堵塞流理论
及其应用

宁宣熙　著

科学出版社
www.sciencep.com

堵塞流理论及其应用

宁宣熙　著

国家自然科学基金资助项目

科学出版社

北京

内 容 简 介

1993 年作者首次提出随机流动网络中的最大流问题，并由此引发出交通网络中的堵塞流模型及其相关理论。本书是在这一新领域的初步研究结果。全书分上下两篇，共八章。

上篇主要介绍堵塞流的基本理论，包括网络饱和流、堵塞流、完全截面、堵塞截面等基本概念、定义及其相互关系，研究了确定堵塞截面的多种算法，还探讨了求解网络最大堵塞流（最大流）和最小堵塞流（最小流）的算法，并用网络随机流动仿真模型进行了仿真验证。

下篇介绍了堵塞流在交通网络防堵塞设计、改造和运行控制中的应用以及利用无环最小支撑流的模型来解决在一般网络中构造哈密顿轨（或圈）问题的研究结果，提出了构造哈密轨（或圈）的自组织算法，并证明了算法的多项式性质。在其实证研究中，通过大约 8500 个网络实例和解决一般象棋盘中马步哈密顿圈问题的研究结果，验证了算法的有效性。

附录中给出了求解网络最小流和几种网络生成器的算法源程序清单，和对若干网络最小流的理论计算和仿真结果等。

本书可供从事图论、网络流理论、计算复杂性、运筹学、组合数学、哈密顿圈和算法设计研究的工作者和研究生参考。

图书在版编目(CIP)数据

堵塞流理论及其应用/宁宣熙著. —北京：科学出版社，2005
ISBN 7-03-014761-8

Ⅰ.堵… Ⅱ.宁… Ⅲ.运筹学-应用-网络流理论-交通运输管理-研究 Ⅳ.U491

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 134124 号

责任编辑：卢秀娟 刘 欢/责任校对：宋玲玲
责任印制：安春生/封面设计：耕者设计工作室

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717
http://www.sciencep.com
源海印刷有限责任公司印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2005 年 5 月第 一 版 开本：A5（890×1240）
2005 年 5 月第一次印刷 印张：8 1/2
印数：1—1 500 字数：256 000

定价：26.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换〈新欣〉）

宁宣熙　南京航空航天大学经济与管理学院教授、博士生导师。1938年生，山东蓬莱人。1962年毕业于北京航空学院（现北京航空航天大学），1965年于该校研究生毕业。曾为美国纽约理工学院访问学者。历任原航空工业部第608研究所工程师，南京航空航天大学管理工程系副主任、主任，工商学院副院长，现任南京航空航天大学工业工程中心主任，兼任江苏省人民政府参事、江苏省系统工程学会副理事长、江苏省机械工程学会工业工程专业委员会主任、中国项目管理研究会常务理事等职。

多年来主要从事运筹学、系统工程、管理科学、工业工程的理论、应用研究及教学工作。主持完成国家自然科学基金、国家863-CIMS项目、航空科研基金和民航科学基金等课题10项，以及横向课题10余项，其中5项获得省部级科技进步奖。撰写专著2部，出版教材5部，发表论文100余篇。堵塞流理论及其应用研究，是作者近10年来在国家自然科学基金两次资助下取得的原创性研究成果。

目　　录

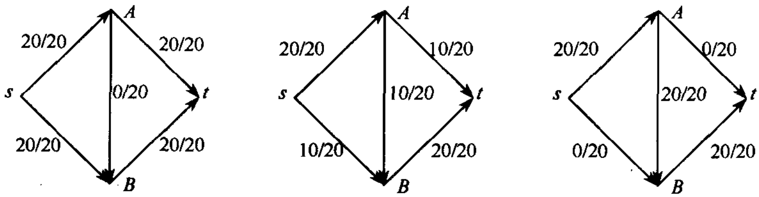
下篇 堵塞流理论应用研究

绪　论

1. 流通网络中的堵塞现象及堵塞流理论的起源

在经典的运筹学理论中，网络流理论是发展最快的分支之一。到目前为止，应该说，无论从理论上还是实际应用上，网络流模型都是一个很成熟的模型。它的建立和求解算法的不断改进，为解决很多实际问题(如管道和通讯网络的设计与优化等)提供了十分有用的工具。然而在已建立的这种网络流理论中，研究的仅仅是网络流现象中的个别特殊的流动。如最大流问题，它是研究通过一个流通网络的最大流量问题。为了达到网络最大流，网络中的每一个流动单元都必须按指定的路线运动，否则就会发生堵塞而达不到最大流，这是在以人为主体的交通网络中经常遇到的现象，特别是在紧急疏散网络中。例如，在如图 0-1 的最简单的流通网络中，图中弧旁的数字为流量/容量，假设以人/分钟为单位。当从 s 点进入网络的流量为 40 人/分钟，并等量地分配在 sA，sB 中时，如果人们沿 $s—A—t$ 和 $s—B—t$ 两条路线流动到终点 t，那么流过网络的总流量是 40 人/分，达到了网络的最大流(图 0-1(a))。但在实际流动中，由于无人引导，也可能发生这样的情况：进入 sA 的 20 个人在 A 点分流，可能会有 10 人进入 AB 弧，另外 10 人进入 At 弧。如果这些来自 AB 弧的 10 个人强行进入 Bt 弧，那么 sB 弧中的流动就被堵塞了，这时通过网络的总流量只有 30 人(图 0-1(b))。在最坏的情况下，当进入 sA 弧的 20 人，在 A 点全部进入了 AB 弧，且在 B 点又强行进入了 Bt 弧，那么通过网络的总流量只有 20 人，这是该网络最严重的堵塞情况(图 0-1(c))。应当说，后两种情况下的流量也是该网络在一定情况下(即堵塞情况下)的极值流，因为在不加任何阻止人们在 A 点进入 AB 弧(或者说强迫已进入 AB 弧的人们返回，从 At 走)的干涉下，该网络中的流动也达到了饱和，不可能再增加流量。在本书中定义其为网络的饱和流，或称为堵塞流，极值流。具有最大流值的堵塞流即是网络的最大流，它和经典网络流理论中的最大流是完全相同的一个概念；而具有最小流值的堵塞流(即最严重堵塞情况下

的极值流)则定义为网络的最小流,这是一个经典网络流理论中无法表述的一个新概念。



(a) 最大流　　(b) 堵塞现象　　(c) 最严重的堵塞情况

图 0-1　最简单网络中的堵塞流动

除了流通网络,在通讯网络的设计与运作中,也有信息流的堵塞与信息传递的可靠性问题。例如图 0-2 所示的城市间通讯网的通讯线路问题。

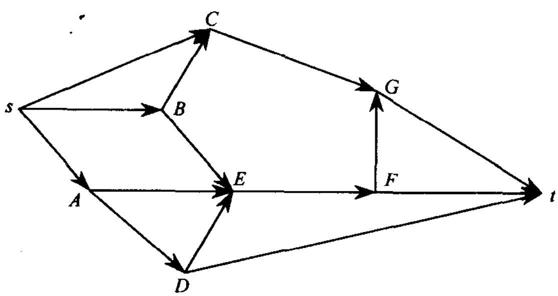


图 0-2　通讯网络

从图上可知,s—t 两城市间同时通话的最多线路是三条:它们是 s—C—G—t,s—B—E—F—t 和 s—A—D—t。但是如果某一次通讯是通过线路 s—A—E—F—G—t 进行的,那么,在这种情况下,s—t 之间的另外两条通讯路线就被堵塞了,这种情况下的通讯线路只有一条。

以上这些来自实际的问题都告诉我们,经典网络流理论已不能解决社会和管理实践中所遇到的一些新问题,它需要向新的研究方向发展,这正如在自然科学的其他学术领域一样,研究非确定性、非线性、多值性已成为当代科学发展的新趋势。堵塞流理论就是网络流规划理论中的非确

定性、多值性研究领域中的一个新分支。

2. 堵塞流理论研究在国内外的发展现状

网络最小流的概念首见于20世纪80年代初，在V. V. Malyshko和F. Harary撰写的两篇内部研究报告中提出了网络最小流问题，并证明了它是一个Np-Hard问题。这一发现要归功于日本中央大学伊理正夫教授，是他的同事提供的信息，并将其复印件寄给了作者。可能是由于它们是内部报告，因此对外界影响较小。从1992年作者受现代交通堵塞现象的启发，提出了堵塞流动问题，并在1993年召开的系统科学与系统工程国际会议上（北京）发表了论文"运输网络在紧急状态下的最大流问题"[1]。随后在国家自然科学基金的资助下，对堵塞流理论进行了系统的研究，提出了有关的概念和定义，证明了堵塞流的基本定理，并用饱和流模型成功地解决了有向网络中的最小流问题，为建立堵塞流理论进行了开拓性的工作[2~13]。最近，这一新的研究领域也引起了国内有关学者的注意，如郑州大学林诏勋等在他们的论文"紧急网络中的最小饱和流问题"[14]中也探讨了最小饱和流的性质，以及它与最大流的关系等方面的问题。

在国外首先关注这一新研究领域的是日本东京中央大学的伊理正夫(Iri Mason)教授。他以极其敏锐的眼光和视角审视了网络流规划领域这一新的发展，并把它视为21世纪网络流多值理论的新领域[15]。他在日本国内组织了相关的研究小组，开展了多方面的研究工作。

根据最近的通信和从网上获得的信息，他们的工作集中在下面两个方面：

在理论研究方面：研究在不同网络中求解网络最小流的方法。如在Tsukuba大学的Yamamoto实验室，Yamamoto正在研究用全局优化方法来求解网络最小流问题。而在东京中央大学伊理正夫实验室，Ken-ichiro Takahashi正在研究求解非循环多端网络的最小流问题。中央大学高桥贤一郎研究了无闭路多端点网络的最小流问题。在应用研究方面：日本筑波大学铃木助教授正在研究这种理论在交通方面的应用可能性问题。在其他国家尚未见相关的信息报道。

从以上情况来看，关于堵塞流理论的研究，在国内外都还未引起足够的重视。为了使有关研究者对这一新的研究领域有初步了解并激发起进

一步研究的兴趣，作者在本书中将介绍近十年内在国家自然科学基金资助下在这一领域内的研究成果，应当说，这些成果是不完全成熟的，但它们是作者研究工作的实录和总结，供感兴趣的同志在今后的研究工作中参考，希望它能起到抛砖引玉的作用。

3. 章节简介

全书分两篇，共八章。

上篇为堵塞流理论研究。

第一章：介绍为阅读本书所必备的图论基本知识和与网络流规划相关的基本问题与主要算法，其中最短路问题将与本书的内容有间接关系，故在此章中也做了简要介绍。

第二章：介绍堵塞流的基本定义和基本定理，着重研究了堵塞流与堵塞截面的关系，以及确定堵塞截面的数学方法。

第三章：研究了网络的最大堵塞流，即经典网络流理论中的最大流问题。书中用饱和流的概念重新定义了网络最大流问题，给出了用饱和流的概念求解网络最大流的图单纯形算法。并分析了这种方法的优点。

第四章：专门研究网络最小堵塞流，即在最严重堵塞情况下通过网络的最大流量，并定义为网络最小流。给出了求解网络最小流的分支定界法、双向增流算法和图单纯形算法。研究了求解网络无环最小流的理论和近似算法。

第五章：鉴于从理论上很难确定网络中各堵塞截面的截量数值，因而也无法确定网络中最小流的理论值。故采用随机流动仿真的方法来验证网络最小流的理论计算值就十分必要了。本章介绍了随机流网络仿真的原理和基本方法，建立了随机流网络仿真模型，并对该模型的流动随机性，仿真的最小次数，网络中的回流处理等问题进行了分析，介绍了计算机仿真软件的设计方法。对 30 个具体网络中的堵塞流仿真结果进行了统计与分析，给出了堵塞流值的概率分布规律，提出了流通网络的期望流通能力的概念，并定义了评价网络堵塞程度的网络流通性能指数。

下篇为堵塞流理论应用研究。

第六章：介绍了堵塞流理论在解决图论中哈密顿圈问题中的应用研究结果。由于网络最小流问题可以在多项式时间内转化为有向网络中的哈密顿轨的判定问题。因此如果能够找到构造网络最小流的算法，那么

也就可以解决哈密顿轨的判定算法。很显然这是一个十分困难的任务，也是一个当今数学界尚未完全解决的难题之一。它的研究不但对解决哈密顿圈问题有重要意义，同时也是研究网络中最长路的构造算法和最终解决网络无环最小流的精确算法或近似算法的必经途径。本章介绍了通过无环最小支撑流的概念来解决这一问题的思路，提出了有向图中构造哈密顿轨和圈的自组织算法，论证了算法的结构化性质，并通过对 8500 个有向图和一般图中构造哈密顿轨(圈)问题的实证研究和在塔形图、四连通正多边形套装图、围城迷宫图中构造哈密顿圈的实践，证明了方法的可行性和实用的有效性。

第七章：在第六章的基础上，同时利用大棋盘由小棋盘链接的构造原理和方法，研究并解决了广义象棋盘中的马步哈密顿圈问题，有洞棋盘中的马步哈密顿圈问题，并给出了它们的实证解，证明了这些马步哈密顿圈问题的 P 性质。此外，用第六章提出的哈密顿圈构造算法在 $20\times n(n=5\sim100)$ 的系列大棋盘中构造哈密顿圈的实证方法，研究了该算法的计算复杂性，验证了该算法的多项式性质。

第八章：介绍了堵塞流理论在紧急疏散网络设计及运行控制中的应用，以及现有道路在进行防堵塞改造中的优化设计方法。

4. 致谢

本书是在国家自然科学基金资助项目“交通网络中的堵塞模型及堵塞流理论研究(No. 79470044)”和“堵塞流理论及其应用研究(No. 79970003)”的研究总结报告基础上完成的。在此，谨向国家自然科学基金委员会表示感谢，没有她精神上和经济上的大力支持，很难想像能把这项研究工作坚持 12 年之久，并取得很多意想不到的研究成果。

在这项研究工作中，我的研究生史永平、孙宇、钱雷、瞿孝干等都参加了研究，并作了大量的程序设计开发和验算仿真研究工作。Angelika Ning 博士在做博士后期间参与了程序开发和堵塞流理论的应用研究，完成了马步哈密顿圈问题的研究课题，特别是她在整理本书的文稿和修订以前的程序中做了大量的工作。因此，本书是我们共同研究工作的成果，借此机会，对他(她)们的全力合作表示衷心的感谢。

在这里还要特别提及的是日本东京中央大学伊理正夫教授，他是最早关注和支持这一研究方向的唯一外国学者。在 1993 年北京国际系统

科学与系统工程学术交流会议上，他对作者学术报告的关注和兴趣，以及他在会后数年与作者的多次通信交流中对这一研究方向的肯定，给了作者坚持这一研究工作的信心与动力。非常感谢在他的相关论文中曾多次提到和引用作者的研究成果，同时，从他的研究中作者也受到了很多有益的启发。

在课题的研究过程中，江苏省系统工程学会前任副理事长钱颂迪教授和南京大学工程管理学院院长盛昭翰教授一直给予关心和鼓励；南京航空航天大学吕义中教授对研究中某些关键问题给予了细心的指教；江苏省系统工程学会理事长王可定教授和南京航空航天大学经济与管理学院院长刘思峰教授在百忙中对本书稿进行了审阅和推荐；特别是南京航空航天大学林钧海教授一直关心和支持，还专门为课题研究开发了性能卓越的随机网络生成器，大大加快了实证研究的进度；所有这些都是对这项研究和本书出版的鼎力支持。在此，对他们表示深深的谢意。

此外，江苏省系统工程学会的历届领导和很多同仁以及南京航空航天大学、东南大学、南京理工大学、解放军理工大学等院校很多教授都对作者的研究工作给予了很多鼓励、支持和信息上的帮助，对此表示衷心的感谢。

由于堵塞流理论是网络流规划中的一个新分支，特别是其中又涉及了哈密顿圈这一当代图论中的难题，很可能有不少学者对研究中的某些结果有不同看法，加之作者水平有限，难免存在漏洞和错误，真诚希望读者对研究工作中的不足和问题提出批评指正，以促进这一研究方向的发展。对此，作者将不胜感激，并期望这本书的出版能够起到抛砖引玉的作用。

本书的出版得到了南京航空航天大学学科建设基金的资助。

上篇　堵塞流理论基础

第一章　必备的图论与网络分析知识

§1.1　图论中常用的名词

在下面几章中将要涉及到图论中的一些基本概念和名词，现作简要的说明。

1. 图

所谓图是由有限个代表孤立事物的点和表示事物间联系的线所构成。在图论中，这些点称为顶点的集合，用 $V=\{v_1, v_2, \cdots\}$ 表示；顶点之间的连线称为边的集合，用 $E=\{e_1, e_2, \cdots\}$ 表示。这个图就记为 $G=\{V, E\}$，或 $G=\{V, E, \Psi\}$，Ψ 表示点与边之间的关系。例如图 1-1 所示的交通网就是图的一个典型例子。其中，S, A, B, C, D, E, T 七个点代表七个城市，它们之间的边表示各城市之间的联系（如公路）。在图论中，一个顶

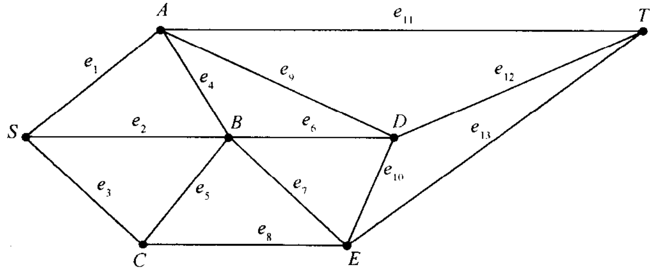


图 1-1　交通网络图

点和一条边相连称为关联，与同一条边关联的两个顶点称为相邻。一个顶点与边关联的次数称为该顶点的次。具有奇次的顶点称为奇次点，具有偶次的顶点称为偶次点。很显然，任何图中全部顶点次数的总和是个偶数。图中若存在奇次点，则它们肯定是成对出现的。图中的每条边可以用与其关联的两个顶点定义，如 $e_1=[S,A]$，$e_2=[S,B]$等等。在一般的图中，定义每条边与顶点的顺序无关，即 $e_1=[S,A]=[A,S]$。这样的图称为无向图。如果边是用顶点的有序对来定义，即令其一个顶点是始点，另一个顶点是终点，那么称该边为有向边，这时$[S,A]\neq[A,S]$。全部由有向边构成的图称为有向图（见图 1-2）。有向图中的边称为弧，记作(S,v_1)，(S,v_2)等。

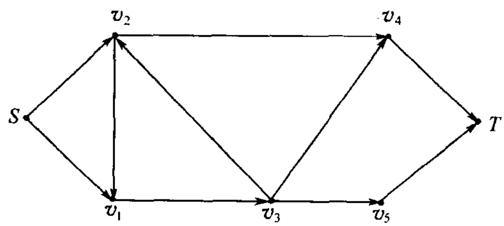


图 1-2　有向图

2. 子图和支撑子图

设有两个图 $G_1=(V_1,E_1)$，$G_2=(V_2,E_2)$。如果图 G_1 中的点是图 G_2 中点的一部分，图 G_1 中的边是图 G_2 中边的一部分，即 $V_1\subseteq V_2$，$E_1\subseteq E_2$，则称 G_1 是 G_2 的子图，并且：

(1)若 $V_1=V_2$，$E_1\subset E_2$，则称 G_1 是 G_2 的支撑图。在图 1-3 中，G_1 是 G_2 的支撑子图。

(2)若 $V_3\subset V_2$，$E_3\subset E_2$，则称 G_3 是 G_2 的真子图。在图 1-3 中的 G_3 是图中 G_2 的真子图。

3. 网络图

如果在上面的图中赋予各边一定的物理量，例如表示两顶点之间的距离，这样的图称为网络图。与各边有关的物理量称为该边的权。权可以是距离，也可以是时间、费用、容量等。

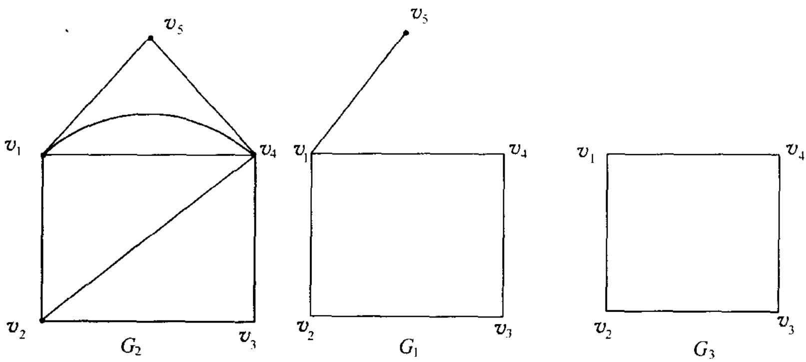


图 1-3　子图和支撑子图

4. **链、路、圈和回路**

在图中，任意两点之间由顶点和边相互交替构成的一个点不重复序列称为初等链。如图 1-1 中，$A, e_4, B, e_5, C, e_8, E, e_{13}, T$ 就是顶点 A 和 T 之间的一条初等链。在本书中，如不特别说明时，将初等链简称为链。

在有向图中，如果链中每条边的方向是和链的走向一致，则该链称为路，如图 1-2 中，$S \to v_2 \to v_4 \to T$；$S \to v_1 \to v_3 \to v_2 \to v_4 \to T$ 都是由 S 到 T 的通路。

起点和终点相同的链称为闭链或圈；起点和终点相同的路称为回路。

5. **连通图和简单图**

在一个图中，如果任意两点之间都有一条链相连，则称此图为连通图，否则称为非连通图。上面的图 1-1 和图 1-2 都是连通图。如果去掉图 1-1 中的 e_{11}，e_{12} 和 e_{13} 三条边，则成为非连通图。

一条边的两个端点是同一点时，称为自环；两个顶点之间若有多条边时，则称为多重边。既有自环又有多重边的图称为一般图；无自环也无多重边的图，称为简单图。

§1.2 最短路问题

1. 什么是最短路问题

在网络分析中最常见的是最短路问题。假定图 1-4 是一个由城市 v_1 到城市 v_7 的有向交通图，弧旁的数字表示各条路线的距离，那么最短路问题就是寻找一条从城市 v_1 到城市 v_7 的最短路径。如果弧旁的数字不是代表距离而是时间，那么所求的最短路是指总时间最短；如果弧旁的数字代表费用，那么最短路问题就是求一系列活动的总费用最少。因此在这里最短路的概念是广义的。把与弧相连系的距离、时间、费用等称为弧的权，那么最短路问题一般可描述如下：

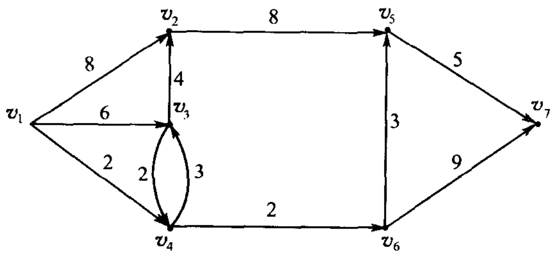


图 1-4　有向交通图

设 v_A 和 v_B 是图 $G=\{V,E\}$ 中的任意两点，各边上的权为 w_{ij} ($[v_i, v_j]\in E$)，最短路的问题就是寻找从 v_A 到 v_B 的道路 P，使该路的路权之和 $W(P) = \sum\limits_{[v_i v_j]\in P} w_{ij}$ 为最小。

2. 求解最短路问题的基本思路

最短路问题可以用线性规划的方法求解，但算法很不经济。下面介绍的狄克斯托(Dijkstra)标号法是求解最短路问题的有效算法之一。它的基本思路是逐点求最短路。例如图 1-4 中，如果 $v_1 \to v_4 \to v_6 \to v_5 \to v_7$ 是从 $v_1 \to v_7$ 的最短路，那么由 v_1 点出发沿这条最短路到达中间的任一点，也是从 v_1 点到达该任意点的最短路。否则的话在这两点之间还存在其他最短路，那么 $v_1 \to v_4 \to v_6 \to v_5 \to v_7$ 就不是从 v_1 到 v_7 的最短路，与原

假设矛盾。因此，从起点开始逐点寻找到邻近点的最短路，直到将最短路延伸到指定的终点为止，就自然找到了从起点到终点的最短路。

3. 狄克斯托算法

求解最短路问题的标号法是狄克斯托于1959年提出的，适用于各边上的权$w_{ij}>0$的情况，它被公认是最有效的算法之一。

标号法是通过对图上各点进行标号来寻求最短路的方法。每个点的标号共分两种：一种叫临时标号，用T表示；一种叫永久标号，用P表示。T标号表示从始点到该点最短路的上界，根据到该点路线的不同它有可能变化。P标号表示从始点到该点的最短路权，它的值不再改变。算法开始时，令$P(v_s)=0$，且$T(v_i)=\infty, i=1,2,\cdots,t$。标号过程分两步：

第一步，修改T标号。假定v_i是新产生的P标号点，考察以v_i为始点的所有弧段v_iv_j，如果v_j是P标号点，则对v_j点不再进行标号；如果v_j点是T标号点，则进行如下的修改：

$$T(v_j) = \min[T(v_j), P(v_i) + w_{ij}]$$

其中，方括号内的$T(v_j)$代表v_j点旧的T标号值。

第二步，产生新的P标号点，其原则如下：在现有的T标号中将值最小者改为P标号。

重复以上步骤直到终点的T标号改为P标号为止。

【例1-1】 用图1-4来说明狄克斯托标号法的具体步骤。

首先从始点v_1开始，令$P(v_1)=0$为永久标号，其余各点赋予T标号，

$$T(v_i)=\infty(i=2,3,\cdots,7)$$

第一次迭代

(1)考察以永久标号点v_1为始点的弧(v_1v_2)，(v_1v_3)，(v_1v_4)。因v_2，v_3，v_4均为T标号点，所以修改这三点的T标号如下

$$T(v_2) = \min[T(v_2), P(v_1) + w_{12}] = \min[\infty, 0+8] = 8$$

$$T(v_3) = \min[T(v_3), P(v_1) + w_{13}] = \min[\infty, 0+6] = 6$$

$$T(v_4) = \min[T(v_4), P(v_1) + w_{14}] = \min[\infty, 0+2] = 2$$

(2)在现有的T标号中，$T(v_4)=2$最小。令$P(v_4)=2$，这说明由v_1点到v_4的最短路长是2。

这个道理是很清楚的。因为从v_1到v_4的路线可能有很多条，但从