xyz

·中学各科达标丛书·

高中数学

第二册(下)

(供高中二年级第二学期使用)

梅向明 主编

周沛耕 王建民
尹 甫 郑学遐 编著

科学出版社

·中学各科达标丛书·

高中数学

第二册(下)

(供高中二年级第二学期使用)

梅向明 主编

周沛耕 王建民 编著
尹 甫 郑学遐

科学出版社

1993

(京)新登字092号

内 容 简 介

本书系《中学各科达标丛书》中的一册，以高中二年级第二学期的数学课本为依据，参考国家教委最近颁发的教学大纲，与课堂教学同步，依章节按课时顺序编写．每一课的内容由“应会内容”、“课文导读”、“内涵浅析”、“达标练习”四部分组成．突出重点，狠抓“双基”，锐意达标．

可供高中二年级学生及教师配合课本阅读．

·中学各科达标丛书·

高 中 数 学

第二册（下）

梅向明 主 编

周沛耕　王建民　尹　甫　郑学遐 编著

责任编辑　杜小杨

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100707

昌平马池口印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1993年2月第 一 版　　开本：787×1092 1/32

1993年2月第一次印刷　　印张：11 3/8

印数：1—7 200　　字数：256 000

ISBN 7-03-003106-7/G·282

定价：5.30元

序　言

在义务教育法实施五周年之际，科学出版社出版这套《中学各科达标丛书》是一件大好事，对于学生来说，这套丛书是帮助他们更好地理解课堂里所学知识的很好的课外辅助读物；对于中学教师来说，这套丛书是帮助他们备课的很好的教学参考书。

教育是立国之本，特别是基础教育阶段，它将为提高我国各民族的国民素质奠定良好的基础。我国幅员辽阔，人口众多，基础教育战线严重不平衡的状况是客观存在的，尽管有了几套中学教科书，但是并不能满足不同学习对象的要求；尽管教科书编得很好，但又遇到了讲授这些教材的教师水平很不平衡的问题。因此，给学生理解教材时一些启发，给教师备课时一些帮助，是完全必要的。这就是我们编写这套丛书的主要目的。

我们编写这套丛书的出发点是减轻学生的负担，而不是加重学生的负担。因此，在编写过程中，我们严格按照中学各科教学大纲中提出的各项目标和要求，以现用的中学各科课本的教学内容为依据，把编写重点放在理解教学内容上。当然，也给出了一些练习题，其目的是为了测试学生对教材内容掌握的程度，并不是去告诉学生如何解题。这套丛书的对象是所有的中学生，希望他们配合课本使用这套丛书以后，能更好地理解和掌握中学各科的知识，达到教学大纲中所提出的目标要求，准备做一个社会主义建设的合格人才。所以，我们把这套丛书定名为《中学各科达标丛书》。

这套丛书的初中各册，我们在编写时把重点放在教给学生怎样阅读课文，进而引导学生逐步学会应用课本知识解决实际问题的能力上。高中各册我们一方面引导学生学会阅读课文，理解课文，另一方面，我们还着重向读者揭示了课本知识的潜在内涵，从思想和方法上进行剖析从而达到开扩视野，启迪思维，学会方法，提高能力的目的。

这套丛书是我们组织北京市一批有丰富教学经验的中学教师编写的，是这些老师多年教学心血的结晶。我们希望他们的经验会对广大中学生和教师有所帮助，也希望广大读者对这套丛书的不足之处提出建议和批评。

梅向明

1991年7月于北京师范学院

编 写 说 明

一、本书是根据人民教育出版社出版发行的高级中学课本(乙种本)，参考教学参考书提供的课时安排，与日常教学同步,分章节按课时逐课编写的。每课时都包括“应会内容”，“课文导读”，“内涵浅析”，“达标练习”四个部分。

二、“**应会内容**”是告诉读者通过这一节课的学习应该学会哪些知识，要学到怎样的深度和广度，使读者明确了解这一节课的学习重点及具体要求。实际上，这就是对教学大纲中各部分知识要求的具体体现。

三、“**课文导读**”的重点是“导”，广大学生进入高中以后仍然习惯于以听讲为主的学习方法,不少同学不会使用课本，不会阅读课文，课文中有关定理的证明、一些公式的推导过程从字面上好像能看懂，而深究几个“为什么”，不少同学就回答不出。我们就是从这一点出发着意指导读者怎样去阅读课文，怎样理解课文中叙述的要点，教给学生分析课文叙述的层次，告诉读者课文论证过程中的逻辑依据，并向读者指出课文所用的数学方法是什么，解题思路是什么，所学知识与前面学过的知识是怎样有机地联系在一起的。这样，如果读者能与我们合作，坚持一段时间后，自学能力一定会有明显的提高。

四、“**内涵浅析**”是我们向广大读者揭示出这节课所学知识的潜在内涵,这一部分是对课文所作的论述的引申和发展。为了适应广大高中同学日常学习的需要，我们在课本论述的基础上，通过对课本论述的进一步发挥，使学生掌握常用的

数学方法、典型的数学思想、规范的解题思路和通用的解题技巧，开扩读者的视野，进一步提高广大学生的学习水平。

五、“**达标练习**”是由A组和B组两组题组成的与教学内容配套的练习题。A组题与课本知识有直接联系，它是基础训练，这组题读者必须掌握，只有这样才能达到教学大纲所规定的各项目标要求。B组题是在A组题的基础上阶梯式地逐步提高，它可能是就某种数学方法的具体体现，也可能是某种能力的培养，还可能是一些数学技巧的灌输。总之，这组题是为了提高学生的数学能力而设置的。

六、为了读者使用方便，我们在每章之后又提供了一套自测练习题供读者使用。达标训练题和自测练习题读者要根据自己的实际情况选择其中的一部分或全部参考使用。

诚恳欢迎广大读者给我们提出批评和指正。

编　者

1992年9月于北京

《中学各科达标丛书》

编　委　会

（高中各科）

目　　录

代数部分

解析几何部分

代数部分

第八章　复数

第1课　数的概念的发展

一、应会内容

1. 从数学发展史的观点看问题，人们认识的数的范围经历了自然数，整数，有理数，实数，复数这样几个逐步扩充的发展阶段。要认识到数的概念不断扩展的原因是生产与科学技术发展对数学的反作用造成的。数学在服务于生产和科学技术的过程中，自身也逐步得到了发展。因此，首先要认识关于生产与科学技术的发展与数学自身的发展之间的辩证关系。

2. 由实数集扩充为复数集，一个重要的内容是引入了虚数单位 i，规定了 i 的运算性质，由此形成了虚数集合，因此，要学会 i 的基本运算性质。

二、课文导读

课文中的"有理数集实际上就是分数集"的意思是说：有理数集合的任一元素都可以写成分数 $\frac{m}{n}$ 的形式。其中 m，$n\in Z$，$n\neq 0$。这是因为有理数集合包括正、负整数，正、负分数以及整数零。在 $\frac{m}{n}$ 中，令 $n=1$，$m\in Z$，则给出任意

整数。特别地，取 $m=0(n\neq 0)$，则给出零。因此，任何一个有理数都可写为 $\frac{m}{n}$ ($m\neq 0$，m，$n\in Z$)的形式。

关于i的运算性质，课文中说："进行四则运算时，原有的加、乘运算律仍然成立。"这里的"原有的加、乘运算律"指我们早已熟悉的实数范围内的相应运算律。

课文中说："i就是-1的一个平方根。因此，方程$x^2=-1$在复数集 C 中就至少有一个解 $x=i$。"这里边包含两个意思：其一，在复数集C内，有平方根的概念，因而有开方运算；其二，方程$x^2=-1$在复数集C中的解$x=i$不是唯一解。实际上，令$x=-i$，也有$x^2=(-i)^2=i^2=-1$。可见，方程$x^2=-1$还有一个解$x=-i$。

课文中指出"i 叫做虚数单位"。这意味着复数集 C 中，有两种"单位数"，一种是实数单位1，另一种是虚数单位i。这两个单位数之间的关系是 $i^2+1=0$。这是"规定"的。

"规定"带有人为的色彩。也许有人问：为什么做这样的规定？这种规定依据什么？其实，这种规定具有"约定"的意思。实际上，是创造了一个"平方等于-1的数"的记号i，因此，这种规定并不是依据定理、公理而做出的。

三、内涵浅析

引进虚数单位i，并规定了（1）它的平方等于-1，即$i^2=-1$；（2）实数可以与它进行四则运算。进行四则运算时，原有的加、乘运算律仍然成立。这些基本约定直接产生了四个后果：

第一，产生了形如 $a+bi(a, b\in R)$ 的数，形成了复数集。

第二，奠定了复数集C 的元素间进行四则运算的基础。

第三，指出了方程 $x^2=-1$ 的一个解 $x=i$。这就为复数集的元素进行开平方运算创造了条件。

第四，利用 $i^2=-1$，可知 $(-1)i=-i=i^2\cdot i$，就能很自然地引入 $i^3=-i$，同理 $i^4=i^2\cdot i^2=(-1)\cdot(-1)=1$，$i^5=i$，…，这为得到虚数单位 i 的指数运算 $i^n(n\in Z)$ 的周期性结果做了准备。

在上述对虚数单位 i 的两条基本规定下，得到了复数集的元素间进行加、减、乘、除、乘方、开方运算的可实施性以及运算时应遵循的基本原则。

四、达标练习

A 组

1. 用适当关系符号把下列数集顺次连起来。

（1）N，Z，Q，R，C； $N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$

（2）Q^-，$\overline{R^+}$，R（其中全集为 R）；

（3）Q^+，$\overline{R^-}$，R（其中全集为 R）。

2. 仅从解方程的观点看，说明数集是如何不断扩充的。

B 组

1. 用适当关系符号连结下列各数集。

（1）N，Z，Q^+，R^+，C；

（2）（设全集为 C）$\overline{N}$，$\overline{Z}$，$\overline{Q}$，$\overline{R}$，C；

（3）（设全集为 C）N，$\overline{Z}$，$\overline{R^-}$，$\overline{Q}$，C。

2. 已知方程 $x^4=16$ 在复数集内有四个根，求出这四个根。

第2课　复数的有关概念

一、应会内容

1．学会复数$a+bi(a, b\in R)$的实部、虚部的概念，并能用实部、虚部的不同取值范围划分复数$a+bi$的所属类别（实数，虚数，纯虚数等）。

2．理解两个复数$a+bi$与$c+di(a, b, c, d\in R)$相等的准则是$a=c$，且$b=d$．并能运用这个准则解决与复数相等有关的问题。

3．认识复平面及其有关概念．例如实轴，虚轴，复数与复平面上的点之间的一一对应关系，以及互为共轭的两个复数在复平面上对应点间的几何特征。

4．知道不全为实数的两个复数间不能比大小的事实。

二、课文导读

课文中说："显然，实数集R是复数集C的真子集。"这里边包含两方面含义：1．任何实数a都可以写成$a+0i$，因此，它具有"$a+bi$，$a, b\in R$"的形式．这就是说任何$a\in R$，都有$a\in C$；2．在复数集C中，存在$a+bi(a, b\in R, b\neq 0)$，$a+bi\notin R$（例如$i\notin R$），根据以上两方面的原因知，$R\subset C$。

课文中说："表示实数的点都在实轴上，表示纯虚数的点都在虚轴上．"为什么这样说？这要从实平面上点的坐标说起．我们知道：x轴上的点的形式为$(a, 0)$，反过来，一切形如$(a, 0)$的点都在x轴上．同理，y轴上的点的形式为$(0, b)$，反过来，一切形如$(0, b)$的点都在y轴上．当然，形如$(0, b)(b\in R, b\neq 0)$的点也都在y轴上，且$(0,$

b）不是坐标原点。按照点（a，b）与复数$a+bi(a, b\in R)$的一一对应性，就可以说：形如$a+0i(a\in R)$的一切复数都在实轴上，即表示实数的点都在实轴上，又可以说，形如$0+bi(b\in R, b\neq 0)$的复数都在虚轴上，即表示纯虚数的点都在虚轴上。

课文中的"显然，表示两个互为共轭复数的点Z与$\bar{Z}$关于实轴对称"这句话的含义与"点（a，b），点（a，$-b$）关于x轴对称"的含义是一致的。

学习复平面，关键是$a+bi(a, b\in R)$与点（a，b）的对应。

三、内涵浅析

两个复数$a+bi$与$c+di(a, b, c, d\in R)$相等的准则既是概念，又兼有法则的含义。实际上，今后常用到这一准则解方程或进行某些论证。这个准则的直接推论是：

复数$a+bi(a, b\in R)$等于零的充要条件是$a=b=0$。

为进一步认识这个准则，比较下列两个互为等价的命题：

1. $a+bi=c+di(a, b, c, d\in R)$的充要条件是$a=c$且$b=d$。

2. 复平面上，点$Z_1(a, b)$与$Z_2(c, d)$重合的充要条件是$|Z_1Z_2|=0$，即$\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}=0$，即$a=c$且$b=d$。

这两个命题分别从代数方面与几何方面指出了两个复数相等的准则。

必须指出，解有关两个复数相等的问题时，不要乱用准则，要明确两个复数的实部和虚部各是什么，再建立它们相等的关系式。例如："求方程$xi+2=i+x$的解集"的问题。如果你不问x是否是实数，而去形式地使用两个复数相等的

准则，就有如下解法：

$$2+xi=x+i,$$

$$\therefore \quad \begin{cases} 2=x, \\ x=1, \end{cases}$$

此方程组无解．可见原方程的解集为空集$\varnothing$．

这个解法是错的．原因是：x不一定是实数．可按如下解法：

设$x=a+bi(a,\ b\in R)$，原方程是

$$(a+bi)i+2=i+(a+bi),$$

$$\therefore \quad 2-b+ai=a+(b+1)i.$$

由

$$\begin{cases} 2-b=a, \\ a=b+1, \end{cases}$$

得$a=\frac{3}{2}$，且$b=\frac{1}{2}$．原方程解集为$\left\{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i\right\}$．

关于互为共轭的复数$a+bi$与$a-bi(a,\ b\in R)$，在复平面上它们所对应的两个点的几何关系有两种情况：第一种情况，这两个点都不在实轴上时，这两个点应该关于实轴对称．第二种情况，这两点都在实轴上时，这两个点重合．如果我们把一条直线上的两个重合的点也称为关于这条直线对称时，这两种情况就可以统一说成"点Z与点$\bar{Z}$关于实轴对称"．根据点与复数的一一对称性，还可以说：

（1）复平面上，如果点Z_1与点Z_2关于实轴对称，那么，这两点所对应的两个复数互为共轭复数；

（2）$z=\bar{z}\Leftrightarrow z\in R$；

（3）点Z_1与点Z_2关于原点对称，且Z_1，Z_2对应的两个复数互为共轭复数，那么Z_1，Z_2一定在虚轴上或者Z_1，Z_2同