

# 建筑机械结构力学与钢结构

西北建筑工程学院 宋铭奇 编



中等专业学校试用教材

中国建筑工业出版社



中等专业学校试用教材

# 建筑机械结构力学与钢结构

西北建筑工程学院 宋铭奇 编

中国建筑工业出版社

本书着重讲述建筑机械结构力学与钢结构的基本计算原理和设计方法。

第一章至第五章主要介绍静定平面与空间杆件结构的几何组成、内力分析与位移计算，以及用力法解算超静定结构等；第六章至第十章主要介绍各类钢结构和起重机臂架等的设计方法。各章均附有一定数量的例题与习题。

本书作为中等专业学校建筑机械专业的试用教材，也可供其他相近专业和从事建筑机械革新设计工作的工程技术人员参考。

中等专业学校试用教材  
**建筑机械结构力学与钢结构**  
西北建筑工程学院 宋铭奇 编

\*

中国建筑工业出版社出版(北京西郊百万庄)  
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售  
中国建筑工业出版社印刷厂印刷(北京阜外南礼士路)

\*

开本：787×1092毫米 1/16 印张：24<sup>1</sup>/<sub>2</sub> 字数：596千字  
1980年12月第一版 1980年12月第一次印刷  
印数：1—8,330册 定价：1.80元  
统一书号：15040·3978

## 编写说明

1978年5月国家建委在西安召开的建筑类中等专业学校建筑机械专业教材编审座谈会，审订了建筑机械专业《结构力学与钢结构》课程的教材编写大纲。本书是根据教学计划中培养目标的要求，以及该编写大纲编写的。

全书内容包括结构力学及钢结构两大部分，并着重于杆件结构的计算理论与设计方法。编者力图理论联系实际，从建筑机械的需要出发，把结构的基本计算理论和设计方法阐述清楚，以便为学生提供建筑机械金属结构的革新设计以及加工制造所必须的基础知识。

编写过程中，在适当加强基本理论的同时，还注意结合学生的实际水平，避免某些较为繁琐的推证。在文字叙述上，力求通俗易懂，以便于自学。为了培养分析问题与解决问题的能力，提高基本运算与设计的技能，书中配备了一定数量的例题和习题。

本书是由西北建筑工程学院宋铭奇执笔编写的，并得到机械设计教研室与建筑机械教研室的大力支持，结构教研室的张怡同志参与了部分编写工作。南京建筑工程学校的毛希球同志审阅了全部书稿，提供了宝贵意见。在此一并致谢。

由于编者水平有限，书中难免有错误和疏漏之处，尚希读者批评指正。

编者

# 目 录

第一章 绪论..... 1	第二节 梁的影响线.....68
第一节 概述..... 1	第三节 桁架的影响线.....74
1-1 钢结构及其应用 ..... 1	第四节 影响线的应用.....77
1-2 建筑机械对钢结构的要求 ..... 2	4-1 用影响线求反力或内力 .....77
1-3 本课程的主要内容与任务 ..... 2	4-2 用影响线定荷载的最不利位置 .....79
第二节 结构的计算简图..... 2	第五节 简支梁的绝对最大弯矩.....84
2-1 计算简图的选择 ..... 2	思考题及习题.....87
2-2 结构的简化 ..... 4	第四章 结构的位移计算 .....89
第三节 结构的分类..... 6	第一节 概述.....89
第四节 结构的几何组成分析..... 8	第二节 功和功能原理.....89
4-1 几何稳定性的分类 ..... 8	2-1 常力所做的功 .....89
4-2 结构的自由度 ..... 9	2-2 静力所做的功 .....90
4-3 约束和自由度的关系 ..... 9	2-3 广义力与广义位移 .....92
4-4 几何不变体系的组成规律 .....11	2-4 功能原理 .....92
4-5 结构的几何组成分析举例 .....15	2-5 内力的功(应变能) .....93
第五节 结构计算中的一个常用原理 ——叠加原理.....17	第三节 虚功原理.....97
思考题及习题.....19	3-1 虚位移和虚功 .....97
第二章 静定桁架与刚架的内力分析 .....20	3-2 外力虚功与内力虚功的计算 .....98
第一节 静定平面桁架的内力分析.....20	3-3 单位荷载法 .....99
1-1 平面桁架的受力特征 .....20	3-4 结构的位移计算举例.....101
1-2 平面桁架的几何组成 .....21	第四节 图乘法 .....110
1-3 数解法——结点法与截面法 .....22	4-1 图乘法基本原理.....110
1-4 图解法 .....33	4-2 图乘法应用举例.....112
1-5 三铰桁架与组合桁架 .....39	第五节 温度变化与支座沉降产生的 位移 .....117
第二节 静定空间桁架的内力分析.....42	5-1 温度变化产生的位移.....117
2-1 空间桁架的受力特征 .....42	5-2 支座沉降产生的位移.....120
2-2 空间桁架的几何组成 .....43	第六节 位移互等定理 .....122
2-3 结点法解空间桁架 .....44	思考题及习题 .....124
2-4 分解成平面桁架法 .....47	第五章 超静定结构的内力分析 .....128
2-5 空间桁架受扭时的内力分析 .....48	第一节 超静定结构及超静定次数 .....128
第三节 静定平面刚架的内力分析.....53	1-1 什么是超静定结构.....128
3-1 平面刚架的受力特征 .....53	1-2 超静定次数的确定.....129
3-2 平面刚架的内力分析 .....54	第二节 力法的基本原理 .....131
思考题及习题.....62	2-1 什么是力法.....131
第三章 静定结构的影响线 .....66	2-2 力法的基本体系.....132
第一节 影响线的概念.....66	2-3 力法方程.....134

2-4 结构内力.....	135	2-3 梁截面沿长度方向的改变.....	244
第三节 力法解超静定刚架.....	141	2-4 组合梁的拼接.....	249
第四节 结构对称性的利用.....	152	2-5 梁端支承.....	250
第五节 超静定桁架的计算.....	159	习题.....	251
5-1 桁架的超静定次数.....	159	<b>第八章 轴心受力构件.....</b>	<b>253</b>
5-2 超静定桁架的内力分析.....	159	第一节 轴心受力构件的截面形式.....	253
第六节 支座沉降与温度变化对超静定结构的影响.....	165	第二节 实腹式轴心受力构件.....	255
6-1 支座沉降产生的内力.....	165	2-1 实腹式轴心受拉构件.....	255
6-2 温度变化产生的内力.....	167	2-2 实腹式轴心受压构件.....	256
第七节 超静定结构计算结果的校核.....	168	第三节 格构式轴心受力构件.....	262
7-1 超静定结构的位移计算.....	169	3-1 格构式轴心受拉构件.....	263
7-2 超静定结构计算工作的校核.....	169	3-2 格构式轴心受压构件.....	263
思考题及习题.....	172	3-3 缀材的设计.....	267
<b>第六章 钢结构的材料、荷载、设计方法</b>	<b>176</b>	第四节 变截面轴心受压构件.....	271
第一节 钢结构的材料.....	176	第五节 受压构件的支座.....	273
1-1 钢材的种类及规格.....	176	习题.....	278
1-2 钢材的塑性.....	180	<b>第九章 偏心受力构件.....</b>	<b>280</b>
1-3 钢材的疲劳.....	183	第一节 偏心受力构件的特征.....	280
1-4 钢材的脆断.....	184	第二节 实腹式偏心受力构件.....	282
1-5 钢材的选择.....	186	2-1 实腹式偏心受拉构件.....	282
第二节 建筑机械钢结构的荷载计算与组合.....	187	2-2 实腹式偏心受压构件.....	283
2-1 荷载的种类与计算.....	187	第三节 格构式偏心受压构件.....	291
2-2 荷载的组合.....	193	3-1 单向偏心受压格构式构件.....	291
第三节 建筑机械钢结构的设计方法.....	194	3-2 双向偏心受压格构式构件.....	296
3-1 按承载力计算的方法.....	194	习题.....	297
3-2 安全系数和容许应力.....	195	<b>第十章 桁架与臂架结构.....</b>	<b>310</b>
第四节 钢结构的联接及计算.....	197	第一节 桁架结构.....	311
4-1 焊接联接.....	197	1-1 桁架的外形选择和腹杆体系.....	311
4-2 铆钉与普通螺栓联接.....	210	1-2 桁架的杆件设计.....	314
4-3 高强螺栓联接.....	216	1-3 桁架的结点设计.....	326
习题.....	219	1-4 桁架的挠度与拱度.....	337
<b>第七章 受弯构件.....</b>	<b>221</b>	第二节 起重臂架.....	339
第一节 型钢梁的设计计算.....	221	2-1 起重臂架的型式.....	339
1-1 梁的截面选择.....	221	2-2 起重臂架的荷载.....	341
1-2 梁的整体稳定.....	222	2-3 平面臂架.....	344
1-3 型钢梁的构造设计.....	229	2-4 空间臂架.....	347
第二节 焊接组合梁的设计计算.....	233	2-5 臂架的构造要求.....	364
2-1 截面选择.....	234	习题.....	366
2-2 梁的局部稳定.....	237	附录一 型钢规格.....	368
		附录二 组合截面的几何特性.....	381
		附录三 型钢螺栓排列线距表.....	385
		附录四 国际单位制.....	385

# 第一章 绪 论

## 第一节 概 述

### 1-1 钢结构及其应用

在建筑机械中，主要用来支承荷载并起骨架作用的部分，通常称为结构部分，例如挖掘、装载机械的动臂与斗杆，各式起重机械的臂架、塔架与支腿等等。

因为钢材具有许多优点，所以在建筑机械中，目前普遍采用的是钢结构。钢结构还广泛地应用在建筑、水利、桥梁、车辆、船舶、国防、电力输送、无线电发射等各种工程领域之中。

钢结构是由型钢及钢板制成基本元件（杆件、板或壳等），采用焊接、铆接或螺栓联接等方法，按照一定的要求和合理的方式组合而成的。

钢结构大致有下述的一些优点：

（1）安全可靠，节省材料 钢材具有良好的机械性能，它的强度高，组织均匀，弹性、塑性、韧性与可焊性都比较好。由它制成的结构，比较适应在冲击荷载下工作，并能符合力学计算的一些基本假设，获得较为接近实际情况的设计效果。随着计算理论不断发展，以及计算手段的日趋现代化，就更能使钢结构达到既安全可靠，又节省材料的预期目的。

（2）高强轻质，便于制造 由于钢材具有良好的机械性能，钢结构与其他结构相比，具有体积小，厚度薄，重量轻和强度大的特征。

钢结构以型钢和钢板为材料，加工制造相对简单，既能够现场制作，也可以在设备完善、生产率较高的专业化工厂成批生产。

利用钢材可焊性好的特点广泛地采用焊接，使得钢结构的联接大为简化，并能满足制造各种形状复杂的结构的需要。

钢结构便于拆装与运输，部件或杆件便于更换，从而为使用与维修、实现建筑机械“三化”、采用定型结构和构件提供了便利条件。

（3）取材方便，成本较低 钢结构的主要缺点是：

1）抗腐蚀性能较差 钢材在湿度大和有侵蚀性介质的环境中特别容易锈蚀，如不加防止，会使结构受到严重损害，缩短使用寿命。

2）耐火性能较差 实验与实践证明，当温度超过 $100^{\circ}\text{C}$ 时，钢材强度明显下降；接近 $400^{\circ}\text{C}$ 时，开始出现徐变现象（荷载虽然未变，钢材的塑性变形会缓慢而持续不断地发展）；温度高达 $500\sim 600^{\circ}\text{C}$ 时，钢材的抗拉强度、屈服点和弹性模量将迅速降低，最终导致丧失工作能力。

由于钢结构具有这些主要的优缺点，也就决定了它的合理使用范围。钢结构主要适用

于大跨度结构、特殊结构以及工程机械的金属结构等方面。

## 1-2 建筑机械对钢结构的要求

钢结构是建筑机械（尤其是起重机）的重要组成部分。不仅设计、制造的工作量大还直接影响着机械的技术性能。根据国内外现有产品和技术资料，建筑机械正朝着液化、大型化、工作装置多样化以及安全可靠、高效能、减轻自重等方向发展。而一般说来，建筑机械的工作较繁重，工作环境较差，荷载情况较复杂，并要求快速转换工作状态及工作地点。根据这些情况，对钢结构提出了较高的要求，大致有以下几点：

(1) 坚固耐用 钢结构须具有足够的强度、刚度与稳定性，以保证机械的工作性能良好，安全可靠；

(2) 自重轻 重量指标是衡量建筑机械优劣的一个重要参数。钢结构的自重占整机总重量的很大部分，有的高达70%左右。减轻钢结构的自重，不仅可以节省材料，降低造价，还能显著改善机械的性能。例如轮胎式起重机臂架自重的增大，不仅影响其行驶性能，并将使其起重性能随着工作幅度的增大而急剧变坏。因此，在国外，采用了高强合金钢或高强钢管来制造臂架，并出现了轻质铝合金（自重约为钢的三分之一，强度与钢接近）的起重机结构，还进行了把硬质工程塑料用于起重机结构中的设计研究工作；

(3) 制造工艺性好，安装、拆卸、运输方便；

(4) 造型好，美观；

(5) 成本低，使用方便，维护简单。

## 1-3 本课程的主要内容与任务

结构在荷载或其他因素的作用与影响下，如果强度或稳定性不够，就可能导致破坏，如果刚度不足，又将会出现过大的变形或振动，这些情况都是不允许产生的。为此，需要采用适当的材料和足够的截面尺寸，以保证结构既能安全、正常地工作，又不致因过于安全而造成经济上的浪费和技术上的不合理。

建筑机械《结构力学与钢结构》要解决的就是这个最基本而又最普遍的问题。本课程的主要内容是：分析建筑机械各式结构的合理形式、组成及其力学性能；研究结构在荷载作用下的内力以及强度、刚度、稳定性及其计算方法；介绍结构的制造、联接与使用等方面的知识。通过这门课程的学习，要求能够运用其基本理论，去解决结构设计、制造和使用等方面的问题。

## 第二节 结构的计算简图

### 2-1 计算简图的选择

实际结构往往是比较复杂的。在结构计算时，完全按照结构的实际状况进行力学分析是不可能的，也是不必要的。因此，应首先根据结构的实际受力情形进行必要的抽象和简化，用一个简化的图形来代替实际结构物。这种图形叫做结构的计算简图。

确定计算简图时，须着眼于两个方面。一方面要根据结构的受力状态，反映结构的实际情况，使计算结果与实际情况足够接近；另一方面要通过分析概括，略去次要的内容，



使计算工作得以简化。由此可见，选择计算简图的过程，是对结构的构造和受力状态进行分析简化的过程。

对于一个实际结构，计算简图的选择会受到多种因素的影响，方案往往不只一个。例如如图1-1 a 为一单梁桥式起重机，主梁为工字形截面，电动滑车悬置在主梁的下翼缘上，主梁两端与端梁联接，箱形截面的端梁上装有车轮，使起重机能够沿着钢轨行走。为了提高梁的刚度，上方设有支撑杆（角钢或槽钢制成），各结点均为焊接。此外，为了提高整个桥架的空间刚度，在主梁的一侧还设有水平支撑架。

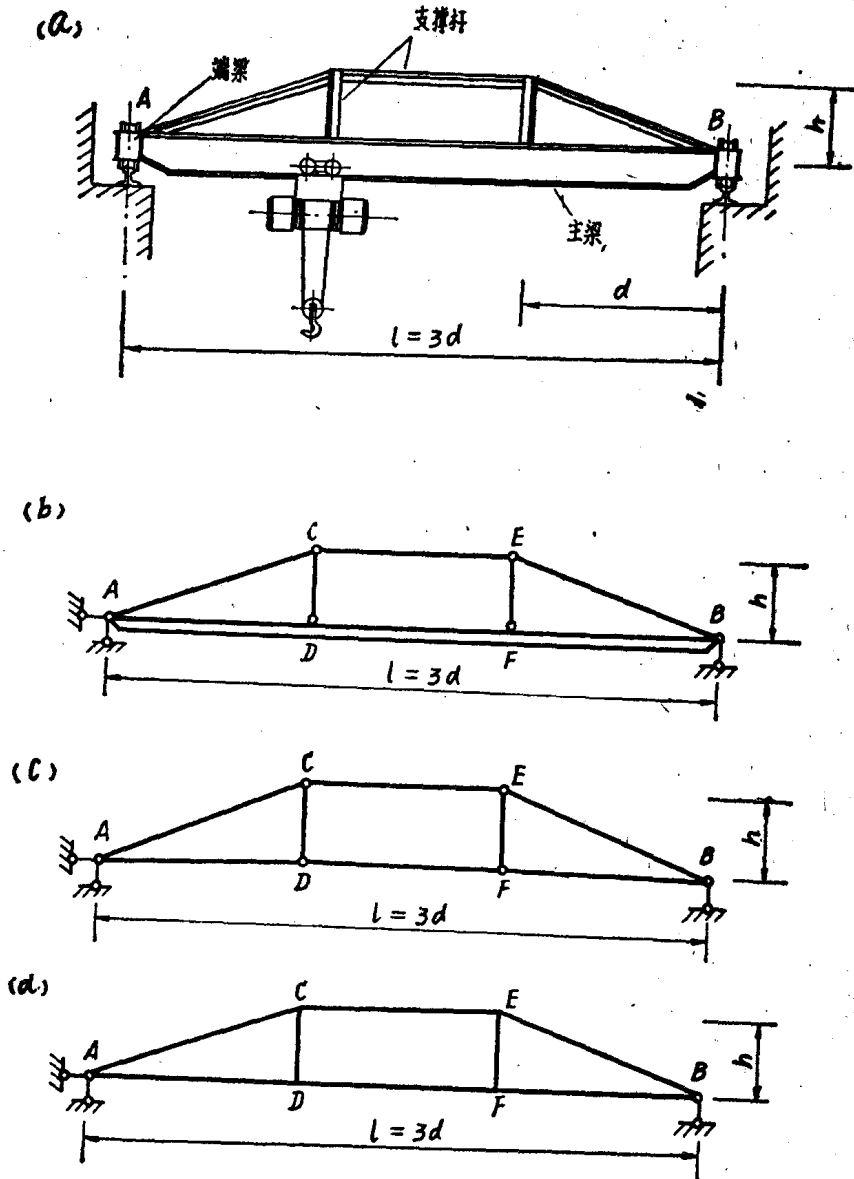


图 1-1

现在我们讨论该起重机桥架结构的计算简图应当如何选择。

方案一 从结构的实际情况来看，主梁的截面较大，可视为连续的整体，在计算简图中取主梁AB为连续杆。各焊接结点具有一定刚性，在杆件中虽会引起附加弯矩，但一般情况下这种附加弯矩不大，为了简化计算，可认为支撑杆的各结点都是铰结点(图1-1 b)，

杆件AC、CE、EB、CD、EF都是两端用铰连接的直杆，简称为链杆。在计算简图中链杆都用其轴线表示。因AB为连续杆，铰D与铰F画在AB杆的侧旁。

再看桥架的支承情况。因桥架两端车轮轮缘与钢轨之间留有一定空隙，所以桥架不能沿着轨道纵向移动，还能沿与轨道垂直方向少量滑动，直到轮缘与钢轨抵住为止。可见，钢轨在桥架所在平面内对桥架产生的约束（包括横向移动和两端的转角）是不大的，可以简化为铰支座。

综上所述，图1-1b所示的计算简图基本上体现了桥架的实际情况。桥架结构是一种桁构式的组合结构，其中主梁主要承受弯曲，其余杆件只承受轴向力。

方案二 如果不把主梁AB视为连续杆，将得到图1-1c所示的计算简图。

方案三 考虑到桥架的各结点均为焊接，具有一定刚性，如把各结点均视为刚结点，即各杆之间的夹角完全不能改变，将得到图1-1d所示的计算简图。

以后我们将会知道，图1-1c所示的计算简图属静定的桁架结构，计算最为简便。但是，它与结构的实际情形相差很大，而且是一种不稳定的结构，即在外力作用下，本身的几何形状是可变的。这种不稳定的体系应避免采用。

图1-1d所示的计算简图，虽然更接近实际情形，比较精确，但属于高次超静定的刚架结构，计算工作量较大，达不到简化计算的目的。

图1-1b所示的计算简图，是一次超静定的。它基本上能够反映结构的真实情况，计算工作量也较小。因此，三种方案比较，选择图1-1b的计算简图比较合理。

## 2-2 结构的简化

通过上面的例子可以看出，选择结构的计算简图，主要涉及对结构的支座、结点和构件的简化。下面仅就平面结构的简化作扼要介绍。

### 1. 支座的简化

把结构与支承部分联系起来的装置叫支座。任何结构都须设置适当的支座，以保持其稳定，并起到传力的作用。支座对结构所产生的反作用力，称为支座反力。平面结构的支座形式虽多种多样，但常用的有图1-2所示的三种。图示的形式并不是支座的真实构造，而是计算简图中的表达方式。一个结构的真实支座应归结为哪种形式，须视其联接情况和支承方式而定。

固定铰支座（图1-2a）允许结构绕铰A转动，限制结构在A点的水平和竖向移动。因此，结构在荷载作用下，A点将产生水平及竖向反力 $X_A$ 与 $Y_A$ 。若不计摩擦，反力都应通过铰的中心。

固定铰支座也可以用图1-2b所示的支座链杆来表示。计算简图中把支杆看作是刚性的，不考虑其长度的改变。支座反力 $X_A$ 、 $Y_A$ 应与支杆轴线重合。

活动铰支座（图1-2c）既允许结构绕铰A转动，又允许它沿支承面在水平方向滑动，仅限制结构在A点的竖向移动。当结构受到荷载作用时，将产生竖向反力 $Y_A$ 。

图1-2d为用支杆表示的活动铰支座，结构可绕铰A转动，也可以沿着以B为圆心、AB为半径的圆弧移动，因移动量不大，方向可近似认为是水平的。

固定支座（图1-2e、f、g）不允许结构有任何的移动与转动。结构在荷载作用下，A端有水平反力 $X_A$ ，竖向反力 $Y_A$ 和反力矩 $M_A$ 。

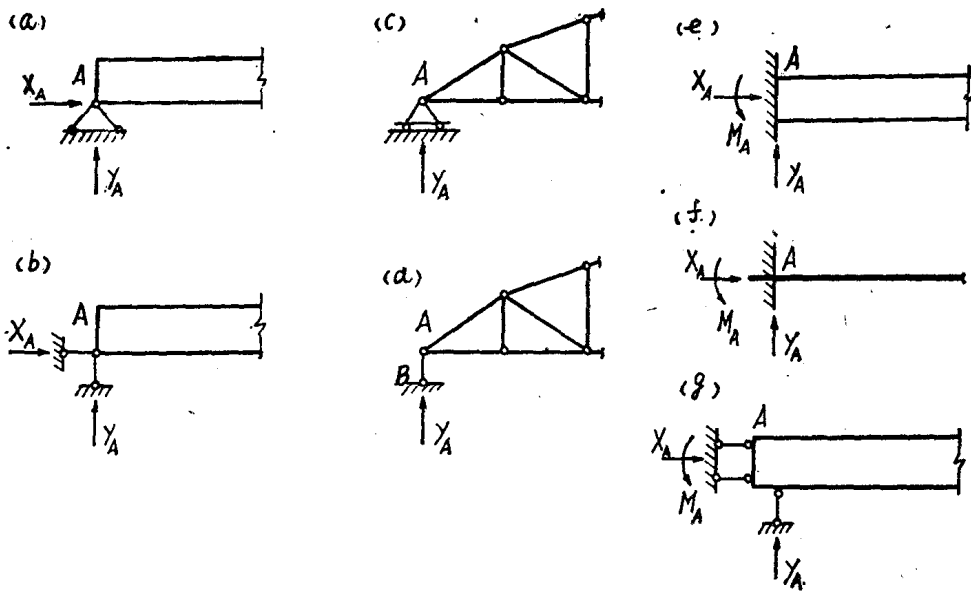


图 1-2

除此之外，在结构计算中还会遇到弹性支座，关于这个问题本书不予介绍。

## 2. 结点的简化

在杆件组成的结构中，两根或两根以上的杆件共同联接之处叫结点。根据结点的实际构造以及结构的几何组成情况，计算简图中通常将结点简化为铰结点或刚结点。

图1-3 a 所示，是金属桁架的铆接与焊接结点。分析两结点的构造可知，各杆件在结点处不能产生线位移，却有可能发生绕结点的微小转动。因此，为了使计算简化，常把这类结点简化成铰结点（图1-3 b）。铰结点的特征是杆件能绕结点自由转动。

图1-4 a 所示，是两根型钢组成的结点。图1-4 b 是常见的实体门架结构。显然，由于两者的结点都具有很大的刚性，构件在结点处不能发生相对移动或转动，而能够传递弯矩。象这种类型的结点，常简化为刚结点。

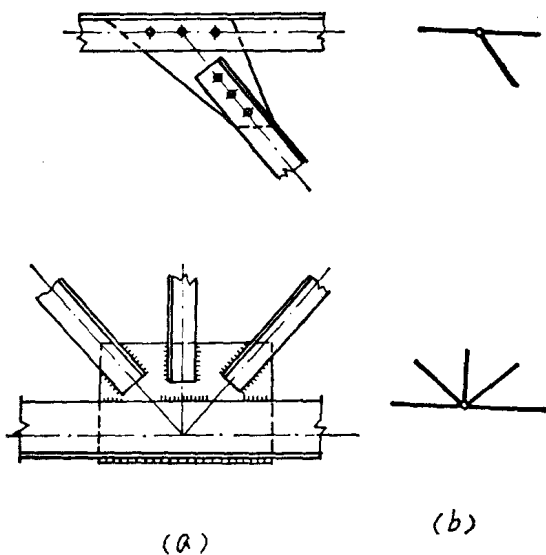


图 1-3

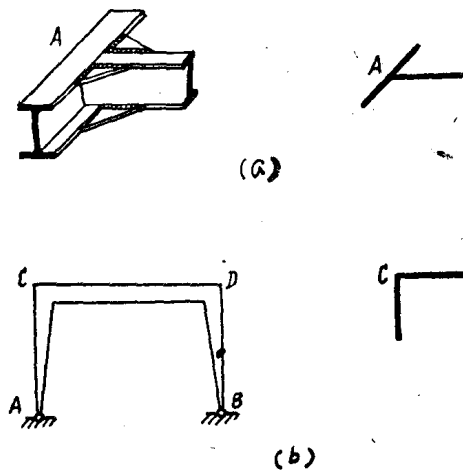


图 1-4

再看图1-5所示的结构。图1-5a可以取为铰结点，成为静定平面桁架，计算比较简单，图1-5b的结构则不能简化成铰结点，必须取为刚结点，成为超静定平面刚架，计算比较繁杂。为什么图1-5a可以取为铰结点，而图1-5b却不能？这是因为图1-5a中的桁架在荷载作用下，能够依靠自身几何组成的特点，保持其原有形状不变。而图1-5b中的结构，设想把所有结点都改成铰结点，则在外力作用下就难以保持自身形状不变。此例告诉我们，结点的简化，不能只考虑结点的实际构造，有时还须照顾到结构的几何组成情况。

关于桁架与刚架，将在后面介绍。这里已可看出，两者的基本区别是：桁架的几何不变性，依赖于杆件的布置，而不是结点的刚性；刚架的几何不变性，依赖于结点的刚性，而不是杆件的布置。基于这一原因，图1-3a所示金属桁架的结点，虽然从构造上与刚结点更为接近，但还是把它简化成铰结点。这样，计算工作既得到简化，又不影响其实际受力状态。

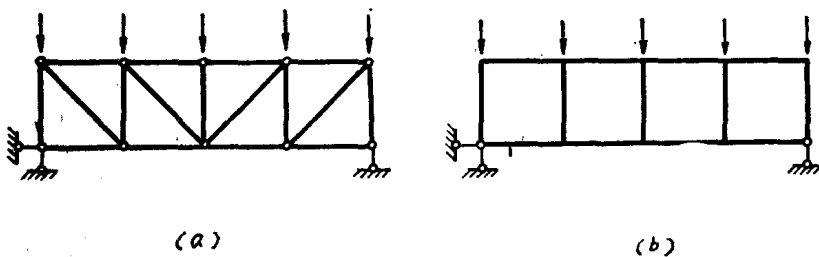


图 1-5

### 3. 杆件的简化

在杆件组成的结构中，杆件的截面尺寸与其长度相比，通常是很小的。因此，在计算简图中，杆件可以用其轴线来表示，杆件长度用杆端结点之间的距离来表示，作这样的简化之后，荷载的作用点也可转移到轴线上。

在某些比较复杂的结构中，还可用实体杆件代替格构式的杆件，以等截面杆件代替变截面杆件，以直杆代替微弯、微折的杆件。由此而产生的误差，可视具体情况决定有无必要对计算结果作适当调整。

以上只是围绕计算简图问题，扼要叙述了结构中的一些局部——支座、结点以及杆件简化的一般原则。除此之外，有时还须考虑整个结构的简化问题，例如将超静定结构简化为静定结构，将空间结构简化为平面结构等。

总之，确定比较合适的计算简图，是结构计算过程中的一个重要环节。计算简图选择得恰当与否，直接关系到计算工作的繁简和准确程度。如果把计算简图搞错了，还会出设计差错甚至工程质量事故。

## 第三节 结构的分类

结构的种类很多，仅就建筑机械而言，常见的结构主要有：

- (1) 梁式结构 梁是一种受弯构件，可以是单跨的或多跨的，如图1-6a所示；
- (2) 桁架结构 桁架系由直杆按照一定的组合规则组成，所有结点都视为铰结点，各杆承受轴向力，如图1-6b所示；

(3) 刚架结构 刚架一般也由直杆组成，但其结点为刚结点，各杆承受弯矩、轴力和剪力，如图1-6c所示；

(4) 组合结构 组合结构是由桁架、梁或刚架组合在一起所形成的结构。结构的结点既有铰结点，也有刚结点，图1-6d所示是组合结构的例子。

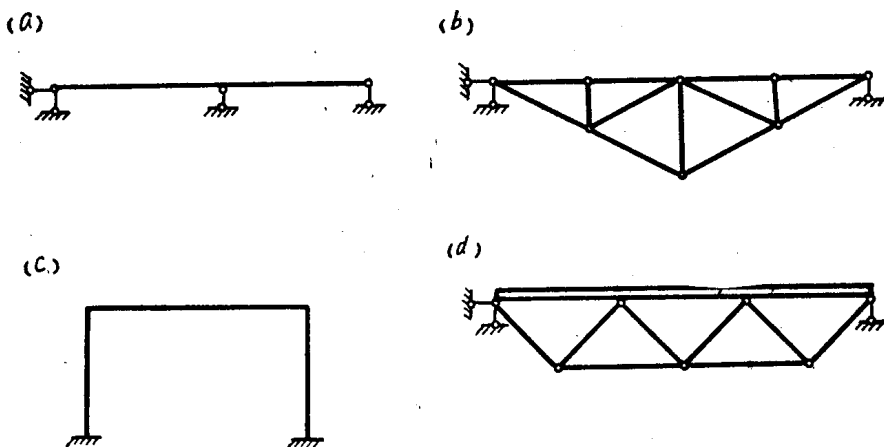


图 1-6

上面这几类结构，可以认为都由杆件组成。所有的杆件结构，又可分为平面结构及空间结构两类。平面结构的特征是各杆的轴线和荷载的作用线位于同一平面之内。图1-7a所示的桁架，属于平面结构的例子。空间结构则不具备上述特征，各杆的轴线不在同一平面内。图1-7b所示的三杆支架，就是一个简单的空间结构。在多数情况下，空间结构可以分解为若干平面结构进行计算。

各类结构还可区分为静定的与超静定的两类。静定结构的反力和内力，可以用静力平衡条件完全确定。超静定结构的反力和内力则不能，计算时还须考虑结构的变形。

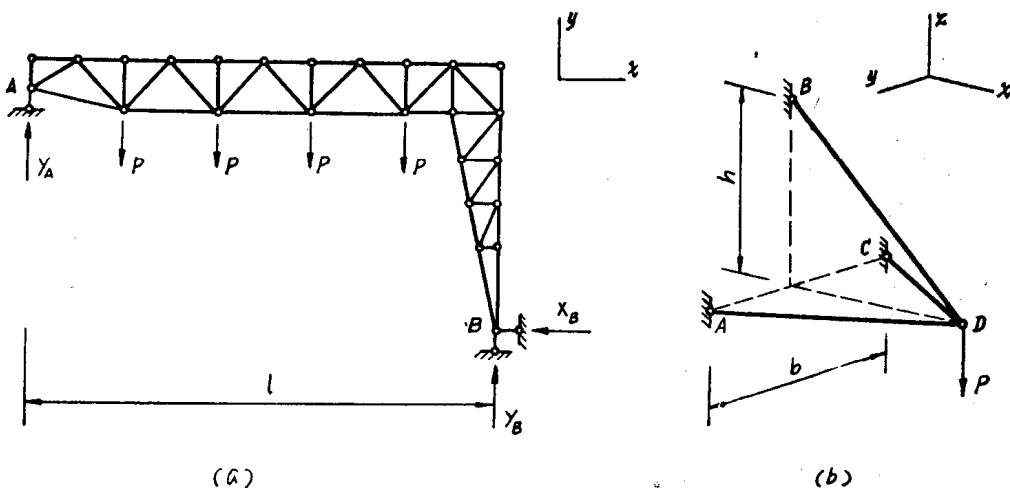


图 1-7



#### 第四节 结构的几何组成分析

结构在荷载作用下必须是牢固可靠的。对于杆件组成的结构，所谓牢固可靠，不仅指它的强度、刚度与稳定性，还表现在结构本身能否维持其原有形状和位置。在任何种类荷载的作用下，结构能否维持其几何形状不变，取决于它的几何构造。本节要讨论的，就是如何分析结构的几何组成，判定它是不是一个几何不变的牢固体系。只有当判定了结构属于几何不变的体系之后，力学计算才具有实际意义。通过对结构的几何组成分析，还可以判定它是静定的还是超静定的。

##### 4-1 几何稳定性的分类

任何结构在外力作用下，都会发生形状和位置的变化，分析其变化原因，不外乎两个方面：其一是由于自身几何构造不健全，不具备抵抗变形的能力；其二是结构在荷载作用下，产生应力与应变，使结构出现变形，这种变形一般属于微小的弹性变形。在结构的几何组成分析中，只着眼于第一个原因。

图1-8a所示的结构是一个四连杆机构， $C$ 、 $D$ 是铰结点， $A$ 、 $B$ 是铰支座，显然该结构是不牢固的；一旦受到外力作用，形状就会改变。如果增添一根斜杆 $AD$ （图1-8b），会得到一个几何不变的牢固体系。如果再增加一根斜杆 $BC$ （图1-8c），两斜杆的交叉处互不相联，所得到的仍旧是一个几何不变的牢固体系，但两斜杆中有一根是多余的。

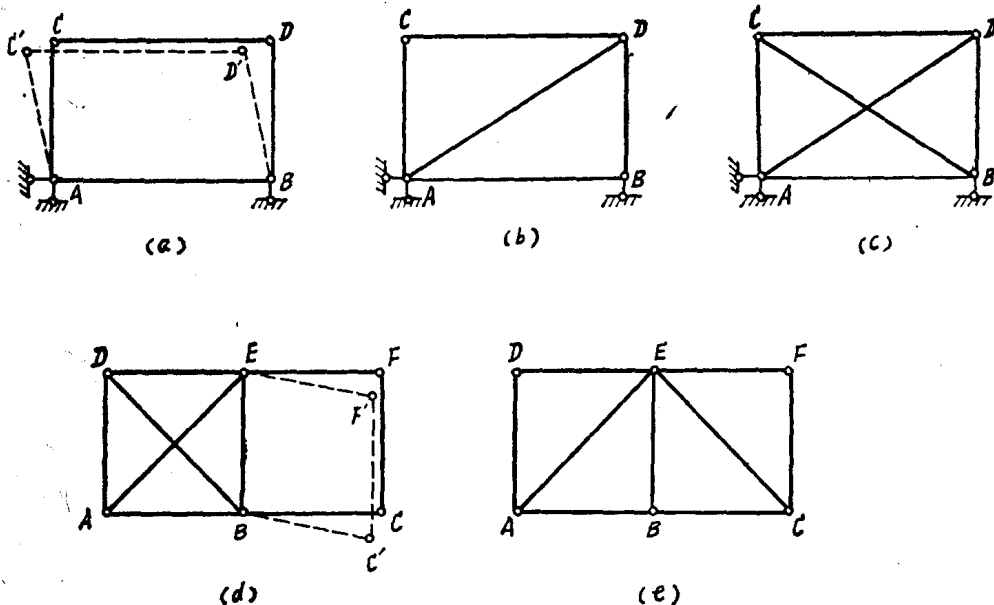


图 1-8

再比较图1-8d和e。两结构的杆件数量是相同的（仅考虑结构的内部，未涉及支座链杆），但因图1-8d的右边少布置一根杆件，而左边多布置了一根杆件，所以结构本身是不稳定的。图1-8e的杆件布置合理，所以结构本身是稳定的。

由此可见，结构的几何稳定性，主要取决于它的几何组成与杆件数量。杆件数量不

足，或者数量足够而布置得不合理，都会使结构成为不稳定的体系。

结构的几何稳定性，大致可区分为两类：

(1) 几何不变体系——在不考虑弹性变形的条件下，体系的几何形状和位置是不能改变的；

(2) 几何可变体系——在不考虑弹性变形的条件下，体系的几何形状和位置是可以改变的。

一般情况下，要求结构必须是几何不变的。几何可变体系多用于机械传动中，以便使某些机构获得预期的运动。

#### 4-2 结构的自由度

在机械原理中已知：任何物体或物体系的独立几何参变数的数目，称为它的自由度。结构的自由度也是如此。

结构自由度的这一概念，可用来对结构进行几何稳定性分析，帮助我们判定它是几何不变的或者是几何可变的，是静定的或者是超静定的，以及超静定的次数。

平面内的任一点 $A$ （图1-9a），可以沿 $x$ 轴与 $y$ 轴两个方向运动，也就是说， $A$ 点的位置可由它的两个坐标 $x$ 、 $y$ 来确定。当固定 $x$ 时，点 $A$ 可沿 $y$ 轴方向自由运动；当固定 $y$ 时，点 $A$ 则可沿 $x$ 轴方向自由运动。因此，一个点在平面内有两个独立的运动方式，其位置由两个独立的几何参变数 $x$ 、 $y$ 决定，我们称一点在平面内有两个自由度。

图1-9b是一个物体 $AB$ 在平面内的位置，它除了具有沿 $x$ 轴与 $y$ 轴方向的移动外，还可以有绕某点的转动。例如，当固定 $x$ 、 $y$ 时，它可以绕 $A$ 点作自由转动；当固定 $\theta$ 时，它可以分别沿 $x$ 轴与 $y$ 轴方向作自由移动。物体在平面内有三种独立的运动方式，因此有三个自由度。

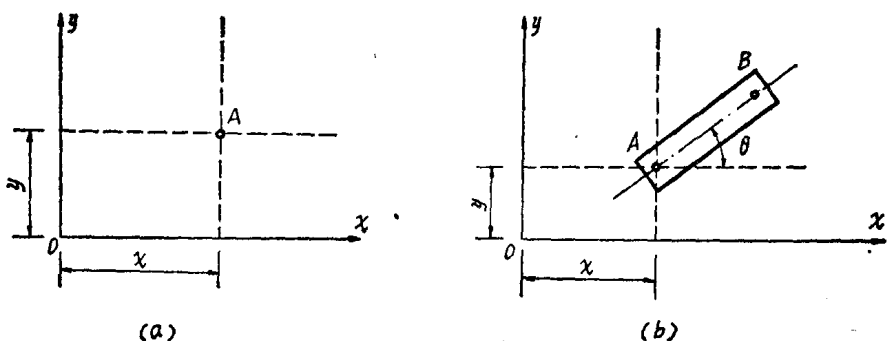


图 1-9

同理可知，当一个体系有 $n$ 个独立的运动方式，即有 $n$ 个几何参变数可以独立地改变时，这个体系就具有 $n$ 个自由度。

显然，当结构是几何不变体系时，它的自由度应等于（或小于）零，几何可变体系的自由度必定是大于零的。

#### 4-3 约束和自由度的关系

在力学上，限制点或物体运动的装置叫做约束。自由度和约束，是矛盾着的两个方

面。如果对点或物体施加某种约束，就可以减少它的自由度。所以，要使结构成为几何不变体系，就应对它施加足够数量的约束。

在图1-10a中，A与B本来是各自独立的两个点，各有两个自由度，共有四个自由度。设想用一根杆件把A、B联接起来，二者就成了一个物体上的两个点，自由度由四个减为三个，即丧失了一个自由度。因此，一根杆件能够起到一个约束的作用。

再看图1-10b的物体，它在平面内本来有三个自由度，加上一根支座链杆AB之后，物体沿y轴方向的移动被限制住，只剩下两种独立运动方式：沿以B点为圆心，以AB为半径的圆弧（x轴方向）移动；绕A点转动。

由此可见，一根链杆，相当于一个约束。

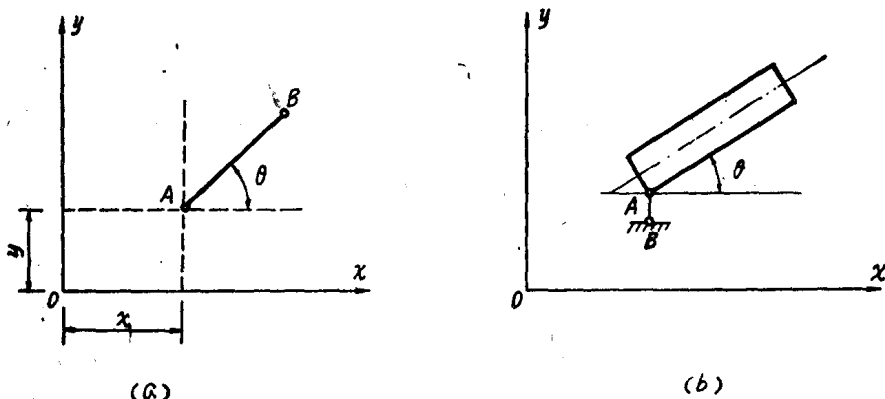


图 1-10

假如用一个铰A把物体与支座联接起来（图1-11a），这时物体沿x及y方向的运动都受到限制，只剩下一个绕铰A转动的自由度。

所以，一个铰支座，能起到两个约束的作用，即相当于两根支座链杆。

同理，当两个物体用一个铰联接时，自由度也将随之丧失两个。如图1-11b所示，两构件在未用铰联接之前，在平面内共有六个自由度，加上铰A之后，自由度只剩下四个，因为用三个坐标（x、y、θ）便能确定AB的位置，剩下BC则只能绕A点自由转动，只需一个转角即可确定它的位置了。由此可见，一个联接两物体的铰（称为单铰），相当于两个约束。

图1-11c是用一个铰联接三根构件的情形，联接三个或三个以上物体的铰，称为复铰。既然两个物体用一个铰联接时减少两个自由度，三个物体用一个铰联接时就必然减少四个自由度，四个物体用一个铰联接时就必然减少六个自由度，n个物体用一个铰联接，将总共减少2(n-1)个自由度。从此可以看出，一个复铰相当于(n-1)个单铰，n为被联接物体的数目。

设组成结构的杆件数为m。当杆件间没有任何联接时，每一杆件有三个自由度，总的自由度数为3m。当杆件在结点上用单铰或复铰加以联接，并将复铰分别用(n-1)个单铰来代替，再用d表示结构内单铰的总数，这时结构总的自由度就减少2d个。再考虑支座对结构的约束，将不同类型的支座折合成支杆，设支杆总数为r，一根支杆减少一个自由度，结构的自由度又将减少r个，于是得到计算结构自由度的一般公式：

$$W = 3m - 2d - r \quad (1-1)$$

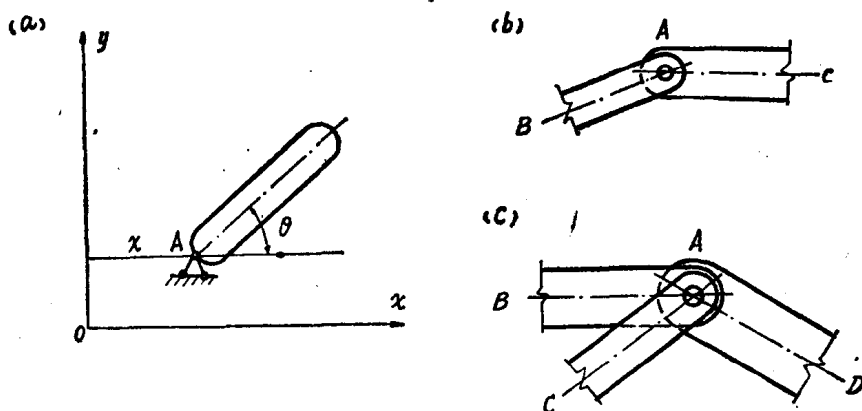


图 1-11

式中  $W$ ——结构的自由度数；  
 $m$ ——结构的杆件数；  
 $d$ ——单铰总数；  
 $r$ ——支座链杆数。

若  $W > 0$ ，结构是几何可变体系；

若  $W \leq 0$ ，只能说明结构具备了几何不变体系的必要条件，但还不是充分条件。因为几何不变体系不仅取决于杆件数量，还取决于杆件的布置是否合理。

如果仅研究结构内部的几何组成，而不考虑支座的联结情况时，可令  $r = 0$ ，公式 (1-1) 应改写成：

$$W = 3m - 2d \quad (1-2)$$

这时，若  $W > 3$ ，结构内部属于几何可变体系；若  $W \leq 3$ ，结构内部具备了几何不变体系的必要条件，但还不是充分条件。

对于公式 (1-1)，若  $W < 0$ ，说明结构有多余约束；对于公式 (1-2)，若  $W < 3$ ，说明结构内部有多余约束。 $W$  分别小于零及小于 3 的数值，就是多余约束的数目，也是结构超静定的次数。

例如图 1-1c 所示的结构，已知杆件数  $m = 8$ ，单铰总数  $d = 10$ ，支杆数  $r = 3$ ，代入公式 (1-1) 得  $W = 3 \times 8 - 2 \times 10 - 3 = 1$ 。因自由度大于零，所以是几何可变体系。

再看图 1-8d 和 e，两结构的几何构造是有区别的，但杆件及单铰的总数却相同，即  $m = 9$ ， $d = 12$ ，由公式 (1-2) 知  $W = 3m - 2d = 3 \times 9 - 2 \times 12 = 3$ ，证明两结构在内部构造上均具备了几何不变体系的必要条件。但正如前面已经指出，图 1-8d 属于内部不稳定结构，因它的右边部分是铰接四边形；图 1-8e 则属于内部稳定与静定的结构。

因此，要想确切地判定结构是否属于几何不变体系，还需要进一步研究组成几何不变体系的基本规律。

#### 4-4 几何不变体系的组成规律

为了揭示几何不变体系的组成规律，这里研究三个方面的问题。

##### 1. 用链杆固定一个结点