

饱含一代名师呕心之作

百册丛书撷英

开启考试智商

智

商

系列 4
EXAM IQ-4

丛书主编 王后雄
本册主编 张桂芬

初中数学

应用题题型突破 例释

龙门书局

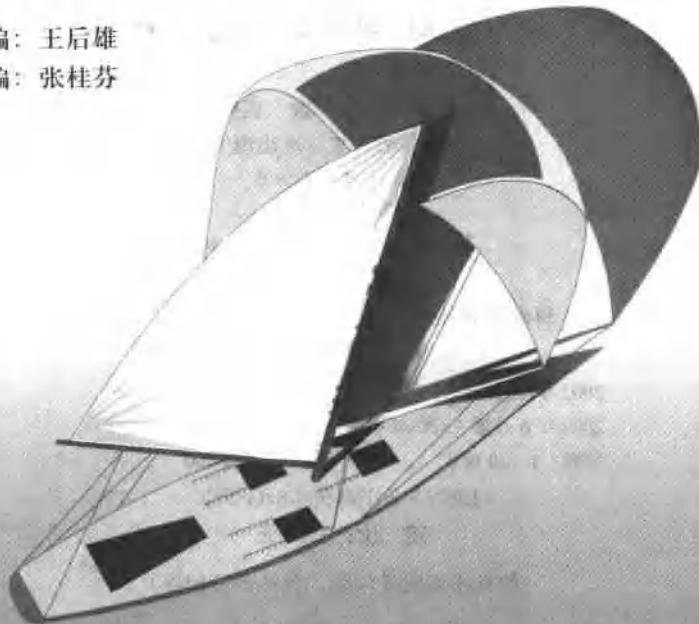




初中数学

应用题 题型突破 例释

丛书主编：王后雄
本册主编：张桂芬



龙门书局

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话：(010)64034160,13501151303(打假办)

邮购电话：(010)64000246



初中数学应用题题型突破例释

丛书主编 王后雄

责任编辑 王 敏 袁勇芳

龙门书局出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

三河市潮河印刷厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

2002年6月第一版 开本：890×1240 A5

2002年6月第一次印刷 印张：6 1/4

印数：1~30 000 字数：224 000

ISBN 7-80160-560-8/G·550

定 价：7.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

开启《考商》

——主编王后雄寄语

谈论考试(EXAM)成绩,不能不探究智商(IQ)。智商为何物?关于智力与能力培养文献说:IQ=智龄÷实足年龄×100,当IQ>120时,叫做“聪明”。《考商》(英文缩写EXAM IQ)是通过考点记忆、考试失分点、解题技巧、题型探究四大系列丛书对学生的日常学习方法、复习备考策略以及考试答题技术等方面进行全程指导,开启学生考商。可以说,每一种方法、每一例诠释、每一练布控,无不凝聚着一代名师的心血!

就学习与考试而言,学生最缺什么?教材中有的是星罗棋布的知识,课堂上有的是教师透彻的分析,学生缺的是知识的序化,缺的是答题的失误诊疗,缺的是方法的引领,缺的是题型的探究!

来,让我们一起感悟EXAM IQ带来的“思维刷新”——

系列1 各科考点知识记忆例释

EXAM IQ—1 对学习及考试中的解题依据及答题点(知识点、方法点)进行整合,浓缩知识主干及内核,形成本学科知识架构,突出得分指要,“编码”好的图解知识和提纲网络体系最大限度地减轻记忆负担。“科学记忆、轻松备考”不再是学生的梦想!

系列2 各科考试失分点例释

EXAM IQ—2 简要概括和综合提炼各学科考试中学生的答题失误点及盲点,在知识、思维、心理等方面诊疗各类错误缘由,探究解题规律和答题技术。“无论从哪方面学习,不如从自己所犯的错误的后果学习来得快”(恩格斯语)。

系列3 各科解题技巧例释

EXAM IQ—3 “方法·技巧”类知识源于教材而超越教材,被人们誉为“黄金知识”。本着“授之鱼,不如授之渔”的宗旨,本系列注重揭示各学科解决问题的规律,教给学生解决问题的方法和技巧。

系列4 各科题型突破例释

EXAM IQ—4 从考试热点题型及前瞻题型切入,突出对考试题型结构及功能的诠释,对每一种题型的解题方法从技巧、策略上进行了全面分析。因为要考试,我们必须熟悉题型,掌握题型突破方法。

谁给你从未有的?谁给你最有用的?谁给你最好的?——让《考商》作答,让自己HIGH起来!



总有一种新



系列 1
系列 2
系列 3
系列 4

考商

使用说明



EXAM IQ

各科考点记忆例释

记易

① 记忆方法 综合考试知识点 方法点

为轻松考试而必须记住的知识点、方法点，图解示例教你提升知识势能，激活创造思维，学会天才记忆方法。

② 记忆快通 考试中经常出现的例题和解法

● 点击考试的解题依据 记忆要点

③ 记忆迁移 记忆同步演练●巩固学习成果

考试名题激活兴奋点，完全解答名师伴读，再也不怕找不到解题之门。

(我们都能成为记忆天才)

各科解题技巧例释

法易

① 方法平台 解读解题方法与技巧

按照学习与思维的内在联系，教会科学思想方法、解题思维方法与技巧。

② 名题 名题启迪 领会方法

将解题方法与技巧同解题过程分析综合表达，聚变创新，提高解题质量和效率。

③ 考试方法在线 建战胜试题 为方法拍手称快

同类题的同步训练，有助于理解例题要领，快速掌握方法内容。

方法是什么 ● 知识 + 方法 = 能力

考商 - 1
EXAM IQ-1

考商 - 3
EXAM IQ-3

捷径—让我们选择→

各科考点记忆例释

各科考试失分点例释

各科解题技巧例释

各科题型突破例释

当你在学习和考试中遇到困难时，你可在此花最少的钱随心所欲地选择你最需要的内容……

| | | |
|---------------------------------|--|------------------|
| 珍误 | 考高 - 2 EXAM IQ-2 | 各科考试失分点例释 |
| 1 指点迷津 天子知识 思维 判理性答题失误诊疗 | 因为考试，我们总不可避免地出错，而我们有时并不明白，每一种错误的出现总有其归因性根源…… | |
| 2 考场诊疗 阅读名师点评易错奇题 | 名师从考场答题切入，从知识、思维、心理等方面剖析易误点、失分点及盲点。 | |
| 3 诊断测试 易误点 直点矫正 教我们不再出错 | 精心配备的诊断题，引导你避开解题误区。注意对思维的监控和批判，乃首善者得真谛。 | |
| (我们无法回避考试 我们希望解题不再出错) | | |
| 题圣 | 考高 - 4 EXAM IQ-4 | 各科题型突破例释 |
| 关于 考试题型功能及解题突破的入门书 | | |
| 1 方法症 针对各题型弱智解法 教你得分方法 | 解密重点题型的子题型分类突破技巧，快捷获取得分指要。 | |
| 2 点名 名誉印证 说服力会更强 | 随文解惑和提示，与方法提要对应，从而使你对题型认识和方法领会更深刻。 | |
| 3 方法症 训练中领悟题型功能 学会应试技巧 | 题型+题型训练，能快捷地提高你的学习水平和应试能力。 | |
| 因为考试 我们必须熟悉题型 突破题型 | | |



丛书编委会暨图书使用指导委员会

总策划 龙门书局

主编 王后雄(特级教师·硕士研究生导师·教学论专家)

副主编 杨剑春 瞿家廷 涂晓章

初中组 朱华东 罗建国 童祥林 徐奉林
王成初 吕颖华

执行编委 王 敏

欢迎读者将图书使用过程中的问题或修订建议与主编或使用指导委员会的专家沟通交流,我们将尽可能给您及时释疑解惑,提供全方位咨询和指导。我们深信,今天的读者,乃明天的编者!

目 录

第一篇 中考数学应用题题型分析及解法探讨(中考题型篇) (1)

- 第一讲 行程与工程类应用题 (1)
- 第二讲 生产与生活类应用题 (10)
- 第三讲 营销与决策类应用题 (18)
- 第四讲 统计与测量类应用题 (30)
- 第五讲 图象与信息类应用题 (39)
- 第六讲 分类讨论应用题 (50)
- 第七讲 信息迁移类应用题 (60)
- 第八讲 探索性问题应用题 (72)
- 第九讲 存在性问题应用题 (84)
- 第十讲 跨学科综合类应用题 (97)

第二篇 初中数学专题知识应用题解法探讨(教材考纲知识篇) (107)

- 第一讲 数与式应用题 (107)
- 第二讲 方程与方程组应用题 (114)
- 第三讲 不等式与不等式组应用题 (121)
- 第四讲 函数及其图象应用题 (128)
- 第五讲 统计初步应用题 (138)
- 第六讲 直线型应用题 (145)
- 第七讲 三角形应用题 (150)
- 第八讲 四边形应用题 (159)
- 第九讲 圆应用题 (167)
- 第十讲 综合问题应用题 (176)

第一篇

中考题型篇

中考数学应用题题型分析及解法探讨



本篇主要依据历年中考数学应用题的应用背景将其分为十种类型进行讲解，对每种类型的应用题的解法进行分析探讨，通过精讲、精练，进一步提高同学们对应用题的应用水平。

第一讲

行程与工程类应用题



方法聚焦

行程、工程问题是初中阶段列方程解应用题的重点，也是中考命题考查应用题的热点。行程类应用题千变万化，方法性强，主要有相遇问题和追及问题。工程类应用题，是指用数学知识和原理对工程的定位、大小、采光等情况进行合理布局、设计的一类题。不管问题所涉及的实际背景是否熟悉，只要认真去想，从题意出发，设好未知数之后，用心体会题目所规定的实际情境，从中找出等量关系，列出方程或方程组，问题也就不难解决了。



点面名题

[例 1]（福建省中考题）甲、乙两艘旅游客轮同时从台湾省某港出发来厦门。甲沿直航行 180 海里到达厦门；乙沿原来航线绕道香港后来厦门，共航行了 720 海里，结果乙比甲晚 20 小时到达厦门。已知乙速比甲速每小时快 6 海里，求甲客轮的速度（其中两客轮速度都大于 16 海里/小时）？

[解析] 设甲客轮速度为每小时 x 海里，根据题意得



· 2 ·

考 商·系列 4

$$\frac{720}{x+6} - \frac{180}{x} = 20,$$

整理得

$$x^2 - 21x + 54 = 0,$$

解得

$$x_1 = 18, x_2 = 3.$$

经检验 $x_1 = 18, x_2 = 3$ 都是所列方程的解, 但速度 $x_2 = 3 < 16$, 不合题意, 所以只取 $x = 18$.

答: 甲客轮的速度为每小时 18 海里.

[评注] 本题为行程问题. 题目比较容易, 但解分式方程要验根, 尽管两解都是原方程的根, 但其中一解不合题意应舍去.

[例 2] (哈尔滨市中考题)“丽圆”开发公司生产的 960 件新产品, 需要精加工后, 才能投放市场. 现有甲、乙两个工厂都想加工这批产品, 已知甲工厂单独加工完这批产品比乙工厂单独加工完这批产品多用 20 天, 而乙工厂每天比甲工厂多加工 8 件产品, 公司需付甲工厂加工费用每天 80 元, 乙工厂加工费用每天 120 元.

(1) 求甲、乙两个工厂每天各能加工多少件新产品.

(2) 公司制定产品加工方案如下: 可以由每个厂家单独完成; 也可以由两个厂家同时合作完成. 在加工过程中, 公司需派一名工程师每天到厂进行技术指导, 并负担每天 5 元的午餐补助费.

请你帮助公司选择一种既省时又省钱的加工方案, 并说明理由.

[解析] (1) 设甲工厂每天能加工 x 件产品, 则乙工厂每天能加工 $(x+8)$ 件产品. 根据题意, 得

$$\frac{960}{x} = \frac{960}{x+8} + 20,$$

整理, 得

$$x^2 + 8x - 384 = 0,$$

解得

$$x_1 = 16, x_2 = -24.$$

经检验 $x_1 = 16, x_2 = -24$ 都是原方程的根, 但是每天能加工的产品数不能为负数.

所以 $x = -24$ 舍去, 只取 $x = 16$. 当 $x = 16$ 时 $x + 8 = 24$.

答: 甲、乙两个工厂每天各能加工 16 件和 24 件新产品.

(2) 甲工厂单独加工完这批新产品所需的时间为 $960 \div 16 = 60$ (天)

所需要费用为 $80 \times 60 + 5 \times 60 = 5100$ (元)

乙工厂单独加工完成这批新产品所需的时间为 $960 \div 24 = 40$ 天.

所需要费用为 $120 \times 40 + 5 \times 40 = 5000$ (元).

设他们合作完成这批新产品所用的时间为 y 天, 于是 $y \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{40} \right) = 1$.

解得 $y = 24$ (天)



所需费用为 $(80 + 120) \times 24 + 5 \times 24 = 4920$ (元).

因为甲、乙两家工厂合作所用时间和钱数都最少,所以选择甲、乙两家工厂合作加工完这批新产品比较合适.

答:(略).

[评注] 本例是一个工程问题,按工作效率、工作时间与工作总量的关系很容易求出第(1)问,要回答第(2)个问题,应考虑三种方案的工作时间和费用.

[例 3] (河北省中考题)甲、乙两辆汽车在一条公路上匀速行驶.为了确定汽车的位置,我们用数轴 Ox 表示这条公路,原点 O 为零千米路标如图 1-1-1,并作如下约定:

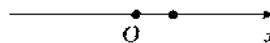


图 1-1-1

①速度 $v > 0$,表示汽车向数轴正方向行驶;

速度 $v < 0$,表示汽车向数轴负方向行驶;

速度 $v = 0$,表示汽车静止.

②汽车位置在数轴上的坐标 $s > 0$,表示汽车位于零千米路标的右侧;

汽车位置在数轴上的坐标 $s < 0$,表示汽车位于零千米路标的左侧;

汽车位置在数轴上的坐标 $s = 0$,表示汽车恰好位于零千米路标处.

遵照上述约定,将这两辆汽车在公路上匀速行驶的情况,以一次函数图象的形式画在了直角坐标系中,如图 1-1-2.

请解答下列问题:

(1)就这两个一次函数图象所反映的两汽车在这条公路上行驶的状况填写如下的表格.

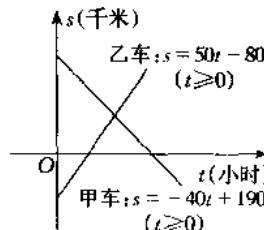


图 1-1-2

| 结 论 项 | 行驶方向 | 速度的大小 (千米/时) | 出发前的 位 置 |
|-------------|------|-----------------|----------------|
| 甲 车 | | | |
| 乙 车 | | | |

(2)甲、乙两车能否相遇?如能相遇,求相遇时的时刻及在公路上的位置;如不能相遇,请说明理由.



[解析] (1) 甲车: x 轴负方向(向左); 40; 零千米路标右侧 190 千米处.

乙车: x 轴正方向(向右); 50; 零千米路标左侧 80 千米处.

(2) 甲乙两车相遇

设经过 t 小时两车相遇, 由 $\begin{cases} s = -40t + 190 \\ s = 50t - 80 \end{cases}$

得 $\begin{cases} t = 3 \\ s = 70 \end{cases}$

所以经过 3 小时两车相遇, 相遇在零千米路标右侧 70 千米处.

[评注] 本题题干较长, 既是一道行程问题的题, 又是一道阅读题, 并且与函数知识联系起来了, 因此必须反复读题, 真正理解题意才能解决问题.

[例 4] (济南市中考题) 如图 1-1-3 所示, 济南市实施容貌工程期间, 某学校在教学楼前铺设小广场地面, 其图案设计如图 1-1-3(a): 正方形小广场地面的边长是 40m, 中心建一直径为 20m 的圆形花坛, 四角各留一边长为 10m 的小正方形花坛, 种植高大树木, 图中阴影处铺设广场砖.

(1) 计算阴影部分的面积 S (π 取 3);

(2) 某施工队承包铺设广场砖的任务, 计划在一定时间内完成. 按设计工作 1 天后, 改进了铺设工艺, 每天比原计划多铺 60m^2 , 结果提前 3 天完成了任务. 原计划每天铺设多少 m^2 ?

(3) 图 1-1-3(b) 表示广场中心的圆形花坛的平面图, 准备在圆形花坛内种植 6 种不同颜色的花卉, 为了美观, 要使同色花卉集中在一起, 并且各色花卉的种植面积相等. 请你帮助设计出一种种植方案, 作在图(b)上(不必说明方案, 用尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹).

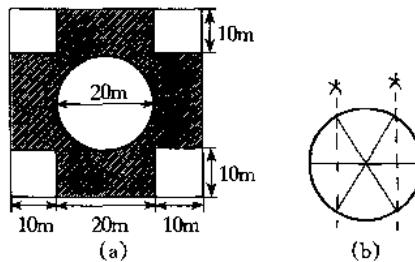


图 1-1-3

[解析] (1) $S = 40^2 - 4 \times 10^2 - \pi \left(\frac{20}{2}\right)^2 = 1600 - 400 - 300 = 900(\text{m}^2)$.

(2) 设工程队原计划每天铺设 $x\text{m}^2$, 则改进工艺后, 每天铺设 $(x+60)\text{m}^2$, 依题意, 得

$$\frac{900}{x} - 3 = 1 + \frac{900}{x+60},$$



解之,得

$$x_1 = -180, x_2 = 100,$$

经检验 $x_1 = -180, x_2 = 100$ 都是原方程的根,但 $x_1 = -180$ 不合题意,舍去.

$\therefore x = 100$.

答:工程队原计划每天铺设 $100m^2$.

(3)作法如图(b).

[评注] 本题为工程设计问题,所用数学方法非常基本,整体难度不大,不过综合性较强必须认真审题.

[例5] 某工程由甲、乙两队合做6天完成,厂家需付甲、乙两队共8700元;乙、丙两队合做10天完成,厂家需付乙、丙两队共9500元;甲、丙两队合做5天完成全部工程的 $\frac{2}{3}$,厂家需付甲、丙两队共5500元.

(1)求甲、乙、丙各队单独完成全部工程各需多少天?

(2)若工期要求不超过15天完成全部工程,问可由哪队单独完成此项工程花钱少?请说明理由.

[解析] (1)设甲队单独做 x 天完成,乙队单独做 y 天完成,丙队单独做 z 天完成,则

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}, \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{10}, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}, \end{cases}$$

解方程组得

$$\begin{cases} x = 10, \\ y = 15, \\ z = 30. \end{cases}$$

(2)设甲队做一天应付给 a 元,乙队做一天应付给 b 元,丙队做一天应付给 c 元.则有

$$\begin{cases} 6(a + b) = 8700, \\ 10(b + c) = 9500, \\ 5(a + c) = 5500. \end{cases}$$

解方程组得

$$\begin{cases} a = 800, \\ b = 650, \\ c = 300. \end{cases}$$

$\therefore 10a = 8000$ (元), $15b = 9750$ (元), $30c = 9000$ (元)

\therefore 由甲队单独完成工程花钱最少.

答:(1)甲队单独做10天完成,乙队单独做15天完成,丙队单独做30天完



成：

(2)由甲队单独完成此工程花钱最少.

[评注] 本题将两方面的条件放在一起,这就要求我们在诸条件中能够正确选择,加以运用,提高分析问题、解决问题的能力.



方法运用

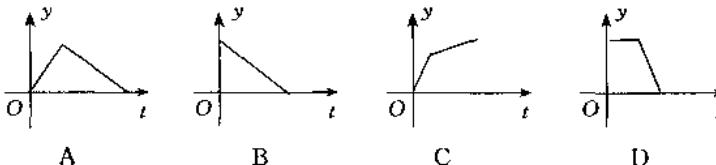
1.(甘肃中考题)一组学生去春游,预计共需费用 120 元,后来又有 2 人参加进来,总费用不变,于是每人可少分摊 3 元,原来这组学生的人数是 ()

- A. 8 B. 10 C. 12 D. 30

2.(天津市中考题)甲、乙两人骑自行车同时从相距 65 千米的两地相向而行,2 小时相遇,若甲比乙每小时多骑 2.5 千米,则乙的时速是 ()

- A. 12.5 千米 B. 15 千米
C. 17.5 千米 D. 20 千米

3.(重庆市中考题)某产品的生产流水线每小时可生产 100 件产品,生产前没有产品积压.生产 3 小时后安排工人装箱,若每小时装产品 150 件,未装箱的产品数量(y)是时间(t)的函数,那么,这个函数的大致图象只能是 ()



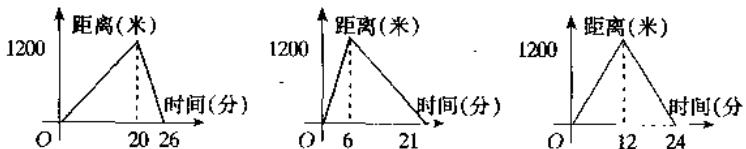
A

B

C

D

4.(吉林省中考题)小刚、爸爸、爷爷同时从家中出发到达同一目的地后都立即返回.小刚去时骑自行车,返同时步行;爷爷去时是步行,返回时骑自行车;爸爸往返都步行.三个人步行的速度不等,小刚与爷爷骑车的速度相等.每个人的行走路程与时间的关系分别是下面三个图象中的一个,走完一个往返,小刚用 _____ 分钟,爸爸用 _____ 分钟,爷爷用 _____ 分钟.



5.(河北省中考题)在一次“人与自然”知识竞赛中,竞赛试题共有 25 道题.每道题都给出 4 个答案,其中只有一个答案正确.要求学生把正确答案选出来.每道题选对得 4 分,不选或错选倒扣 2 分.如果一个学生在本次竞赛中的得分不低于



60分,那么,他至少选对了 19 道题.

6.(吉林省中考题)某初一学生在做作业时,不慎将墨水瓶打翻,使一道作业题只看到如下字样:“甲、乙两地相距40千米,摩托车的速度为45千米/时,运货汽车的速度为35千米/时■.”(涂黑部分表示被墨水覆盖的若干文字)请将这道作业题补充完整,并列方程解答.

7.(武汉市中考题)为了将武汉市建设成为山水园林城市,决定建设“武汉外滩”.现将一工程包给某城建公司,该公司甲、乙两工程队如果合做这项工程共需4个月;如果先由甲队单独做3个月,剩下的工程由乙队单独完成,那么,乙队所需的时间等于甲队单独完成这项工程所需的时间.求甲、乙两队单独完成这项工程各需几个月?

8.(北京市海淀区中考题)为了参加北京市申办2008年奥运会的活动,

(1)某班学生争取到制作240面彩旗的任务,有10名学生因故没能参加制作,因此这班的其余学生人均要比原计划多做4面彩旗才能完成任务,问这个班有多少名学生?

(2)如果有两边长分别为1,a(其中 $a > 1$)的一块矩形绸布,要将它剪裁出三面矩形彩旗(面料没有剩余),使每面彩旗的长和宽之比与原绸布的长和宽之比相同,画出两种不同裁剪方法的示意图,并写出相应 a 的值(不写计算过程).

9.甲乙两车早上7时20分分别从A、B两城出发,相向而行,10时40分两车相遇,此时甲车走的路程是乙车所走路程的 $\frac{4}{5}$.

(1)甲乙两车相遇前平均每小时各走全部路程的几分之几?

(2)相遇后,两车继续按原速度前进,乙车途中遇雾,行车速度降为原速度的 $\frac{3}{5}$,甲车按原来速度走完全部路程的 $\frac{14}{15}$ 时遇雨,行车速度降为原来速度的 $\frac{5}{6}$,结果乙车到达A城和甲车到达B城的时间相同,试问乙车在什么时间遇雾?

10.(永州市中考题)甲、乙、丙、丁四名打字员承担一项打字任务,若由这四人中的某一人单独完成全部打字任务,则甲需要24小时,乙需要20小时,丙需要16小时,丁需要12小时.

(1)如果甲、乙、丙、丁四人同时打字,需要多少时间完成任务?

(2)如果按甲、乙、丙、丁,甲、乙、丙、丁,……的顺序轮流打字,每一轮中每人各打一小时,需要多少时间完成任务?

(3)能否把(2)中所说的甲、乙、丙、丁的次序作适当调整,其余都不变,使完成这项打字任务的时间比原定方式至少提前半小时?(答题要求:如认为不能,说明理由;如认为能,至少说出一种轮流的次序,并求出相应能提前多少时间完成任务)

11.(山西省中考试题)如图1-1-4,公路上有A,B,C三站,一辆汽车在上午



8时从离A站10km的P地出发向C站匀速前进,15分钟后离A站20km.



(1)设出发 x 小时后,汽车离A站 y km,写出 y 与 x 之间的函数关系式;

图 1-1-4

(2)当汽车行驶到离A站150km的B站时,接到通知要在中午12点前赶到离B站30km的C站.汽车若按原速度能否按时到达?若能,是在几点几分到达;若不能,车速最少应提高到多少?

【答案与提示】

1.A. 设原来这组学生数为 x 人, 则 $\frac{120}{x} = \frac{120}{x+2} + 3$.

2.B. 设乙的时速为 x 千米/时, 则 $(2.5 + 2x) \times 2 = 65$.

3.A. $y = \begin{cases} 100t & 0 \leq t \leq 3 \\ 450 - 50t & 3 < t \leq 9 \end{cases}$

4.21, 24, 26. 根据函数图象趋势来回答.

5.19. 设至少做对 x 道题, 则 $4x - 2(25 - x) \geq 60$.

6.(本题答案不惟一)参考答案、补充部分: 若两车分别从两地同时开出, 相向而行, 经过几小时两车相遇?

解: 设经过 x 小时两车相遇, 依题意可得 $45x + 35x = 40$, $\therefore x = \frac{1}{2}$.

7. 设甲、乙两工程队单独完成这项工程各需 x 、 y 个月, 依题意得

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \cdots ① \\ \frac{3}{x} + \frac{x}{y} = 1 \cdots ② \end{cases}$$

由①、②得 $x^2 - 8x + 12 = 0$, 解得 $x_1 = 2$, $x_2 = 6$,

$\therefore \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = -4 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 6 \\ y_2 = 12 \end{cases}$. 经检验以上都是方程组的解, 但 $\begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = -4 \end{cases}$ 不合题意,

舍去.

8.(1)设这个班有 x 名学生, 那么实际参加彩旗制作的学生有 $(x - 10)$ 名. 根据题意得 $\frac{240}{x - 10} - \frac{240}{x} = 4$. 解方程得 $x_1 = 30$, $x_2 = -20$. 经检验, $x_1 = 30$, $x_2 = -20$ 都是原方程的根. 因为负数不合题意所以只取 $x = 30$.



(2) 示意图:

$$\textcircled{1} \quad \frac{1}{3}a \quad \frac{1}{3}a \quad \frac{1}{3}a \quad a = \sqrt{3}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{1}{a} \quad \frac{a}{2} \quad a = \sqrt{2}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{1}{a} \quad \frac{1}{2a} \quad a = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{1}{a} \quad a - \frac{1}{a} \quad a = \frac{\sqrt{2+2\sqrt{5}}}{2}$$

9.(1) 甲车 $3\frac{1}{3}$ 小时走完全部路程的 $\frac{4}{9}$, ∴ 每小时走全部路程的 $\frac{4}{9} \div 3\frac{1}{3} = \frac{2}{15}$, 同理乙车每小时走全部路程的 $\frac{5}{9} \div 3\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

(2) 设乙车从 B 城出发 m 小时遇雾, 在雾中走 n 小时到达 A 城, 则

$$\begin{cases} \frac{1}{6}m + \frac{1}{6} \times \frac{3}{5}n = 1, \\ \frac{2}{15} \left[m + n - \frac{1}{15} \div \left(\frac{2}{15} \times \frac{5}{6} \right) \right] = \frac{14}{15}, \end{cases} \text{解得 } m = 3\frac{3}{5}, n = 4.$$

10. 设总工作量为 1, 则甲、乙、丙、丁每小时分别完成任务的 $\frac{1}{24}, \frac{1}{20}, \frac{1}{16}, \frac{1}{12}$.

(1) 设四人同时打字, 完成任务需 x 小时, 依题意, 得 $\left(\frac{1}{24} + \frac{1}{20} + \frac{1}{16} + \frac{1}{12} \right) \cdot x = 1$, 解得 $x = \frac{80}{19}$. (2) ∵ 一轮完成任务的 $\frac{19}{80}$, ∴ n 轮完成任务的 $\frac{19n}{80}$. 由 $\frac{19n}{80} \leq 1$ 得 $n \leq 4\frac{4}{19}$, n 是正整数, 故 n 的最大值是 4. 经过 4 轮后剩下的任务是 $1 - \frac{19}{80} \times 4 = \frac{1}{20}$. 因此第 5 轮甲打 1 小时后还剩下的任务是 $\frac{1}{20} - \frac{1}{24} = \frac{1}{120}$. 再由乙打还需要 $\frac{1}{120} \div \frac{1}{20} = \frac{1}{6}$ 小时. 故四人轮打共需 $17\frac{1}{6}$ 小时. (3) 要提前半小时完工, 至少在 $17\frac{1}{6} - \frac{1}{2} = 16\frac{2}{3}$ 小时内完成, 所以第 5 轮的第一个人完成余下的 $\frac{1}{20}$, 要至多在 $\frac{2}{3}$ 小时内完成. 因为 $\frac{1}{20} : \frac{1}{12} = \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$, $\frac{1}{20} \div \frac{1}{16} = \frac{4}{5} > \frac{2}{3}$, 显然只有丁才有这样的条件. 所以只要丁排在第一位, 余下三位怎样排都可以, 这就有 6 种轮流次序, 除此以外的排序都不行. 而 $\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} \right) = \frac{17}{30}$, 所以可提前 $\frac{17}{30}$ 小时完成.