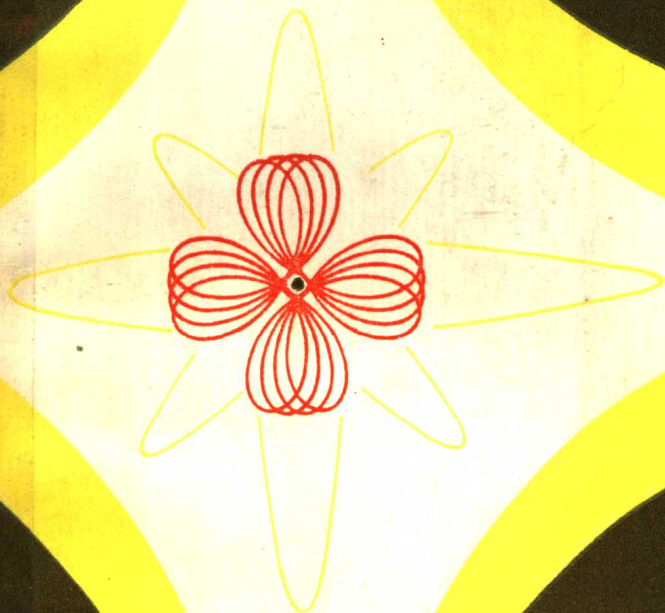


科学小品丛书



数学轶趣

插图：孙为国

技术图：奚肖康

科学小品丛书

数 学 轶 趣

章 祥 瑞

出版：江苏科学技术出版社

发行：江苏省新华书店

印刷：南通稻舂印刷厂

开本787×1092毫米 1/36 印张4.25 插页2 字数60,000

1984年11月第1版 1984年11月第1次印刷

印数1-12,200册

书号 13196·172 定价 0.57元

责任编辑 罗时金

— 目 录 —

勾股定理与星际交往·····	1
宇宙的美神——0.618·····	6
蜜蜂的数学才华·····	11
生物与数学·····	16
八卦·二进制·现代科学·····	21
大千世界话排列·····	27
数学世界的“百慕大三角”——幻方 ·····	32
奇妙的正方形·····	39
橡皮几何学拾趣·····	45
皇冠上的明珠——“哥德巴赫猜想” ·····	51
“ π ”趣谈·····	57
漫话模糊数学·····	62
“分牛传说”的联想·····	68

发现数学真理的一把钥匙——

类比法·····	75
死里逃生的奥秘·····	80
数字的迷信·····	85
戳穿“摸彩”的骗局·····	89
未卜先知·····	93
自然现象之谜·····	96
“尺趣”三谈·····	101
拿破仑与数学·····	108
十万马克的悬赏·····	112
漫话对数·····	117
计算机史话·····	123
电子时代话算盘·····	129

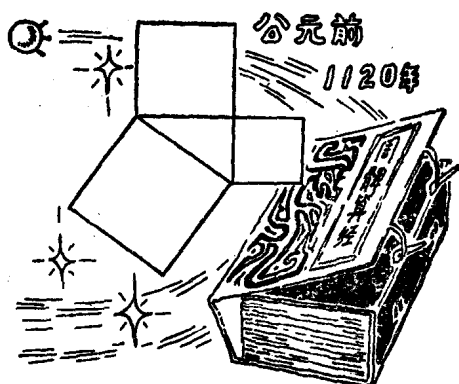
勾股定理与星际交往

历史上有些曾经被人所掌握的知识，随着时间的流逝，渐渐销声匿迹了，人们只能在故纸堆中寻觅它们的踪影。然而，另外一些知识，尽管它们源于古老的年代，却至今仍然光彩夺目，显示了旺盛的生命力。

勾股定理就属后一类型。

勾股定理是一条古老的数学定理。可以毫不夸张地说：世界上任何一个具有古老文化的国家和民族都会公认，勾股定理是最早被认识的数学定理之一。

在我国古代数学名著《周髀算经》中，记载了公元前1120年商高回答周公的话：“……故折矩以为勾广三、股修四，经隅五。”这就是常说的“勾三、股四、弦五”。其实，相传早在四千多年前，夏禹治水时它就被认识和应用了。该书中还记载了公元前七世纪陈子的一段论述：“求邪(斜)至日者，以日下为勾，以日高为股，勾股各自乘，并而开方除之，得邪至日。”这就是 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ 。



约在三千八百年前，埃及传教士阿默斯手抄了一本《阿默斯手册》，书中写道，当时的埃及人已经知道：用三根各长三、四、五尺的绳子作为一个三角形的三条边，那么，两条短边是互相垂直的。这与我国古代的“勾三股四弦五”的发现，简直是不谋而合。

相传在二千四百年前，当毕达哥拉斯发现这个以他的名字命名的几何定理时，欣喜若狂，杀了一百头牛供奉神灵。所以西方人把勾股定理叫做毕达哥拉斯定理，又称“百牛定理”。这个传说给勾股定理抹上了一层神秘的色彩。其实，勾股定理的发现，并非天佑神助，它是人类科技发展的必然产物。

在漫长的岁月中，人们对勾股定理进行了充

分的研究,创造出了许许多多奇妙的证法。据说,国外有一本书,专门收集了证明勾股定理的三百七十多种不同方法。在初等几何的宝库里,勾股定理不愧是一件绚丽的珍宝,没有它,几何学将大为失色。然而,勾股定理并不仅限于此,它和其他学科也有千丝万缕的联系。

在毕达哥拉斯生长的那个时代,数被看得很神秘。毕氏曾经断言:“世界上只有整数和分数,除此以外,就再也没有别的什么数了。”约在公元前五世纪,毕氏的学生希伯斯根据勾股定理发现:“边长为1的正方形的对角线不能用整数表示,也不能用分数表示。”希伯斯悉心钻研,确信:这个对角线表示的数是还未被认识的新数——无理数。

希伯斯的这一发现,“触犯”了毕达哥拉斯。因而遭到了毕氏信徒的谋害,被扔进了地中海。希伯斯为追求真理,献出了生命。这一桩“亘古奇冤”被人们称之为第一次数学危机。希伯斯虽然被毕氏残忍地谋杀了,但他发现的无理数却开阔了人们的眼界,促进了数学和科技的发展。

近年来,传闻中的各种飞碟,在人们中间引起了一场对“外星人”的狂热争论。1960年美国国家射电天文台对恒星波江座G星系监测时,曾得到过一部“天书”,但难以确定它的可靠性。难道伊卡

河床中那些类似飞碟、飞船的石刻图案真是天外来客留下的“天书”？至于那些现代人被星外来客劫持的种种传闻和所谓美国冷藏着44具“外星人”尸体的消息，使这场争论更加神乎其神了。这些传闻是否荒诞不经，我们姑且不论。但对外星人的存在，人们是没有多大异议的。

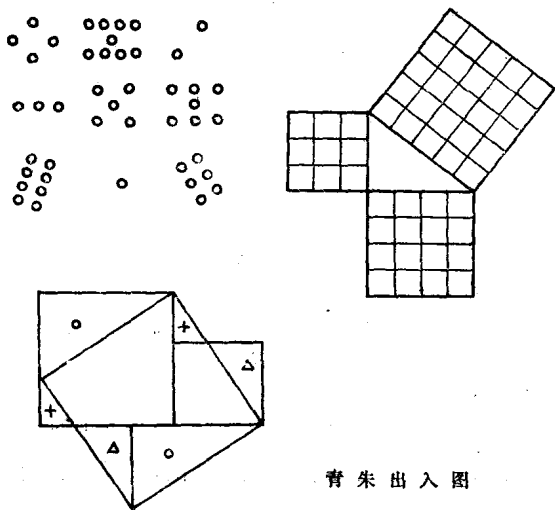
有朝一日，我们可以到其他星球上去旅行。与外星人打交道，首先遇到的无疑是语言问题。按常识而论，操不同方言的人相遇，若不用“翻译”，彼此之间就“不知所云”，那么，要同外星人交谈，语言隔阂造成的困难是可想而知的。到底怎样同“外星人”进行交谈呢？这是个“十分棘手”的问题。据载：法国某学院还为此专门设立了一笔十万法郎的巨额奖金，以鼓励首次与“外星人”成功交谈的人。

现代科学技术把人们引入了神奇的境界：带着“地球之音”唱片的“旅行者号”宇宙飞船，飞向茫茫太空，去寻找“外星人”……

在科学家看来，与“外星人”交谈是完全可能的。当今，世界上一些严肃的科学家确实在从事与“外星人”交谈的“宇宙语言工作”。当代德国数学家汉斯·弗洛依登萨尔教授曾经写过一本名为《LINCOS》——宇宙交往用语言的设计的书，书中

阐述了播发和认识宇宙语言的基本原理：宇宙语言只能用十分抽象的数学语言来表达。我国著名数学家华罗庚教授认为：我们可以用两个图形作为与外星人之间的媒介，一个是“数”，一个是“数形关系”（勾股定理）。为了让“外星人”知道我们会几何证明，还可以送去“青朱出入图”，这些都是我国古代数学史上的成就。

不管是多么原始的理智生命都会有“数”的概念。不论在哪个星球上，数学都是一切有智慧的生物的共同语言。可以相信，华罗庚教授建议采用的数学图形，将有助于沟通我们和“外星人”的交往。



青朱出入图

宇宙的美神——0.618

“飞流直下三千尺，疑是银河落九天。”这是唐代大诗人李白咏瀑布的杰作，超凡飘逸；“横看成岭侧成峰，远近高低各不同。”这是宋代大文豪苏东坡咏《题西林壁》的佳句，出类拔萃。吟咏这样的诗句，无疑是一种美的享受。

艺术造诣精湛的绘画大师达·芬奇的那幅《蒙娜·丽莎》永恒微笑的肖像画，使人迷恋、陶醉；稀世艺术珍宝爱神“维纳斯”雕像，令人动情、倾倒；艺术瑰宝“海姑娘”——阿曼达的裸体雕塑，风姿绰约、妩媚逗人；贝多芬的“英雄交响曲”留给人们的是莫大的感染、启迪、鼓舞……这些都是艺术家天赋、灵感、心血的结晶。是艺术的美。

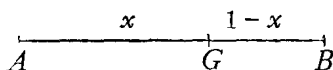
艺术的美，具有诱人的魅力；然而，科学的美，更令人神驰。

科学素养欠缺的人，总会认为大自然是杂乱无章的，科学家慧眼与此完全相反。众所周知，随着优选法的推广和应用，“0.618”这个数已为人们所认识。人们把它称为“黄金分割点”。诚如中世

纪著名数学家、天文学家开普勒所说：黄金分割是几何学的一大宝藏。

所谓黄金分割，是指把一条线段分成两段，使其中较长部分是全线段和较短部分的比例中项。

如图所示，



设 G 是线段 AB 的分点，若 $AB:AG = AG:GB$ ，即 $AG^2 = AB \cdot GB$ ，这就是黄金分割的具体意义。若 G 是所求的分点，设 $AB=1$ ， $AG=x$ ，则 $GB=1-x$ ，于是 $1:x = x:(1-x)$ ，即 $x^2 + x - 1$

$$= 0, \text{ 解得 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}, \text{ 舍去负值, 得 } x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

≈ 0.618 。黄金分割确定的这类巧妙的比例性质，以及它在某些图形中的反复出现，往往使人感到神奇莫测。黄金分割冠以“黄金”二字，说明它的重要性和应用上的广泛性。艺术家利用它塑造了大量令人赞叹的艺术珍品；科学家利用它创造了丰硕的科技成果。

在舞台上，风度潇洒的报幕员出场亮相，总是站在近于舞台的“黄金分割点”处，这样的位置会给观众留下一个美的形象；那些高水平的演员，在弦乐器的演奏中，总是把“千斤”放在琴弦的“黄金

分割点”处，这样获得的乐声特别宏亮清脆，音色更优美和谐。

在古代，人们就注意到矩形两边之比符合黄金分割比0.618时，是最优美的。人们把这种矩形称为金矩形。一百多年前，德国心理学家弗希纳曾精心自制了各种矩形，还专门开了一个矩形展览会，他邀请了592位朋友前往参观，并请来宾们观后投票，各自选择一个自认为最美的矩形。结果，被选中的四个矩形的长×宽分别为：5×8；8×13；13×21；21×34。请注意：这四个矩形的边长之比：

$$\frac{5}{8} \approx 0.625; \frac{8}{13} \approx 0.612; \frac{13}{21} \approx 0.619; \frac{21}{34} \approx 0.618。$$

这些比值出人意料地都接近0.618。因而，金矩形长期来受到艺术家、建筑师、科学家的钟爱。难怪日常生活中许多矩形用品和建筑中的矩形结构，往往总是按“黄金分割比”进行设计建造的。

人类把建筑看成是一门科学、一门艺术。打开建筑的史册：耸入云端的摩天大楼；巍峨雄伟的胡夫金字塔；庄重磅礴的埃菲尔铁塔；巧夺天工的多伦多电视塔，无一不是建筑家们精心巧妙地运用“0.618”这个数进行设计的。

人体自身美，即人体最优美的身段，也遵循着

0.618这个黄金分割比。在“维纳斯”雕像、雅典娜女神像、“海姑娘”——阿曼达雕塑等一批世界艺术珍品中，她们的躯干长与身高比都近乎0.618。

就连风靡世界的

芭蕾舞艺术的

魅力也离不开

0.618。在演员

中，要数芭蕾舞

演员的身段是最

苗条的，然而专

家从大量调查中

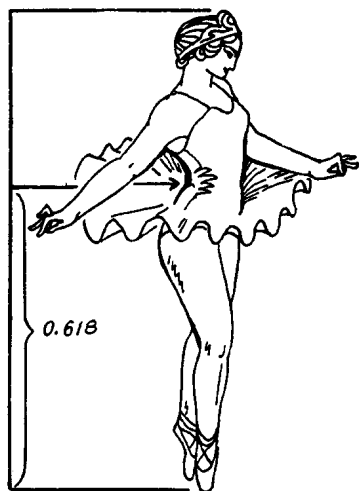
发现，她们的躯

干长与身高之比

约在0.58左右，

远不及“女神”之

美。若提位6—8厘米，演员的躯干长与身高之比就可接近0.618这个黄金分割比。因而每当演员翩翩起舞时，总是踮起脚尖，以图展现出符合0.618身段比例的最优美的艺术形象。艺术家们就是这样巧妙地运用0.618这个美的旋律的。



人们之所以觉得花美，是因为花的色彩、芳香给了人的视觉、嗅觉以快感。花的形态、对称、协调也增添了人的美感。那错落有致的腊梅，灼灼

其华的碧桃，粉装素裹的梨花等一朵朵吐蕊怒放的五瓣鲜花，就特别令人眸及而心旷神怡，它们凭借的就是0.618这个美的密码。

法国著名雕塑家罗丹有句名言：“自然总是美的。”的确如此。大自然不仅使科学焕发了美的光彩，同时也使“美”渗透于科学的范畴。“0.618”这是一个科学的数字，也是一个美的数字；哪里有“0.618”，哪里就有美的闪光。“0.618”这个宇宙的美神应证了大数学家毕达哥拉斯的名言：“凡是美的东西都具有一个共同特征，这就是部分与部分彼此之间，以及部分与整体之间固有的协调一致。”

可喜的是，近百年来，科学与艺术又产生了重新汇合的趋势。两者的原理和方法开始互相渗透、互相复合，难怪外国有些学者认为“科学与艺术结婚”的时代已经来临。

蜜蜂的数学才华

据说,一只蜜蜂,要酿造 1 公斤蜜,必须在100万朵花上采集原料。假如,蜜蜂采蜜的花丛同蜂房的距离平均是1.5公里,那么,蜜蜂采 1 公斤蜜,就得飞上45万公里,差不多等于蜜蜂绕地球赤道飞行11圈。真是,没有蜜蜂的辛劳,哪有蜂蜜的香甜。在从事“甜蜜的事业”中,蜜蜂的艰辛劳动和牺牲精神,固然难能可贵,然而最值得人瞩目、为科学家所钟爱的,还是它为数学和建筑学做出的贡献。

诚如著名生物学家达尔文所说:“蜂房的精巧构造十分符合需要,如果一个人看到蜂房而不倍加赞扬,那他一定是个糊涂虫。”著名数学家华罗庚教授也曾对蜂房作过十分形象的描绘:“如果把蜜蜂放大为人体的大小,蜂箱就成为一个二十公顷的密集市镇。当一道微弱的光线从这个市镇的一边射来时,人们可以看到是一排排五十层高的建筑物。在每一排建筑物上,整整齐齐地排列着簿墙围成的成千上万个正六角形的蜂房。难怪人

们把蜂房誉之为‘自然界的奇异的建筑’。”蜜蜂是“天才的建筑师”，在蜂房的建造中，蜜蜂显示了惊人的数学才华。

翻开科学史册，就会发现曾经有许多著名学者，对蜂房巧妙奇特的结构进行过细致的观察和研究。



早在公元300年左右，古希腊数学家巴普士在他的著作《数学汇编》中写道：“蜂房是盛装蜂蜜的库房，它是由许许多多的正六棱柱，一个挨着一个，紧密地摆列，中间没有一点空隙……蜜蜂希望有匀称规则的图案，也就是需要等边、等角的图形……铺满整个平面区域的正多边形一共有三种，即正三角形、正方形和正六边形。蜜蜂凭着自己

本能的智慧,选择了角数最多的正六边形。因为使用同样多的原材料,正六边形比正三角形和正方形具有最大的面积。从而可以贮藏更多的蜂蜜。”

十六世纪,杰出的天文学家开普勒也曾指出:这种充满空间的对称蜂房的角,应该和菱形十二面体的角一样。生物学家汤普生在《生长与形态》一书中,还详尽地记述了研究蜂房问题的历史和所取得的结果。

十八世纪初,法国学者马拉尔琪曾实测了蜂房,得到一个有趣的结论:每个正六角形的蜂房的底,都是由三个全等的菱形拼成,且每个菱形的钝角都等于 $109^{\circ}28'$,锐角都等于 $70^{\circ}32'$ 。

法国自然哲学家列奥缪拉认定,蜂房的结构绝非偶然现象。他猜想,蜂房可能是相同容积中最省材料的建筑结构。为了证实这个猜想,列奥缪拉请教了巴黎科学院院士、瑞士数学家克尼格。克尼格计算的结果使人非常震惊。根据他理论上的计算:建筑同样大的容积、而用材最省的蜂房,房底菱形角应是 $109^{\circ}26'$ 和 $70^{\circ}34'$ 。这个结论与蜂房的实测结果仅相差 $2'$ 。到底是蜜蜂的差错,还是数学家的疏忽?这一度成了个不解之谜。

公元1743年,苏格兰著名数学家马克劳林在爱丁堡重新对蜂房结构进行了研究。他在《关于