

《启智数学》编写组编

活泼的思维
创造的数学

九州出版社

启智数学

Huopodesiwei chuangzuodeshuxue

(F)

启智数学

$$14x + 8y = 200$$

$$AMNO, ANO, ANO, AN + NO$$

$$x + 4y = 10$$

$$y = 200$$

$$15x + 9y + z = 300$$

$$7x + 4y = 100$$

$$y = 10, 20, 30, \dots$$
$$z = 5, 78, 81$$

$$+ MN, NO$$

启智数学

(下)

《启智数学》编写组 编

九州出版社

图书在版编目(CIP)数据

启智数学/《启智数学》编写组编. —北京:九州出版社,
2001.3

ISBN7-80114-604-2

I. 启... II. 启... III. 数学课—小学—课外读物
IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 11960 号

九州出版社出版发行

(北京海淀区万寿寺甲 4 号 100081)

责任编辑:王杰 封面设计:流野

*

佛山创立印刷有限公司印刷

2001 年 8 月第 1 版 2001 年 8 月第 1 次印刷

开本:787mm×1092mm 1/32 印张 19 字数:400 千

ISBN7-80114-604-2/G·267

定价:32.00 元(全二册) 本册定价:16.00 元

如发现印装质量问题,影响阅读,请与承印厂联系调换。

目 录

愚蠢的凶手	1
祖暅巧求球体体积	2
巧分蛋糕	4
克拉维斯算题	7
重阳观记事	8
第一个测量地球的人	11
皇帝的奖赏	13
巴达放币	16
婆罗摩笈多和他的“反推法”	18
波兰乘法	19
单轨路线	21
幼拉脱斯芬筛子	22
郑板桥治奸商	24
巧摆方阵	25
“麦比乌斯圈”	26
欧氏几何的创始人欧几里得	28
数学王子高斯	30
丢番都智解难题	31
达依尔的小玩笑	32
风靡美国的“24 游戏”	34
丢番都的年龄	35

师傅和徒弟	37
规与矩的传说	39
杨损出题选官吏	40
图像里的故事	41
猜年龄的秘密	44
切西瓜	46
煎鱼的学问	48
圆圆逛花市	49
太空城堡	51
失算的老父亲	53
谷超豪组数	56
多出来的士兵	57
贪婪的巴河姆	59
百鸡问题	61
海鸥算题	63
勾股定理	65
小灵通漫游数学城	66
空瓶分油	68
抽屉原则	70
第一次数学危机	73
分蛋糕	75
谈谈圆周率	78
笛卡尔的新发现	79
植树问题	80
斐波那契的兔算	82
如何计算金字塔的高	84

“牛得草”问题	86
仙人局	87
巴拉寻宝	89
“鸡蛋和乒乓球一样重”	92
帕斯卡三角形	93
毕达哥拉斯有多少名学生?	95
祖冲之和圆周率	97
数学家僧一行	98
阿基米德能举起地球吗?	100
铜钱套铜钱.....	102
火神姑娘寻路.....	104
“东坡肉”的故事.....	106
概率论的诞生.....	108
印度和尚和知府.....	110
最高又最矮的人到底多高.....	112
蒙古族数学家明安图.....	114
赌徒和“博奕论”.....	116
路边的广告牌.....	117
取整数的妙用.....	119
一场数学争辩.....	121
小概率的妙用.....	123
数论的威力.....	125
两种不同的运算方法.....	128
买卖的争吵.....	131
抽签的先后次序.....	133
怎样判断一个整数能被 10 以内的整数整除	135

黄金分割数 0.618	137
妙法解题	139
一些猜谜式的算式	141
两支蜡烛	145
几个著名的猜想	147
一笔画的窍门	149
走哪条路	151
不用量尺测长度	153
模糊数学的产生	155
荡秋千	156
一个难解的结	158
近似计算史略	159
最后有几盏灯亮着	161
面积最大的矩形	162
泉眼刨在哪里好	164
凑钱买马	166
小数简史	168
梨的风波	170
最短的路程	171
猜一猜骰子的点数	173
兔子能否逃脱厄运	175
英国数学家哈密尔顿	176
俾斯麦海战	178
生日奇迹	180
可对调的两位数	182
乘法速算法	184

大漠辨方向·····	186
数的尾数特性·····	188
池塘里的鱼·····	190
绘画与几何学·····	192
小谈等差数列·····	194
椭圆的秘密·····	196
韦达定理始末·····	198
夏威夷度假·····	200
一道看来“无法解”的题目·····	202
“相亲”数对的启示·····	204
11 的乘方 ·····	205
数字陷阱·····	208
统筹方法·····	210
称尔教授的功绩·····	212
小红帽·····	214
20 世纪星期推算 ·····	216
自然数中的瑰宝·····	218
由饮啤酒引起的趣题·····	220
莫尼克的孩子是谁·····	221
求步行的速度·····	223
阿来的问题·····	224
神奇的蜂房·····	226
笑话的启示·····	227
讲究效率的电工·····	229
聪明的电梯管理员·····	231
《几何原本》与《数学原理》·····	233

三代年龄巧合·····	235
一只半骆驼·····	236
数学家的墓志铭·····	237
游园晚会·····	239
剪数字·····	241
他们都会哪些语言·····	243
多少种走法·····	244
成绩报告单·····	246
数学邀请赛·····	248
有趣的拓扑学·····	251
新人握手·····	253
家庭棋赛·····	255
涌金门有多大·····	257
监狱的数学研究·····	259
威廉的箭·····	260
李爷爷的年龄·····	262
老师家的门牌号·····	263
一道古老的题目·····	265
第罗斯神坛·····	267
雁的难题·····	268
植树节里的问题·····	271
神秘的完全数·····	272
3尺竹竿测地周·····	274
诗仙的数学诗·····	275
灯泡的容积·····	276
酒多还是水多·····	277

生日的数字·····	279
紧箍咒·····	281
汽车的牌号·····	282
环球飞行·····	283
想当然的危害·····	285
东家流水入西邻——二进制趣史·····	287
折纸(上)·····	289
折纸(下)·····	291
无力数数与无数可数·····	293
为什么会赔钱·····	295
你愿意当个数学研究者吗·····	296

愚蠢的凶手

以放高利贷为生的阿奇被人杀死在大桥底下。主办此案的秦警官认为,有最大作案嫌疑的是欠阿奇债务达几十万之多的丁理。几经周折以后,秦警官找到丁理。

“昨晚 10 点半到 11 点半你在哪儿?”秦警官问丁理。

“我在家里看电视。”

“你敢肯定吗?”

“肯定。因为我在 10 点 50 分的时候看了一次钟。当时钟上的时针和分针重叠在一起,我还以为掉了一根针,后来才想明白,所以印象特别深。”

“那时几点?”

“10 点 50 分,1 分也不差,你应该知道,差 1 分钟两根针就不会重叠在一起了。”

“你在说谎,说!那时候在哪里?”

丁理明显地打了个哆嗦,但仍然咬定:“我在家里。”

秦警官摘下手表,把表针拧到 10 点 50 分处。“丁理,你看清楚,10 点 50 分时表针是不重叠的,你不是在说谎是在干什么?!”

丁理仿佛泄了气的皮球一样,很快就交代了他杀人的罪行。

走出审问室,记录员小李问秦警官:“老秦,你怎么一下子就知道 10 点 50 分时表针不重叠呢?”

“这时分针指着 10,但时针并不是指着 10,因为它也在走,事实上已经快指向 11 了。”

“那什么时候才能重合呢?”

“那我得算算,小李,我们-一起到办公室去算。嗯,还有点麻烦。”

办公室里,秦警官对小李说:“时针走的速度是分针的 $\frac{1}{12}$,而且我们可以肯定,时针和分针重叠的地方在 10 和 11 两个字之间。那好,我们设重叠的地方与“10”字相差 x 分钟,则可以列方程 $\frac{1}{12}(50 + x) = x$ 。“ $50 + x$ ”表示从 10 点开始分针走过的距离乘以 $\frac{1}{12}$,就是时针走过的距离了。“ x ”是时针从 10 点开始所走的距离。因此方程左右两边相等,解这个方程,得到 $x = 4\frac{6}{11}$ 也就是说时针和分针指向 10 点 $54\frac{6}{11}$ 分的时候才重叠。丁理说是 10 点 50 分,这显然是错误的。因此我断定他在说谎。”

“老秦,你可真聪明。”

“哪里,只不过我比较喜欢观察和思考罢了。现在我考考你,在什么时候时针和分针成一直线?”

你能答出来吗?

祖暅巧求球体体积

我国古代著名数学家祖冲之的儿子祖暅,也是有名的数

学家。祖暅,也称祖暅之,字景烁,生活在南齐和梁朝之间。据传,祖暅“少传家业,究探精微,亦有巧思入神入妙”。他继承蒙学,思维敏捷,博学多才,对数学和历法有很深的造诣。

祖暅年少时,就得到父亲的精心指导,祖暅学习也非常刻苦,非常专心。当他一进入思考状态,常常对周围的东西视而不见,听而不闻。传说有一次,他在路上边走边思考问题,低着头撞到行人身上仍浑然不觉,等到对方叫他数声,他才仿佛从梦中醒过来似的,连连道歉。

年轻时,祖暅克服重重困难,坚持对数学和历法的研究,并取得世界水平的成就。在历法方面,他于公元504、509年向朝廷先后建议修改历法,申明其父的《大明历》可以纠正《元嘉历法》的差错,最终使《大明历》得以颁布推广,实现了祖冲之的遗愿。此外,他还亲自观察天象,撰写多卷天文学著作,可惜的是这些卷帙全部失传了。

至于他在数学上的成就,李冲、杜石然的《中国古代数学史》中这样评道:“他天才地解决了曹魏时代刘徽遗留下来的问题,算出了球体体积的精确公式。他算出这个精确公式虽然比欧洲迟,可是他所用的方法是十分巧妙的。”

刘徽曾对球体积进行研究。他在球外作外接立方体,用两个直径与球径相等的圆柱从正侧两面贯穿,此时,球体正好被包含的两圆柱相贯的公共部分内,而且与圆柱相切。刘徽将两圆柱的公共部分称为“牟合方盖”,并计算出球体积计算公式:

$$V = \frac{2}{4} \text{牟合方盖}$$

但他始终未能求出牟合方盖。祖冲之和祖暅利用祖氏

“等积原理”——“幂势既同，则积不容异”算出了年合方盖体积等于 $\frac{2}{3}D^3$ ，于是 $V = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{2}{3}D^3 = \frac{\pi}{6}D^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$ ($D=2r$)。

祖暅在此基础上，运用 $\pi = \frac{22}{7}$ ，提出了祖暅公式，即：“以二十一乘积，十一而一，开立方除之，即立圆径”，算出了球的直径 $D = \sqrt[3]{\frac{21}{11}V}$ 。祖暅在开立圆术上的成就，使他跻身于我国古代优秀数学家的行列。

此外，祖恒又提出一个原理：一个物体体积可以用无穷小量求和的方法计算，此原理和祖氏“等积原理”，是含有极限及微积分思想的重要数学发现。

有意思的是，祖暅的儿子祖皓，同样精通数学和历法，祖氏三代，家学绵承，堪称“数学世家”。

巧分蛋糕

长宏中学的陈明老师是高中二年级数学兴趣小组的辅导员，为了提高兴趣小组的数学难题解答水平，他经常弄来各种各样巧妙的数学题目让同学们解答，有时甚至在与同学们游乐时突然袭击，难住他们。

这天，是陈明老师的生日。兴趣小组的 10 位同学为了庆祝老师的生日，共同买来一个大蛋糕送给老师。老师感动不已，赶紧开蛋糕盒请同学们吃。当蛋糕盒被打开时，陈明老师立刻注意到这个蛋糕由 11 朵奶油小花点缀着，极其漂亮。由

于天生对数学图形极度敏感,陈明老师脑子里立即闪出了一个数学问题,他当然不会错过这种机会,于是对同学们说:“蛋糕上这 11 朵漂亮的奶油小花,我想你们都不愿意破坏,不如这样,我们想一个办法使我们切蛋糕时,奶油小花能完整无缺,好不好?”

“好!”同学们异口同声地说。

“我们把蛋糕切成 11 块,不计较大小,但每一块上必须有一朵小花,而且刀口要切直,那么最少需要切多少刀?谁用的刀数少就让谁来切,你们认为怎么样?”

“妙极了。”

于是,同学们激烈地争论起来。

“要切 6 刀!”小明争辩道。

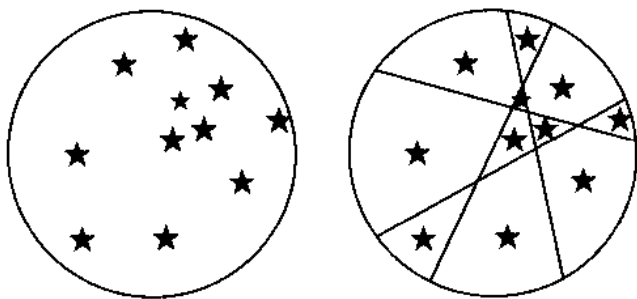
“只要切 5 刀。”小华自信地说。

“我觉得,只需用 4 刀就够了。”志明沉默了一会儿,镇定地说。

这时,几位同学不约而同地转向老师,希望能在老师的表情里找到答案。只见老师微微地对志明点了点头,示意志明拿起刀来证明自己的结论。得到了老师的默许,志明胸有成竹地拿起刀,按下列的图形把蛋糕切成 11 块。切罢大家都不禁拍手喝采起来。

吃完蛋糕,陈明老师对志明说:“志明,你刚才是怎样得到这样的结果的?可不可以向同学们说说?”

“好,这是一个平面剖分问题,把一个蛋糕切成 11 块至少需要几刀的问题等同于把一个平面分成 11 块至少需要几条直线的问题。我们知道:当一条直线跟其他直线都相交,且无 3 条或 3 条以上的直线交于同一点时,它们把平面剖得最多。



这样,如果 $n-1$ 条直线至多把平面剖分成 a_{n-1} 个区域的话,我们在此基础上添加第 n 条直线,使它跟前 $n-1$ 条直线都相交,且不交于同一点,那么第 n 条直线就被原来的 $n-1$ 条直线截成 n 段,每一段又会把它所在的区域一分为二,或者说,等 n 条直线又使平面上增加了 n 块区域,而且我们知道,一条直线,可以把平面分成两块。从而便可得出这样的递推关系式:

$$\begin{cases} a_n = a_{n-1} + n & (n \geq 2) \\ a_1 = 2 \end{cases}$$

这时,把 $n=2, n=3, n=4$, 分别代入递推关系式,各得出 $a_2 = 4, a_3 = 7, a_4 = 11$, 所以,得出只需切 4 刀可以把蛋糕分成 11 块的答案。”

当志明讲完之后,同学们才意识到自己认为所需要的 5 刀、6 刀都是多余的,只需 4 刀便可以把蛋糕分成 11 块。

克拉维斯算题

克拉维斯是 17 世纪意大利著名的数学家。他有着数学家的敏感,从生活中发现了不少的趣题。

有一次,他在晚饭后去拜访一位老朋友。因为他是朋友家中的常客,因而他跳下马车后,就径直朝客厅走去。客厅里静悄悄的,仆人们不知到哪里去了,克拉维斯就一直往里走,自己去找那位老朋友。

刚走到一个小房间前,就听见屋里传出老朋友的呵斥声:“你怎么搞的?做 26 道题,才拿了 30 分?嗯!你上课带耳朵了吗?”

克拉维斯听到老朋友这样教训儿子,忍不住要笑出声来。但他忍着笑,想到站在门外听人家谈话是不礼貌的,连忙清了清嗓子,推开门走进去。

老朋友的儿子可怜巴巴地垂着脑袋坐着,老朋友余怒未息,看见克拉维斯,立即捉住他的手,风风火火地说:“这个蠢儿子,真不争气,这次数学考试,才得了 30 分,唉!”

“噢?”克拉维斯关心地问:“那评分标准是怎么样的呢?”

“唉!”老朋友又叹了口气说:“老师共出了 26 道题目,规定说做对一道题就给 8 分,没做对的那题不但不得分,还得倒扣五分哩!”

“怎么?”克拉维斯说:“他做对了 10 道题,做错了 16 道题?”