四项进行展开,为初中数学教师更好地掌握教材提供帮助。其中“数学思想方法”为数学思想方法教学提供素材,“教材理解与处理”包括对“教师用书”的理解和使用,其内容是对后者的阐释和补充,一般不作重复的赘述。

本书还对国外的教材作了一些简介,有利于初中数学教师了解主要发达国家的初中数学教材,为更好地掌握、使用我们的教材提供重要的参考。

本书的编写参阅了国内同仁的大量著述,谨对诸多作者表示由衷的感谢!郭大文同志审阅了全书,提出了一些宝贵的意见,在此一并致谢!

由于本人学历有限,水平不高,敬请读者批评指教!

编著者

2000年2月

目 录

第一讲 初中代数教材分析

一、代数初阶	1
1. 代数初步知识	1
2. 有理数	8
3. 整式的加减	26
二、一次方程和不等式	34
1. 一元一次方程	34
2. 二元一次方程组	43
3. 一元一次不等式和一元一次不等式组	52
三、因式分解和分式	57
1. 整式的乘除	57
2. 因式分解	62
3. 分式	72
四、开方与根式	81
1. 数的开方	81
2. 二次根式	92
五、一元二次方程	100
1. 教学目标及知识结构	100
2. 教材理解与处理	106

六、函数及其图象	121
1. 教学目标及知识结构	121
2. 教材理解与处理	127
七、统计初步	131
1. 教学目标与知识结构	131
2. 教材理解与处理	136
3. 常见统计指标	139

第二讲 初中几何教材分析

一、几何初阶	145
1. 引言	145
2. 线段、角	147
3. 相交线、平行线	153
4. 三角形	167
二、四边形和相似三角形	180
1. 四边形	180
2. 相似三角形	190
三、解三角形和圆	197
1. 解直角三角形	197
2. 圆	203

附录 一些国家初中数学教材简况

一、日本	224
------------	-----

1. 各年级的教学目标和教学内容	224
2. 教材中关于数学史的处理	228
二、法国	232
三、德国	236
1. 德国中学教材简况	236
2. 《直观几何》教材片断	239
四、俄罗斯	244
1. 初中数学教材简况	244
2. 几何教材一例	247
五、英国	254
六、美国	261
1. UCSMP 的背景和指导思想	262
2. UCSMP 教材的体系与结构	264
3. UCSMP 教材的特色	267

第一讲 初中代数教材分析

本讲对教科书《代数》第一册(上、下)、第二册、第三册以及相应的教师用书进行分析,按前言,“分析”分为:教学目标、知识结构、数学思想方法和教材理解与处理四大部分,一般是以几章教材(章按教科书的划分)为一节内容,比较特殊的内容,如一元二次方程、函数及其图象以及统计初步,每章教材单用一节分析。

一、代数初阶

本节对初中代数教材的前三章——代数初步知识、有理数和整式的加减——进行分析。

1. 代数初步知识

按前言指出的,本节从教学目标、知识结构、数学思想方法、教材理解与处理等几个方面来分析这一章教材。

(1) 教学目标

用表 1.1 表示出这一章的教学目标。注意,本书的目标采用《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲(试用)》(1992)中规定的四个层次:了解、理解、掌握、灵活运用,具体地:

了解:对知识的涵义有感性的、初步的认识,能够说出这一知识是什么,能够(或会)在有关的问题中识别它。

理解:对概念和规律(定律、定理、公式、法则等)达到了理性认识,不仅能够说出概念和规律是什么,而且能够知道它

是怎样得出来的,它与其他概念和规律之间的联系,有什么用途。

掌握:一般地说,是在理解的基础上,通过练习,形成技能,能够(或会)用它去解决一些问题。

灵活运用:能够综合运用知识并达到了灵活的程度,从而形成了能力。

表 1.1

教学内容	要 求			
	了解	理解	掌握	灵活运用
用字母表示数的意义		✓		
代数式的意义	✓			
列代数式表示简单的数量关系			✓	
简单公式的导出方法	✓			
求代数式的值(包括利用公式计算)			✓	
方程、方程的解、解方程的意义	✓			
解简易方程			✓	
列方程解简单应用题		✓		

(2) 知识结构

这一章从“用字母表示数”开始、以“代数式”为主要内容,通过列代数式表示简单的数量关系、简单公式的导出方法及求代数式的值来了解代数式的意义,为以后的学习打下基础。此外,通过解简易方程和列简易方程解实际问题的学习使学生对“代数方法”有所体会。列方程,在设好未知数后,主要就是列出代数式;而解方程与公式有关,解方程的检验,又是求代数式的值。因此,列方程解应用问题可视为对本章所学知识的综合运用。

本章的知识的结构如图 1.1 所示。

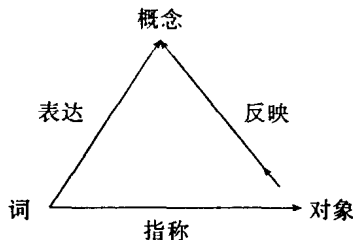


图1. 1

(3) 数学思想方法

本章中渗透着这样几种数学思想方法：归纳、概括的方法和一般化特殊化的思想及对应思想。

归纳、概括方法。

认识“用字母表示数”就是采用了一种归纳概括的模式。课本 1.1 节给出 4 个例子，如其中的例子为：

步行速度： $15 \div 3 = 5$ (千米 / 时)

骑车速度： $15 \div 1 = 15$ (千米 / 时)

乘汽车速度： $15 \div 0.25 = 60$ (千米 / 时)

(“用字母代表数”)：如果用 s 表示路程， t 表时间， v 表示速度，那么就有

$$v = \frac{s}{t}$$

可见，用字母表示数，就采用了归纳方式——由个别到一般的方式。数是个别，字母是一般。

一般化和特殊化思想。

实际上，列代数式是从特殊到一般，即一般化。而求代数

式的值,则是从一般到特殊、即特殊化。因而教学中可以结合有关内容适当渗透一般化和特殊化思想以至于特殊和一般相互转化的辩证思想。

对应思想。

在教“求代数式的值”时,可以渗透对应思想。如书上习题,求代数式 $2a^2 - 1$ 的值,当给定 $a = 1, 1.5, 2, 2\frac{1}{3}, 2.6$ 时, $2a^2 - 1$ 的值分别为 $1, 3.5, 7, 9\frac{8}{9}, 12.52$ 。这就是说,当 a 值确定后, $2a^2 - 1$ 就有一个确定的值与之相对应。这一思想应向学生渗透,其他如 a 的取值范围等可以不谈。

(4) 教材理解与处理

这一章的教学重点是代数式的有关知识。从“代数”本身来看,用代数方法解决问题的关键是把问题中的数量关系用代数式表示出来,而列代数式的前提是用字母表示数。因此,这一章教材的逻辑起点就是用字母表示数。

用字母表示数是从算术发展到代数的一个基本特征。这必然构成教材中的一个重点。

用字母表示数,是人的认识的一个重大的飞跃。历史上是这样,个人认识的发展也是这样,对于学生来说,这一飞跃亦有一定的难度,是本章的教学难点之一。

解决难点的方法是与小学数学相联系,充分利用学生认知结构中已有的知识。教科书也是这样展开的——小学中已有了字母表示的数,当然只是一些特例,是在表述运算律和公式时采用的,但仍可作为初中生进一步认识的基础。教科书中先引用小学数学中讲过的加法交换律和乘法交换律的例子,使学生对字母表示数有所认识,然后再在此认识的基础上举

出另两个实例,引出各种式子,这就自然而然地得出了代数式的概念。

按前述目标,我们要求“了解”代数式的意义,因此教科书中并没有直接给出代数式的定义,书上指出的“像这样的式子都是代数式”对代数式加以例解说明,决不能要求学生背。至于教科书的小结与复习中,给出了代数式的一个“定义”,它也只是一种描述。

列代数式是本章的另一个重点。实际上,本章所谓“代数初步知识”就是在小学数学的基础上,以代数式为主要内容进行编排的,所以关于列代数式的知识在本章各节都有表现。作为能力要求,则是在复习小学基本运算能力的基础上提高列代数式的水平。

列代数式也是本章的一个难点。因为它要求把自然语言转化成代数语言,因而不只涉及自然语言与代数符号(代数语言)的关系问题而且还涉及一些问题中语言叙述表达的运算顺序问题。对于刚入中学的学生来说,在两方面都没有训练,所以会感到困难。

解决难点的方法是紧扣教科书,按顺序逐渐展开,不能急于求成,一般不要对所学知识作拓广,例题、习题难度不要加深。学生还可在以后几章中逐步解决列代数式知识的拓广、加深问题。关键是:正确理解、弄清问题中的数量关系;再一个是弄清问题中的运算顺序。

就实际问题来说,把问题中的数量关系列成代数式,是用数学方法解决问题的第一步,下一步就要确定代数式的值,即根据代数式中字母所取的值把代数式的值求出来。因而在完成列代数式的教学后,自然就过渡到“代数式的值”这一

课题。教科书正是按这一思路引入课题的：先提出一个问题，为了解决此问题，先列代数式，再根据代数式中字母的值，求出代数式的值，引出本课题。

这一课题的重点是指出求代数式的值的方法，如按上述引例来说，求代数式的方法是：先用“数代替代数式里的字母”（叫“代入”），再“按照代数式指明的运算，计算出结果”^①（叫“计算”）这样两步。

注意此时学生只学过正有理数和0，因此求代数式值的运算不可超过这个范围。以后随数系的扩张，再回到扩大范围的求代数式的值上来。

在前面指出，教科书在引入“代数式”时，利用了小学学习的运算律的公式，小学还学过其他公式，如计算面积、体积的公式。实际，公式一般是用代数式给出的，公式是用等号联接的两个代数式。而小学阶段运用公式解决问题，实质上是求代数式的值。公式在进一步学习以及生产生活中有广泛的应用，因而教科书在“求值”后安排了“公式”这一课题。

这一课题主要指明“公式”的代数特征，先总结小学中学过的公式，在复习的基础上引入代数的角度的“公式”，使小学数学与初中代数衔接得更好。由于此时学生的代数知识有限，此课题中，一般公式是已知的，通过给定的数值求出结果——代数式的值。与前一课题联系起来了。

方程是一个十分重要的数学课题，在小学就已经学过。而现在，学完了代数式——用字母表示数、列代数式和求代数式的值——之后，又可以从一个新的角度来看待方程。而且

① 引号中为教科书中的内容，以下不注。

在整个中学数学中,方程一直是一个重要课题,与之对应的是在古典代数学中,方程是核心的内容。由于以后要详细讲方程问题。对应于学生已有的知识,这一章只给出“简易方程”的课题。其主要目的在于:一,对小学数学学过的有关方程知识加以整理、复习,从而做好与小学数学的衔接;二,阐述小学方程的算术解法与代数解法的区别,从而表现出“代数”特征,对代数式内容加以综合运用。

方程的代数解法在本章中是一个难点。因为代数解法显然要用“等式的性质”,但此时并没讲授(第四章才讲)。教科书采用了算术方法和代数方法对比的阐述方式,从结果一样指出代数方法的合理性。实际上,这属于对代数方法的一种“渗透”,要做到适度,不要拓广,引伸,避免加重学生不必要的负担。也正由于这个原因,涉及的方程都比较简单,叫简易方程,所谓“简易”指的是:不用合并同类项,不用去括号,不用移项等代数方法来解方程。但无论如何,一定要使学生摆脱算术解法的束缚,会用代数解法求解方程。

与前述代数式知识对照起来,列方程的基础是列代数式,解方程的检验,相当于求代数式的值,公式则与解方程密切相关。因此列方程解应用题就是本章所学知识和技能的综合运用。教学中应充分利用这一点。

参考题^①

1. 判断

(1) $2b$ 是偶数。

^① 本书对教科书的几乎所有的章的分析之后都列出一定的“参考题”,供教师参考,其中多数可作为要求学生巩固本章若干内容时选用。

(2) 方程 $6x + 3 = 8$ 左边是代数式, 右边不是代数式。

2. 用语言表达代数式 $u + \frac{1}{v}$, 正确的是:

(1) u 与 v 的倒数和。

(2) $\frac{1}{v}$ 与 $\frac{1}{u}$ 的倒数和。

(3) 1 除 v 加 u 。

(4) u 加 1 除以 v 的和。

3. 用代数式表示一个十位数字是 a 、个位数字是 b 的两位数。

2. 有理数

初中代数中的“有理数”是整个代数的基础, 特别的有理数的运算, 更是初等数学的基本运算。因而, 教好学好“有理数”这一章是十分重要的。

(1) 教学目标

这一章分为两个单元: 有理数的意义和有理数的运算。按《大纲》的规定, 本章教学的目标如表 1.2 所示。具体要求“了解”、“理解”、“掌握”、“灵活运用”如前节所述。