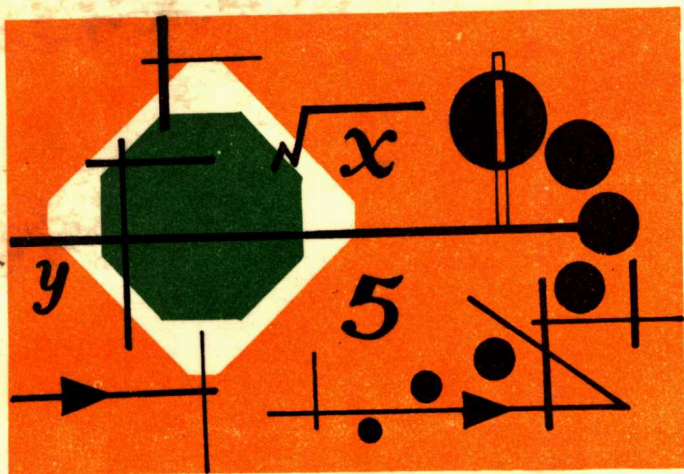


北京教育丛书



初中代数教学

● 萧淑英

● 北京教育出版社

北京教育丛书

初中代数教学

萧淑英 著

北京教育出版社

(京)新登字202号

初中代数教学
CHUZHONG DAISHU JIAOXUE

萧淑英 著

北京教育出版社出版
(北京北三环中路6号)

邮政编码: 100011

北京出版社总发行
新华书店北京发行所经销

北京燕山印刷厂印刷

787 × 1092毫米 32开本 6.375印张 130000字

1993年1月 第1版 1993年1月第1次印刷

印数 5000

ISBN 7-5303-0251-X/G·232

定价: 3.80元

北京教育丛书

周谷城题



《北京教育丛书》编辑委员会

顾 问：李 晨 韩作黎

主 编：汪家镠

副主编：姚幼钧 杨玉民 张鸿顺 温寒江 白 耀

方道霖 张觉民

编 委：（以姓氏笔划为序）

于洪波 王 平 王光裕 王洪权 王桂生

王家骏 王碧霖 方道霖 白 耀 叶钟玮

乔 震 汤世雄 杨玉民 汪家镠 张觉民

张鸿顺 陈清泉 陈境孔 林 慈 范小韵

罗玉圃 金德全 贺水葵 赵正中 姚幼钧

胡红星 钟善基 徐仁声 徐俊德 倪传荣

萧 沉 章家祥 阎立钦 曹福海 梁慧霞

温寒江

序

徐 惟 诚

教育事业的重要，已经日益被愈来愈多的人认识了。

中国要振兴，归根到底要靠我们中国人自己努力奋斗，要靠我们的全体劳动者创造出数十倍于今日的劳动生产率。这是一个全体国民素质提高的过程，人们自然要寄希望于教育。

要搞好教育，需要做许多事情，其中最根本的还是要靠人，靠教师，尤其是担负着国民基础教育任务的中小学教师。

教师的重担，关系着祖国未来的命运，也关系着每一个教育对象未来的命运。他们所教的学生在未来的社会条件下，究竟怎样做人，怎样立身处事，能不能用自己的双手为社会做出贡献，从而也创造自己的幸福生活，在相当大的程度上取决于在青少年时代所受到的教育。

我们知道，人，是世上已知物质发展的最高形态。关于人的意识、观念、智力的形成和发展的规律，我们离知道得很清楚还有很大的距离。社会主义的教育科学需要有一个大发展，这是毫无疑义的。

在教书育人第一线工作的广大中小学教师，对社会主义教育科学的发展应当有特殊的贡献。他们当中的许多人把一辈子的心血都用来为祖国培育后代，造就人才，积累了丰富的经验。这些经验理当成为整个教育战线的共同财富。可是由于种种原因，这件总结和传播经验的工作过去做得还很不够。为此，中共北京市委和北京市人民政府决定，拨出专款，指定专人组成编委会，编辑出版一套《北京教育丛书》。这个决定受到广大中小幼教师的欢迎和支持。在短短一年多时间内，已经报来几百部书稿。又有一批热心而有经验的同志担任编审工作，看来任务是可以完成的。

我们相信，《北京教育丛书》的编辑出版，对于鼓励广大教师钻研业务，积累经验，对于传播和交流这些经验，对于推动教育科学研究，对于提高普通教育的水平，都是有积极作用的。同时，这套丛书的出版，也将有助于人们认识教师所作的艰苦的、创造性的劳动。

改革和建设的大潮在祖国大地上汹涌澎湃，每天都有许多新问题提到我们面前来，也把许多新问题提到我们的教育工作者面前。这是一个需要有许多新创造的时代。教育战线上的同志们为祖国的振兴所建立的功绩，是不会被人们忘记的。

目 录

第一章 代数教学概述	(1)
第一节 初中代数教学的目的与任务	(1)
一、学好代数课的重要意义.....	(1)
二、教师要学好教学大纲.....	(5)
三、注意与小学的衔接.....	(9)
第二节 关于备课	(16)
一、钻研教材.....	(18)
二、设计教案.....	(32)
三、分析学生情况调动学生学习积极性.....	(43)
第三节 初中代数常用的教学方法	(48)
一、讲解法.....	(49)
二、谈话法.....	(54)
三、练习法.....	(54)
第二章 基础知识教学	(60)
第一节 基本概念教学	(60)
一、概念是思维的基础.....	(60)
二、重视概念的形成过程.....	(66)
三、怎样进行概念教学.....	(68)
第二节 定理定律教学	(97)
一、定理定律是分析解决数学问题的依据.....	(97)
二、重视定理、定律的形成过程.....	(105)
三、定理定律教学举例.....	(107)
第三章 初中代数教学中的能力培养	(119)

第一节 如何培养学生的逻辑思维能力·····	(120)
一、教学中注意运用逻辑推理方法·····	(120)
二、在指导解题思路中培养逻辑思维能力·····	(140)
三、培养学生全面细致地思考问题的习惯·····	(147)
第二节 如何培养学生的运算能力·····	(148)
一、掌握基本概念是提高运算能力的基础·····	(148)
二、掌握常用的解题方法·····	(157)
三、在教学过程中培养运算能力·····	(177)

第一章

代数教学概述

第一节 初中代数教学的目的与任务

在中学里数学是一门主要学科、一门基础课。初中数学则是基础的基础。初中代数的教学目的是使学生学好课本中的基础知识；具有正确迅速的计算能力，一定的逻辑思维能力，并从而逐步培养学生分析问题和解决问题的能力。因此进行数学教学不单单是传授给学生数学知识本身，而更重要的是使学生掌握解决问题的方法。

一、学好代数课的重要意义

代数是数学的一门分支，和算术一样，也是研究数量关系的一门科学。根据教学大纲的统一规定“中学数学要选择参加现代化建设和学习现代科学技术所必须的并为学生所能接受的数学基础知识作为教学内容”。

初中代数的内容包括：

1. 数及其运算

在初中一年级首先引入负数的概念，把数从算术数（非负有理数）扩充到有理数，介绍有理数的四则和乘方运算，在初中二年级介绍数的开方，并引入无理数的概念，把数从有理数扩充到实数，并介绍实数的运算，在实数范围内，正数和零总可以进行开方运算，而负数只能开奇次方。

数的概念的引入过程是：

正整数、正分数、零 $\xrightarrow{\text{引进负数}}$ 有理数 $\xrightarrow{\text{引进无理数}}$ 实数。

2. 代数式与初等超越式

在初中一年级安排了整式的四则运算，因式分解和分式的四则运算。学习幂的运算性质

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}; (a^m)^n = a^{mn}; (ab)^n = a^n b^n;$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n} (a \neq 0, m > n), \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} (b \neq 0).$$

其中 m 、 n 都是正整数。

在初中二年级安排了根式，首先提出算术平方根的概念，主要讲二次根式的四则运算。引入零指数、负整数指数、分数指数幂的概念，把指数概念由正整数扩充到有理数。指数概念扩充到有理数后，数的开方就可以写成幂的形式，因此可以把所学的幂的运算法则和根式运算法则，统一简化为以下三个法则：

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n};$$

$$(a^m)^n = a^{mn};$$

$$(ab)^n = a^n b^n.$$

其中 $a > 0$ ， $b > 0$ 。 m 、 n 可以为任何有理数。

在初中三年级安排了常用对数以及利用对数进行计算。

3. 方程与不等式

在初中一年级介绍了方程和方程组的有关概念和方程的

同解原理，安排了一元一次方程、二元一次方程组和三元一次方程组的解法；初中二年级在二次根式之后安排了一元二次方程、简单的高次方程、分式方程、无理方程和二元二次方程组的解法；实系数的一元二次方程的根的判别式和一元二次方程的根与系数的关系。

关于不等式的知识在初中一年级介绍了不等式的性质和一元一次不等式的解法；初中三年级安排了一次不等式组和一元二次不等式的解法。

4. 函数

在初中三年级安排了函数，介绍了几种基本函数：正比例函数、反比例函数、一次函数和二次函数的图象和性质；并在解三角形一章的开始安排了三角函数。

根据有些学生初中毕业后参加工农业生产的需要，在初中三年级还安排了解三角形和统计初步。

从以上内容可知初中代数的内容都是中学代数内容的基础部分，这些知识是初中毕业后升学或就业继续学习的基础，新的内容将在此基础上充实提高。例如在初中用两个变量的相依变化来定义函数关系：“设在某变化过程中有两个变量 x ， y ，如果对于 x 在某一范围内的每一个确定的值， y 都有唯一确定的值与它对应，那么就称 y 是 x 的函数， x 叫做自变量。”这样定义较直观容易被初中学生理解。到高中，则要纳入集合到集合的映射范畴，指出函数是由定义域，值域以及定义域到值域上的对应法则三部分组成的一类特殊的映射：“设 A 、 B 都是非空的数的集合， f 是从 A 到 B 的一个对应法则，那么 A 到 B 上的映射 $f: A \rightarrow B$ 就叫做 A 到 B 上的函数，记作 $y = f(x)$ 。”

其中, $x \in A$, $y \in B$, 原象集合 A 叫做函数 $f(x)$ 的定义域, 象集合 B 叫做函数 $f(x)$ 的值域.

这两个定义实质上是一致的, 只不过叙述的出发点不同, 后者有利于揭露函数的本质, 加深学生对函数有关概念的理解.

又如数是数学中最基本的概念, 贯穿于小学和中学的始终. 在初中, 数的概念经过两次扩张: 从算术数扩张到有理数和从有理数扩张到实数. 到高中, 数的概念扩充到复数, 研究复数的计算时, 有些学生由于对复数概念理解不透, 只能按法则进行计算和解有关的方程. 数的每次扩张虽各有不同的内容, 但从为什么要进行数的扩充、怎样扩充、应遵守哪些原则等几方面来看是有些共同规律的, 如果学生在初中学习数的扩充时, 能了解以上几个方面的知识, 学习复数时定会加深对复数的有关概念的理解.

初中代数方面的知识不仅用于高中代数, 还用于解决平面几何、立体几何、三角、解析几何、物理和化学等科的问题, 其中解方程和方程组是重要的工具. 因此, 初中代数在数学领域中占有重要的地位, 是基础的基础, 初中代数学得如何将直接影响到进一步的学习.

从学生一生的发展来看, 初中阶段是关键. 教师担负着向高一级学校输送学生和为经济建设提供合格的劳动后备力量的任务, 初中阶段的教学工作是极其重要的一环. 因此代数教学的任务是使学生学好教学内容中所规定的基础知识, 为进一步学习或工作打好基础. 同时通过基础知识的教学和基本技能的训练, 培养学生的运算能力、逻辑思维能力, 从而逐渐提高学生的分析问题和解决问题的能力.

二、教师要学好教学大纲

全日制中学数学教学大纲是国家教育委员会根据教育方针制定的，明确规定了教学目的、教学内容、教学进度和教学要求，教师在备课时，必须认真学习教学大纲。

1. 教学大纲明确了使学生掌握知识的深度和广度

教学大纲根据学生的年龄特征、知识的系统性规定了传授各部分教学内容时的具体要求，便于教师掌握深度和广度。

例如：乘法公式：

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2;$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3.$$

大纲的具体要求是“使学生牢固掌握平方差、完全平方、立方和、立方差等乘法公式及其推导，能够熟练地利用这些公式进行运算（不要求补充和或差的立方公式，按完全平方公式展开的括弧里不要超过三项”。这就要求教师在备课时要在使学生“牢固掌握公式及其推导”和“熟练地利用公式进行运算”上下功夫。

又如，函数的概念是学生学习中的一个难点，也是教师教学中的一个难点。大纲的具体要求是“使学生了解函数的意义（不使用函数记号 $f(x)$ ，不提出定义域、值域的概念，只要求讨论整式、分式或根式中自变量的取值范围），了解函数的三种表示法”。这就要求教师在备课时要在使学生“了解函数的意义”上下功夫。

教学大纲对教学内容的具体要求，有利于教师钻研教材和教学方法，有利于学生掌握基础知识。初教初中代数的老

师，往往认为教学内容简单，容易教，备课用不了很多时间就可以取得较好的教学效果。课堂上常常有多余的时间，于是便增加了一些教学内容或选择一些难度较大的题目，结果给学生的学习增加了负担，人为地造成了一些困难。我在这方面是深有体会的，要使学生学好数学知识，一定要根据具体情况，有明确的深度和广度，才能收到实效。如今自己的认识已从“容易教”变为“难教”，教学的胆量由“大”变“小”了。所以一定要认真学习教学大纲，钻研教学大纲，按大纲的要求进行教学。

2. 教学大纲明确提出教学中应注意的几个问题。

为使中学数学教学更好地贯彻党的教育方针，更好地符合教学规律的要求，教学大纲中提出“教学中应注意的几个问题”，共七点。它总结了多年来中学数学教学中的经验和问题，对中学数学教学有很好的指导作用，有助于提高课堂教学质量。例如第(四)点，要使学生学好基础知识和掌握基本技能中指出“首先要使学生正确理解概念，应当从实际事例和学生已有的知识出发引入新的概念。对于容易混淆的概念，要引导学生用对比的方法认识它们之间的区别与联系。要使学生正确理解数学概念的基础上进行判断、推理，从而理解数学的原理和方法；通过练习，掌握好知识和技能，并能灵活运用”。这里指出了数学概念在数学中的地位和作用，怎样讲好概念，怎样在学生正确理解数学概念的基础上使学生掌握好知识和技能等。又如第(二)点，结合数学教学内容对学生进行思想教育中指出“要用辩证唯物主义观点阐述数学内容，揭示数学中的辩证关系，并指出数学来源于实践以及它在生产、生活和科学技术领域中的广泛应用，对学生进

行辩证唯物主义教育”，这里强调运用辩证唯物主义观点阐述教学内容，既有利于学生学好数学知识，也有助于形成辩证唯物主义的世界观。“通过对我国古今数学成就的介绍，培养学生的爱国主义思想”，也是很重要的。

教学大纲要求教师在教学中结合教学内容向学生进行辩证唯物主义教育和爱国主义教育，是符合数学课的特点和规律的。

根据教学大纲的要求在教学中应渗透实践的观点和矛盾的观点，数学是从现实世界中抽象概括出来的一门科学，教学中注意用历史唯物主义的观点来分析数学的产生和发展，用以揭示数学本身的物质基础，并注意贯彻理论与实际、直观与抽象相结合的教学原则，培养学生逐步树立起从实践到理论，再从理论到实践，循环往复的辩证唯物论的认识论。数学中充满着矛盾，如概念方面的正与负，有理数与无理数，实数与虚数，有穷数列与无穷数列等，在运算方面的加与减，乘与除，乘方与开方等，在量的大小比较方面的相等与不等，大于与小于等都表现为对立的形式，又各自以它的对立面而存在。在教学中要注意用矛盾论的观点阐明知识的内在规律，用矛盾分析法，研究数学中的各种矛盾双方的依存和联系以及转化的条件。这样不仅对概念认识比较深刻，还有助于培养学生的辩证唯物的世界观。

结合教材内容对学生进行爱国主义教育，培养学生的自尊心、自豪感和责任感，既是数学教学的一项任务，又是调动学习积极性的好方法。在初等代数发展史上，中国古代数学家作出了重要贡献。我国现代数学家华罗庚、陈景润等在数学研究上的巨大成就，都为我们的教学提供了丰富的内容。

例如讲圆周率 $\pi = 3.14159265\dots$ 是无理数时，介绍刘徽和祖冲之刻苦、严谨的治学精神，刘徽得出 π 的近似值为 $\frac{3927}{1250}$ (≈ 3.1416)。祖冲之是世界上第一个确定圆周率精确到六位小数的人。讲一次方程组时介绍《九章算术》中的方程问题：如

今有上禾三秉，中禾二秉，下禾一秉，实三十九斗；上禾二秉，中禾三秉，下禾一秉，实三十四斗；上禾一秉，中禾二秉，下禾三秉，实二十六斗。向上、中、下实一秉各几何。

设上、中、下三种禾每秉分别得实 x, y, z 斗，依题意得方程组：

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 39, \\ 2x + 3y + z = 34, \\ x + 2y + 3z = 26. \end{cases}$$

解方程组得
$$\begin{cases} x = 9\frac{1}{4}, \\ y = 4\frac{1}{4}, \\ z = 2\frac{3}{4}. \end{cases}$$

答：上、中、下三种禾每秉分别得实 $9\frac{1}{4}$ 斗， $4\frac{1}{4}$ 斗， $2\frac{3}{4}$ 斗。

通过此题介绍我国2000年前的《九章算术》，当时的解法与现在的加减消元法和步骤上都是完全一致的。当时在运算工具极其落后的时代，数学家付出了辛勤的劳动，是用算筹解出的，这在数学史上具有非常重大的意义。

教师按教学大纲的要求进行教学，提高教学质量，必须认真学习教学大纲，学好教学大纲、学习专业知识、教育理