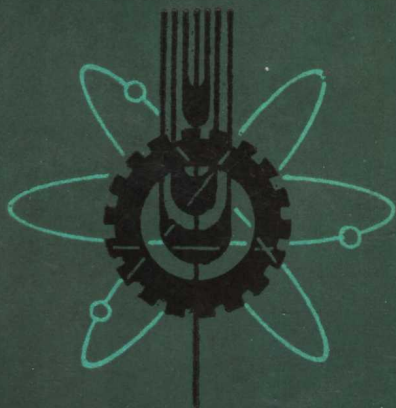


中学数学

实际问题

选



吕学礼

中学数学实际问题选

吕学礼 编著

广东教育出版社

中学数学实际问题选

吕学礼 编著

*

广东教育出版社出版

广东省新华书店发行

韶关新华印刷厂印刷

850×1168毫米32开本 9印张 218,000字

1986年5月第1版 1986年5月第1次印刷

印数 1—6,800册

书号 7449·35 定价 1.60元

前 言

数学教学的根本目的，在于使学生学到数学知识和技能，提高学生的能力，为今后参加生产劳动和进一步学习科学技术作好准备，以便为祖国的四化建设作出更多的贡献。

学生学习数学，从感性认识上升到理性认识，还有一个再回到实践的过程。学生学到了数学知识，是一次飞跃；而要能够实际应用这些知识，则是又一次更重要的飞跃。一般的数学习题，是数学知识的一种应用，不能加以忽视。但是运用数学知识解决实际问题，则更是学生应用知识的一个重要方面。

本书从生产单位和科技书刊中，选列了在生产劳动和科学技术工作中能用中学数学知识解决的一些实际问题。涉及的范围有工业、农业、建筑、测量以至物理、化学、天文、地理等方面。按所用的数学知识(代数、三角、立体几何、解析几何、微积分、综合)由浅入深加以排列。每个问题都作为数学问题提出，然后加以解答，并对其中的实际情况和数学原理作了说明。

希望本书有助于青年读者巩固数学知识，培养分析问题和解决问题的能力，了解数学知识是怎样应用于解决实际问题的，提高学数学的兴趣，树立学好数学为四化建设服务的正确目的。

本书可供中学数学教师参考，可作为中学数学第二课堂的学习资料，也可供中学生、中专、中技学生和青年工人阅读。

对于作为本书取材来源的生产单位及科技书刊作者和出版社，在此谨致衷心的感谢。

对本书的缺点错误，敬请批评指出，以便改正。

编著者

1983年1月

内 容 提 要

本书选列了在生产劳动和科学技术工作中能用中学数学知识解决的一些实际应用问题。内容涉及的范围有工业、农业、建筑、测量以至物理、化学、天文、地理等方面。按所用的数学知识——代数、三角、立体几何、解析几何、微积分等，由浅入深地排列。每个问题都有解答，并对实际情况和数学原理作了相应的说明。本书可供中学数学教师参考，也可作中学数学第二课堂的学习资料，供高中学生、中专和中技学生阅读。

目 录

代 数

1. 高空中的大气压力是多少?	1
2. 多少年后镭还剩原来的一半?	3
3. 切削速度与工具寿命之间的关系是怎样确定的?	5
4. 为什么体胀系数约等于线胀系数的 3 倍?	8
5. 一盘铜片有多长?	10
6. 为什么可以用复数计算力的合成?	11
7. 飞机的平均加速度是怎样的?	13
8. 怎样利用向量合成正弦波?	15
9. 降水量几年一遇表示什么意思?	18
10. 子女是哪一种血型?	20

三 角

11. 频率与角速度有什么关系?	23
12. 怎样求出不平行性的角度值?	24
13. 坡度角的度数 θ 与坡度百分数 $i\%$ 的 i 之间 有什么关系?	25
14. 激光在月球上照出多大的光斑?	27
15. 怎样从测量角度的误差计算目标的左右偏移量?	27
16. 水准仪到标尺的距离最多是多少?	28

17. 怎样用放射法定出起跑线?	30
18. 棘轮一周有多少个齿?	32
19. 怎样用一个钢球检验圆锥孔的锥角?	35
20. 为什么这些式子的两边恒等?	36

立体几何

21. 怎样用样板平尺检查平面?	41
22. 怎样浇灌混凝土地面?	42
23. 楼房影子的范围是怎样的?	43
24. 为什么可以用千分表检查工件的两个平面 是否平行?	45
25. 皮包的展开面应是怎样的?	46
26. 怎样使烟囱砌直?	48
27. 为什么有这些关系? (一)	49
28. 为什么有这些关系? (二)	51
29. 平面绕轴旋转怎样计算?	53
30. 房屋在屏幕上的图像是怎样的?	56
31. 怎样从等高线图画出剖面图?	59
32. 怎样从钻探资料画出煤层的剖面图和等高线图?	61
33. 从煤层的等高线图怎样画出铅垂剖面图和 水平剖面图?	65
34. 从煤层的等高线图怎样计算煤层的埋藏量?	69
35. 水槽里的水有多重?	75
36. 怎样计算渠道填、挖的土方?	76
37. 怎样计算螺旋齿轮的导程?	80
38. 三角架每条腿受到多少压力?	82
39. 正四棱锥侧面之间所成的二面角是多少度?	84

40. 夏至、冬至时阳光直射哪一条纬度圈?	86
41. 各个纬度圈上经度 1 度的弧长是多少?	88
42. 怎样确定某一地点的纬度?	90
43. 什么叫做立体角?	92
44. 什么是“正射极地平面投影”?	93
45. 用“心射极地平面投影”画出的地图是怎样的?	94
46. 怎样用“等积圆筒图法”来画地图?	97

解析几何

47. 重心的位置在哪里?	100
48. 三角测量中怎样计算各三角形顶点的近似坐标?	103
49. 支撑运输皮带的钢柱要多高?	106
50. 怎样画出表示炉砖各处温度的曲线, 并求得它的方程?	107
51. 怎样求出钻孔中心的坐标?	108
52. O 点到 AB 和到 BC 的垂直距离是怎样计算的?	109
53. 测量水位的断面怎样迁移?	111
54. 合成纤维的强度与其拉伸倍数有什么关系?	113
55. 要开出每辆载重 8 吨和载重 5 吨的卡车各多少辆?	114
56. 怎样求出土基形变模量值与土的 相对含水量的关系?	118
57. 行星到太阳的距离有什么规律?	121
58. 世界人口如果不加控制将要怎样?	124
59. 怎样求出钻孔中心的坐标?	126
60. 足球飞过球门线时有多高?	128
61. 在哪里抛下救灾物资?	129
62. 怎样求得斜杆的长?	130

63. 椭圆为什么可以这样画?	131
64. 这个彗星会不会回来?	134
65. 怎样计算等速螺线的导程?	136
66. 怎样画出自动控制进刀退刀的凸轮轮廓线?	138
67. 为什么 P 点的轨迹是双纽线?	141
68. 用“正射赤道平面投影”画出的地图上, 经纬线是怎样的 线?	143
69. 设计图上的倾斜坐标, 怎样转换成坐标镗床加工中的基 准坐标?	146
70. 怎样求三度空间的共点力的合力?	148
71. 怎样求三度空间的平行力它们的合力?	150
72. 怎样从平面图中得到立体感?	151
73. 怎样用地面立体摄影测量来确定地物的位置?	154

微 积 分

74. 下渗率是怎样随时间而变化的?	157
75. 从圆木杆锯出矩形梁为什么这样锯?	158
76. 外电阻是多少时电功率最大?	161
77. 怎样使水渠的湿周最小?	163
78. 化学反应在什么情况下速度最大?	164
79. α 角应是多大, 可使漏斗容积最大?	166
80. 化学容器的表面积怎样使它最小?	168
81. 怎样萃取效率才最高?	171
82. 混合流体的粘度随其中一种组成流体的浓度而增加吗?	174
83. 导杆的转速和滑块的滑速各是多少?	175
84. 曲柄旋转时, 连杆和滑块怎样运动?	177

85. 角度相差 1 秒, 它的正弦对数相差多少?	179
86. 测量高度的误差是多少?	180
87. 皮带轮包角的近似公式是怎样得出的?	181
88. 画大圆弧的 " $\frac{1}{4}$ 法" 根据的是什么道理?	183
89. 怎样画扁圆?	185
90. 水库内的水量怎样用图象表示?	188
91. 流量—时间曲线下方的面积表示什么?	192
92. 城内有多少人口?	196
93. 铜片绕在盘上的总长是多少?	197
94. 蝶阀倾斜后管道流水的有效面积是多少?	201
95. 量筒里的悬浮体总质量是多少?	204
96. 固紧档板至少要用几个螺钉?	205
97. 铁水包的重心在哪里?	207
98. 要用多大直径的铝片毛料?	209
99. 油管中油的平均流速是多少?	214
100. 交流电的平均值是多少?	215
101. 怎样计算交流电的有效值?	218

综 合

102. 公路转弯处的中心弧线怎样定出?	221
103. 怎样用气泡偏移的格数表示水平仪的倾斜度?	224
104. 弓形高与弓形所对的中心角和弦长之间有什么关系?	227
105. 炮击目标怎样计算?	229
106. 这些式子是怎样化简的?	232
107. 怎样检验圆台形凹槽的规格?	234
108. 怎样制做坡度比例尺?	237

109.三角板的支腿上受力多少?	241
110.圆环悬挂重物, 每条绳中的张力是多少?	245
111.角梁斜木怎样画线下料?	248
112.怎样刻出量杯上的刻度?	251
113.“正向等积极地投影”的地图是怎样画出的?	252
114.镗孔中心的位置在哪里?	256
115.凸弧半径怎样检验?	258
116.航空测量中, 怎样根据“左右视差较”来确定两个地物的 高差?	261
117.航空摄影像片上一点与地面上相应点的极坐标间有什么 关系?	265
118.圆轴的直径应是多大?	270
119.两个椭圆齿轮共轭, 怎样求它们转角之间及转速之间的 关系?	273

代 数

1. 高空中的大气压力是多少？

海面上的大气压力是760毫米水银柱。高空中因空气稀薄，大气压力就小于760毫米水银柱，高度越高，大气压力越低。大气压力 P (毫米水银柱)和高度 h (米)之间的关系有下列形式：

$$P = 760e^{-kh} \quad \dots\dots (1)$$

这里 e 是自然对数的底数， $e \approx 2.71828$ ； k 是常数。

根据实验，知道500米高空处的大气压力是700毫米水银柱。

1. 试由此确定(1)式中的常数 k 。

2. 从而求出1000米高空处的大气压力。

3. 如果高空某处的大气压力是560毫米水银柱，那么这处的高度是多少呢？

解答和说明

1. 把 $h = 500$ ， $P = 700$ 代入(1)式，得

$$700 = 760e^{-500k}.$$

两边各取常用对数,

$$\lg 700 = \lg 760 + (-500k)\lg 2.71828.$$

由此解得

$$\begin{aligned} k &= \frac{\lg 700 - \lg 760}{-500 \lg 2.71828} \\ &= \frac{2.8451 - 2.8808}{-500 \times 0.4343} \\ &= 0.000164. \end{aligned}$$

就是说, (1)式中的常数 k 应是0.000164.

2. 把 $k = 0.000164$ 代入(1)式, 得

$$P = 760e^{-0.000164h}, \dots\dots (2)$$

这就是大气压力与高度的关系式.

求1000米高空处的大气压力, 把 $h = 1000$ 代入(2)式, 得

$$\begin{aligned} P &= 760e^{-0.000164 \times 1000} \\ &= 760e^{-0.164} \\ \lg P &= \lg 760 + (-0.164)\lg e \\ &= \lg 760 + (-0.164)\lg 2.71828 \\ &= 2.8808 - 0.164 \times 0.4343 \\ &= 2.8096. \end{aligned}$$

$$\therefore P = 645.$$

就是说, 在1000米高空, 大气压力是645毫米水银柱.

3. 某处的大气压力是560毫米水银柱, 求这处的高度.

把 $P = 560$ 代入(1)式, 得

$$560 = 760e^{-0.000164h}.$$

两边各取常用对数,

$$\lg 560 = \lg 760 + (-0.000164h)\lg e.$$

由此解得

$$\begin{aligned}
 h &= \frac{\lg 560 - \lg 760}{-0.000164 \times \lg 2.71828} \\
 &= \frac{2.7482 - 2.8808}{-0.000164 \times 0.4343} \\
 &= 1860.
 \end{aligned}$$

就是说,大气压力是560毫米水银柱的高空,高度约是1860米。

2. 多少年后镭还剩原来的一半?

镭自然放置时,不断衰变。设镭的原始量为 R_0 克,经过 t 年的衰变后,剩余量为 R 克。那么 R_0 、 R 与 t 之间的关系有下列形式:

$$R = R_0 e^{-kt}. \quad (1)$$

这里 e 是自然对数的底,即 $e \approx 2.71828$ 。

经过观察,镭自然放置20年后,剩余量为原始量的99.138%。

你能否由此确定(1)式中的常数 k ? 能否进一步算出,经过多少年的衰变后,镭的剩余量是原始量的一半?

解答和说明

1. 确定(1)式中的常数 k 。

(1) 式可以写成

$$\frac{R}{R_0} = e^{-kt}. \quad (2)$$

这里 $\frac{R}{R_0}$ 就是剩余量与原始量的比。

把 $\frac{R}{R_0} = 0.99138$, $t = 20$ 代入(2), 得

$$0.99138 = e^{-20k}. \quad (3)$$

(3) 是指数式, 把它写成对数式, 就得

$$-20k = \log_e 0.99138,$$

就是

$$-20k = \ln 0.99138. \quad (4)$$

这里 $\ln x$ 表示 x 的自然对数, 即 $\ln x = \log_e x$.

如果有自然对数表, 那么可以查得

$$\ln 0.99138 = -0.00866.$$

如果没有自然对数表, 只有常用对数表, 那么可以利用公式

$$\ln x = 2.303 \lg x,$$

得

$$\ln 0.99138 = 2.303 \times \lg 0.99138$$

$$= 2.303 \times \bar{1}.99624 = 2.303 \times (-0.00376)$$

$$= -0.00866.$$

把 $\ln 0.99138 = -0.00866$ 代入 (4), 得

$$-20k = -0.00866,$$

由此可以解得

$$k = 0.000433.$$

如果把 (3) 式两边各取常用对数, 可得

$$\lg e^{-20k} = \lg 0.99138.$$

由此可得

$$-20k \lg e = \lg 0.99138$$

$$-20k \lg 2.71828 = \lg 0.99138,$$

因此, 也可解得

$$k = \frac{\lg 0.99138}{-20 \lg 2.71828} = \frac{\bar{1}.99624}{-20 \times 0.4343}$$

$$= \frac{-0.00376}{-8.686} = 0.000433.$$

2. 计算经过多少年的衰变后, 镭的剩余量是原始量的一半。

把 $\frac{R}{R_0} = 0.5$ (即剩余量 R 是原始量 R_0 的一半), $k = 0.000433$

代入(2)式, 得

$$0.5 = e^{-0.000433t}.$$

化成指数式, 可得

$$-0.000433t = \ln 0.5.$$

或者两边各取常用对数, 可得

$$-0.000433t \lg e = \lg 0.5.$$

由此可以解得

$$\begin{aligned} t &= \frac{\ln 0.5}{-0.000433} = \frac{\lg 0.5 \times 2.303}{-0.000433} \\ &= \frac{\bar{1}.69897 \times 2.303}{-0.000433} = \frac{-0.30103 \times 2.303}{-0.000433}, \end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned} t &= \frac{\lg 0.5}{-0.000433 \lg e} = \frac{\bar{1}.69897}{-0.000433 \times 0.4343} \\ &= \frac{-0.30103}{-0.000433 \times 0.4343}. \end{aligned}$$

两者的结果都得

$$t \approx 1600.$$

就是说, 约过一千六百年后, 镭还剩原来的一半。

3. 切削速度与工具寿命之间的关系是怎样确定的?

机床上使用工具, 在其他条件相同的情况下, 如果切削速度高, 那么工具的寿命短, 相反, 如果切削速度低, 那么工具的寿命长。

通过实践, 知道在一定的条件下, 切削速度 V (米/分) 与工